B.co 16
3
ZIONALE
ENZE

Digitized by Google

Di Carlo Poggi

COMPENDIO
D' ASTRONOMIA
COLLE TAVOLE
ASTRONOMICHE
DEL SIGNOR

DE LA LANDE

Dell' Accademia Reale delle Scienze di Parigi, e di tutte le più celebri Accademie d' Europa

PRIMA EDIZIONE ITALIANA

Correttiſſima, con aggiunte e correzioni dell' Autore iſteſſo.

IN PADOVA, MDCCLXXVII.

Nella Stamperia del Seminario

Appreſſo GIOVANNI MANFRÉ.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

Carlo di Poggio,

G° 10. 3. 27

Digitized by Google

AGL' ILLUSTRISSIMI ED ECCELLENTISSIMI SIGNORI

ALVISE VALARESSO

ANDREA TRON CAV. PROCUR.

GIROLAMO ASCANIO GIUSTINIAN CAV.

SENATORI GRAVISSIMI,

Riformatori dello Studio di Padova

GIUSEPPE TOALDO.

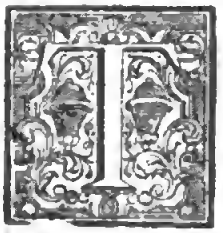
Mentre, VOSTRE ECCELLENZE, con regale ſpeſa hanno fondato, e vanno ora adornando di ſontuoſi iſtrumenti queſt' Oſſervatorio di Padova, degnino accettare la divota offerta di queſta Edizione delle Tavole Aſtronomiche, iſtrumen-

mento più di tutti neceſſario in queſta Scienza, e di gradire la qualunque mia impiegata opera nel procurare all' Univerſità, alla Nazione, a tutta l' Italia, ſotto i felici Loro auſpicj, queſto beneficio. Grazie ec.

Padova 20. Aprile 1776.

AI LETTORI.

AVVISO DELL' EDITORE.



Vengono biſogno gli Aſtronomi delle Tavole Aſtronomiche quanto i profeſſori di lingua dei dizionarj, ed ogni artefice de' proprj iſtrumenti; mentre nè la teoria nè la pratica di queſta ſcienza ſenza queſto ajuto ſi può eſercitare.

A tal oggetto avendo io procurato una buona edizione di Tavole Trigonometriche nel 1769, riſtampate nel 1772, ora, ſiccome m' era impegnato allora di fare, porgo le Tavole Aſtronomiche, e queſte le più perfette che vi ſiano, raccolte o compoſte dal celebre Aſtronomo Sig. De la Lande col Trattato compendiato d' Aſtronomia del medeſimo, che ſerve d' Introduzione alla ſcienza, ridotta alla portata di tutto il mondo colto.

Il Sig. De la Lande iſteſſo nella ſeguente Prefazione rende conto del ſuo lavoro. Che poſſo io aggiugnere! Il nome ſolo dell' Autore, che fa l' elogio a ſe ſteſſo, baſta per commendazione dell' Opera. Sembra incredibile, che un uomo all' età appena di 44 anni, abbia potuto ſupplire all' eſecuzione di tante Opere, che appena ſi potrebbero aſpettare da un' Accademia.

Chiunque ha qualche tintura dell' Iſtoria letteraria, può ſapere, quante produzioni, o ſeparate, o negli Atti dell' Accademie, o ſparſe nei Giornali, ſiano uſcite ed eſcano continuamente dal felice ingegno e dalla maraviglioſa fecondità del Sig. De la Lande. Sopratutto debitrice gli è l' Aſtronomia, che particolarmente preſe a coltivare. Nato nel 1732, nel 1750, che vuol dire all' età appena di 18 anni, fu mandato dall' Accademia a Berlino per fare le oſſervazioni corriſpondenti a quelle che nello ſteſſo tempo il Sig. Abate De la Caille faceva al Capo di Buona Speranza. All' età di 20 anni fu fatto Accademico; e d'allora in qua pieni ſono i volumi dell' Accademia delle ſue Memorie Aſtronomiche con ſegnalate ſcoperte. Quaſi poi per divertimento calcolò per 16 anni conſecutivi (dal 1760 ſin al 1775) la così detta *Notizia de' Tempi*, almanaco dottiſſimo dell' Accademia, che ſolo baſta per occupare un uomo, e cui il Sig. De la Lande arricchì del doppio con dottrine, tavole particolari, e mille altre notizie utili agli aſtronomi.

Poichè il Sig. De la Lande puoſſi anche chiamare l' Iſtorico publico dell' Aſtronomia, fattoſi centro di tutte le corriſpondenze di tutti gli Aſtronomi d' Europa, tramanda dall' uno all' altro quanto viene fat-

fatto, ſcoperto e prodotto nella teoria e nella pratica in tutti i rami di queſta vaſta ſcienza: il qual commercio di lettere, con tanti viaggi da eſſo fatti, ſi vede quanto tempo gli debba occupare; ma e viaggi e lettere, tutto forniſce al fecondo ſuo ingegno materia di nuove utiliſſime opere.

Laſciando il reſto, qual altro Tolomeo, compoſe il Sig. De la Lande un nuovo Almageſto; poichè tale ſi deve riconoſcere la ſua grande Aſtronomia in XXIV. Libri, riſtampata e tradotta quaſi in tutte le lingue d' Europa, ſino in Ruſſo; poichè nulla ſi può ricercare per la teoria o matematica o fiſica, per la pratica, per il calcolo, per l' Iſtoria, per la notizia de' libri, relativo all' aſtronomia, che abbondantemente non ſi ritrovi in queſt' immenſa opera.

Pieno poi di zelo a propagare la ſcienza, egli ebbe anche l' arte e la pazienza di dare la ſoſtanza di tutto in queſto *Compendio d' Aſtronomia* (già riſtampato in Ollanda) ridotto non ſolo all' uſo delle ſcuole, ma ancora de' dilettanti per poca idea, che abbiano delle matematiche, in parte anche ſenza di queſte.

Nell' atto poi, ch' io publico queſto in Italiano colle Tavole per uſo principalmente della mia ſcuola, credo d' aver reſo un beneficio a tutta l' Italia; poichè mancava in Italiano un buon Trattato d' Aſtronomia, molto più le Tavole: gli ſtudioſi con grave incommodo, ritardo e diſpendio erano coſtretti provederſi dallo ſtraniero. Quivi con poche lire avranno quello che a ſtento potevano avere con molti zecchini.

Queſt' edizione poi ſi raccomanda per la correzione tanto importante, particolarmente per le Tavole, e per qualche mutazione ed aggiunta mandata dall' Autore iſteſſo; il cambiare o aggiugnere coſa di proprio non eſſendo occorſo in opera nel ſuo genere così buona, nè conciliandoſi colli riguardi non indifferenti dell' economia.

PRE-

PREFAZIONE DELL' AUTORE.

L'Aſtronomia che ho pubblicata nel 1764 in due Vol. e nel 1771 in tre in 4° era deſtinata non ſolo per li principianti, ma per gli Aſtronomi ſteſſi di profeſſione; eſſendovi deſcritti tutti li metodi, le ſcoperte, le oſſervazioni, i calcoli e le Tavole più perfette.

Io vedeva nonnoſtante, che il maggior numero degli amatori ſarebbero per giudicarla troppo diffuſa, e di cui non ſi poteva perciò farne uſo nelle Scuole delle Univerſità: ond' è che mi perſuaſi di darne un eſtratto.

Le Lezioni del Sig. Ab. de la Caille ſono della forma ed eſtenſione di queſto mio Compendio; ma trattandoſi della parte elementare, ſono eſſe troppo riſtrette, e, riguardo alle Teorie aſtronomiche, troppo aſtratte; non verſano punto ſull' Iſtoria dell' Aſtronomia, ſu gl' iſtrumenti, ſulle oſſervazioni, da' quali inconvenienti ho io voluto guardarmi. Quando queſto grande Aſtronomo ſcriſſe le ſue Lezioni, avea in oggetto di ſpiegarle egli ſteſſo a' ſuoi Scolari, e perciò non avea biſogno che del ſemplice teſto ſtampato; ſe il medeſimo aveſſe avuto la mira di eſtenderſi quanto io mi ſono preſentemente preſiſſo, non ſarebbemi reſtato niente da fare, o da pubblicare di nuovo.

Anche nel metodo e nell' ordine di queſto Compendio ho ſeguita altra ſtrada da quella dello ſteſſo de la Caille. Penſai che un trattato d' Aſtronomia doveſſe cominciare da que' fenomeni, che i primi colpiſcono l' occhio, quando la prima volta ſi oſſerva il Cielo. Indi eſaminai le conſeguenze, che ne cavarono i primi Aſtronomi, ſempre naturaliſſime, per lo più ingegnoſiſſime, alle volte falſe; non eſſendo eſſi ſtati i primi Oſſervatori, che Paſtori. Non ho dunque già principiato il mio Libro dal ſupporre un Oſſervatore nel centro del Sole, come il Sig. de la Caille, eſſendo ſtato dopo due mille anni ſoltanto dimoſtrato, che il Sole era il centro de' moti celeſti. Nè ho principiato dalla diffinizione de' cerchj della ſfera, perchè il Lettore non avrebbe veduta la neceſſità e l' origine de' medeſimi; la generazione delle coſe deve precedere la loro diffinizione. Finalmente non ho principiato dalla Storia dell' Aſtronomia, perchè avrei dovuto in tal caſo ſuppor nota la ſteſſa Aſtronomia; ma mi ſono ſtudiato di condurre la Storia con la coſa ſteſſa, cercando l' ordine degl' Inventori, e legando la Storia dell' Aſtronomia con i principj della Scienza medeſima.

Quan-

Quando non ho potuto ſeguire l' ordine delle ſcoperte , mi baſtò ſolo indicarlo . Lo ſpirito s' avanza ſempre per gradi ; una invenzione ſi giudica per lo più meravigliosa , perchè non vi ſi ſcorge la ſtrada , per cui ſi ſcoprì ; e al contrario ſembra ſempre facile , quando ſi vede da vicino ciò che la precedette , e le ſtrade per cui ſi camminò in cerca di ciaſcheduna verità .

Dopo queſte prime Oſſervazioni vedremo pararci avanti gli ſtudj , e i lavori di Copernico , Ticone , Keplero , Caſſini , Newton ; in una parola degli ſtrumenti nuovi , degli arditi ſiſtemi , delle ſcoperte felici , delle delicate oſſervazioni ; in queſti due ſecoli di luce ſi aprì uno ſpettacolo il più ſorprendente di quanti poſſano appagare lo ſpirito . Ma ſe noi ſi ſtudieremo di ordinare ciaſcuna coſa ſecondo la di lei naſcita , e di unirvi quelle , che la fecero naſcere ; e ſe faremo vedere al Lettore lo ſtato in cui ſi trovò , chi fu autore di qualche bella ſcoperta , già ſi riconoſcerà la ſerie ; e lo ſpirito ſollevato dal peſo , di cui la troppa ammirazione carica l' amor proprio , quaſi che godrà del piacere dovutoſi dall' Autore ſteſſo ſentire . Il fine di queſt' Opera ſi è appunto queſto di moſtrare i progreſſi dello ſpirito , che in niun' altra ſcienza ſcorgonſi più meravigliosi .

L' eſempio del Sig. de Fontenelle , per quanta invidia n' aveſſi del di lui ſcrivere , punto non mi ſeduſſe a ſcemare l' aridità d' uno ſtudio sì nojoſo . Non ebbi il coraggio di meſchiarvi nè dialoghi , nè epiſſodj , nè digreſſioni ; ſembra che il raffinato noſtro ſecolo non guſti più queſta poetica maniera di porgere le ſcienze . Chi godeſſe però di tale lettura , può ſaziarſene nello Spettacolo della Natura T. IV. *In eſſo ſi troveranno delle pitture dilettevoli , delle graziose converſazioni , delle rifleſſioni intereſſanti . Il freſco dell' ombre , il ſilenzio della notte , il dolce lume del crepuſcolo , i fuochi brillanti del cielo , le diverſe apparenze della luna , ogni coſa in ſomma diviene una delizioſa pittura ſotto la penna del Sig. Pluche . Egli riferiſce tutto al noſtro biſogno , alle mire dell' eſſere Supremo per li noſtri piaceri e biſogni , e alla gloria del Creatore . La di lui opera oltre d' eſſere un trattato di Fiſica , lo è anche di cauſe Finali , e la lettura della medeſima recherà gran piacere a' giovani . Il mio oggetto fu ſoltanto di parlare d' Aſtronomia , e riguardo ai curioſi Lettori , baſtami d' indicar loro queſte opere ;* Spectacle de la Nature , Thèologie Aſtronomique de Derham , Dialogues de M. de Fontenelle ſur la pluralité des Mondes .

Il mio maggiore ſtudio ſi fu quello di eſſere facilmente inteſo nelle mie ſpiegazioni . Mi ſovvennero le difficoltà incontrate altre volte da me medeſimo ; le ho analizzate e ſciolte , e queſte ſoluzioni , che mi avevo fatte , le ho ſpiegate con la più poſſibile chiarezza ; ho avuto anche in mira le difficoltà propoſtemi più volte da perſone dedicate a tale ſtudio , e mi profittai dell' occaſione , in cui fui di ſpiegarle attentamente .

Non ho tralaſciato certamente di citare gli articoli ; con che ſi facilita

l' uſo

l' uſo di queſto Libro, ſi riſparmiano le ripetizioni, e ſi ajuta la memoria de' Lettori.

Per leggere con frutto queſt' opera, ma ſpecialmente il Libro primo, è neceſſario tenere avanti agli occhi un globo celeſte.

Secondariamente per lo ſteſſo frutto, biſogna renderſi familiare ciaſcuna propoſizione, quantunque poſſi eſſa ſembrare sì naturale, che ognuno da ſe medeſimo potrebbe preſupporla per via di ciò che precede la ſteſſa propoſizione; nè deveſi paſſare da un articolo al ſeguente, ſenza prima averne inteſi bene i precedenti; e queſto ſi è il modo d' intendere in poco tempo ogni coſa. Ma il conſiglio più importante da darſi agli ſtudioſi delle Mattematiche, ſi è quello, di determinarli a eſercitare la loro immaginazione aſſai più della loro memoria, cioè a leggere poco, ma penſar molto, e cercare da ſe ſteſſi le dimoſtrazioni, o almeno far valere le loro forze il più ſpeſſo che poſſono: con queſto mezzo s' acquiſta lo ſpirito delle Mattematiche, il guſto delle ricerche, la facilità di ſcoprire e d' inventare; deve ognuno da ſe medeſimo ſviluppare quanto leſſe, cavarne de' corollarj, farne le applicazioni, e non cercare ſul Libro, ſe mai è poſſibile che la ſola conferma di quanto ſi trovò. I lunghi dettagli, nei quali qualche volta mi ſono diffuſo ſervono ai curioſi, che non ſono in iſtato nè hanno il tempo neceſſario, per ſeguire i precedenti miei conſigli.

Non ſuppongo ne' miei Lettori altra cognizione, che gli Elementi comuni di Geometria, e per alcuni articoli quelli di Algebra, per eſempio quelli delli Sigg. Clairaut, Bezout, Boſſut ec. ma tutti gli articoli, che richiedono l' Algebra, ſono impreſſi in Carattere minuto, perchè ſi poſſano ommettere ſenza interruzione della Lettura degli Elementi.

Le ſpiegazioni più elementari di queſto Compendio ſono preciſamente le ſteſſe di quelle della mia Opera grande, e per lo più ſono gli ſteſſi anche i termini; perciò queſto Compendio è inutile per chi ha li miei tre Tomi in 4°. Nonoſtante molti Lettori ſanno eſſer utile formare con una prima lettura una compita idea e riſtretta d' uno ſtudio, ch' eſigge tanto tempo, e perciò accetteranno forſi volentieri in queſto piccolo volume una ſcelta fatta dallo ſteſſo Autore, di quelle coſe che loro convengono, e che a ſtento ſi ſaranno poſti a cercarle in una opera tanto più eſteſa.

Ho anche aggiunta in fine di queſto Volume una nuova Tavola delle dimenſioni de' pianeti e delle loro diſtanze, dopo la parallaſſe del ſole determinata coll' ultimo paſſaggio di Venere; queſta Tavola ſervirà di Supplemento alla mia Aſtronomia *fino a tanto che pubblichi un altro Supplemento in 4° da unirſi alla ſteſſa opera.*

Utilità dell' Aſtronomia.

Chi eſpone al Pubblico un Trattato d' Aſtronomia, avvertendo che queſta Scienza agli uomini più grandi ſembrò degna dello ſtudio di tutta la

vita, è in obbligo di riſpondere a un tal queſito : A che ſerve l' Aſtronomia? ed io potrei dal mio canto chiedere , a che ſervino tante coſe inutili o nocive, che tutto dì fanno l' occupazione degli uomini? Ma una tal digreſſione mi condurrebbe troppo lungi , e perciò mi riſtringo al mio punto . Lo ſtudio è generalmente uno dei biſogni della umanità ; quando ſi prova una volta queſt' attiva e penetrante curioſità , che ci porta a penetrare nelle meraviglie della Natura , non ſi chiede più a che ſerva lo ſtudio, perchè in tal caſo ſerve a felicitarci.

Lo ſtudio poi è un preſervativo contro il diſordine delle paſſioni ; e a mio credere , deveſi principalmente diſtinguere una ſorta di ſtudio , che ſolleva lo ſpirito , lo tiene fortemente applicato , lo arma con ſicurezza contro i danni, di cui parlo. Non baſta già di conoſcere il bene , diceva Seneca, di ſapere i proprii doveri verſo la Patria, la Famiglia , gli amici, ſe' ſteſſi, quando non s' abbia forza di farlo ; non baſta ſtabilirne i precetti ; biſogna rimuovere gli oſtacoli : Ut ad præcepta quæ damus pqſſit animus ire, ſolvendus eſt (*Epiſt. 95*). *Non trovo coſa più opportuna per la buona riuſcita in queſto punto, quanto l' applicazione alle Matematiche, e ſpecialmente all' Aſtronomia. Le meraviglie, che vi ſi ſcoprono, impegnano l' animo, e l' occupano in maniera nobile, delizioſa , e ſenza alcun danno ; ſollevano l' immaginazione, perfezionano lo ſpirito , nutriſcono il cuore, allontanano i deſiderj nocevoli e frivoli, e producono continuamente nuovi piaceri.*

I più gran Filoſofi dell' antichità parlarono dell' Aſtronomia con ammirazione. Diogene Laerzio racconta , che interrogato Anaſſagora del fine, per cui foſſe nato, riſpoſe, per contemplare gli Aſtri . Se ſcorgeſi in queſta riſpoſta dell' eſaggerazione in favore dell' Aſtronomia , vi ſi vede almeno l' entuſiaſmo , con cui un uomo di genio contemplava lo ſpettacolo del Cielo. Anche Platone faceva grande ſtima dell' Aſtronomia ; Veggaſi ciò che ne dice nel ſuo 35mo. Libro intitolato Epinomis vel Philoſophus, *da Marſilio Ficino detto il Teſoro di Platone :* Nolite ignorare Aſtronomiam ſapientiſſimum quiddam eſſe, &c. *egli arriva perfino in altro luogo a dire, che gli occhi ſi ſono dati all' uomo per l' Aſtronomia ; e tale forſi era anche l' idea d' Ovidio quando s' eſpreſſe :*

Finxit in effigiem moderantum cuncta Deorum,
Pronaque cum ſpectent animalia cætera terram,
Os homini ſublime dedit, cælumque tueri
Juſſit, & erectos ad ſidera tollere vultus. *Met. I. 13.*

Pittagora diceva , che gli uomini dovrebbero occuparſi in due ſoli ſtudj, in quello della Natura , per illuminare lo ſpirito , e in quello della Virtù per regolare il cuore. Lo ſtudio della Morale ſi riſguarda con tutta ragione come il più neceſſario e il più degno dell' uomo : A proper ſtudy of

of mankind is man, *dice il Pope ; ma ſarebbe in errore chi penſaſſe poter eſſere vero Filoſofo ſenza lo ſtudio delle Scienze naturali. Per eſſere ſaggio non per debolezza, ma per principio, biſogna ſaper riflettere, e ragionar con ſodezza; biſogna a forza di ſtudio, ſcioglierſi da' pregiudizj, che ingannano l' intelletto, che impediſcono di ſviluppariſi alla ragione e allo ſpirito. Pittagora non ammetteva alla ſua Scuola diſcepoli, che non ſapeſſero le Mattematiche, e ſtava ſcritto ſulla ſua porta,* nemo Geometriæ expers intrato ; *la morale ſarebbe per noi poco ſicura, e poco amabile, ſe doveſſe eſſere fondata ſull' ignoranza o ſull' errore.*

Deveſi forſe contar per nulla il vantaggio d' eſſere dallo ſtudio aſſicurato contro la diſgrazia dell' ignoranza? Può forſi riſguardarſi ſenza un ſenſo di compaſſione e di vergogna la ſtupidità di quei popoli, che una volta credevano col loro gridare in tempo d' Eccliſſi di Luna di porgere qualche rimedio alli doloroſi patimenti di quella Dea, o che l' Eccliſſi foſſero prodotte da Incantatori?

Cum fruſtra reſonant æra auxiliaria Lunæ. *Mat. IV.* 333.
Cantus & e curru Lunam deducere tentat,
Et faceret, ſi non æra repulſa ſonent. *Tib. I. El.* 8.

Ma paſſando queſto errore, che degrada il popolo, ſi hanno nelle Storie certi tratti, che moſtrano il diſcapito di alcuni Generali, e intere Nazioni in certi incontri, prodotto dall' ignoranza in materia d' Aſtronomia. Nicia Generale degli Ateniesi avea penſato di abbandonare la Sicilia con la ſua armata; ma ecco che un' Eccliſſi di Luna lo colpì in modo, che gli fe perdere il momento favorevole, e fu poi cauſa della morte del Generale, e della rovina della ſua armata; perdita sì funeſta per gli Atenieſi, che fu poi l' epoca della decadenza della loro patria. Aleſſandro ancora prima della battaglia d' Arbella ſpaventato da un' Eccliſſi Lunare, comandò che ſi faceſſero de' ſagrifizj al Sole, alla Luna, alla Terra, come a Divinità, che producevano queſte Eccliſſi.

Al contrario ſi veggono de' Generali più informati, ai quali non furono inutili le loro aſtronomiche cognizioni. Mentre Pericle guidava la flotta degli Atenieſi accade un' Eccliſſe del Sole, che ſpaventò tutti, e fece tremare anche il Piloto; ma Pericle lo quietò con un eſempio familiare: preſo il lembo del ſuo mantello coprì allo ſteſſo Piloto gli occhi dicendogli, credi tu che queſto coprirti gli occhi, ſia indizio di qualche diſgrazia? no certamente, riſpoſe il Piloto; ma pure queſto per te è un' Eccliſſi, niente diverſa da quella che hai ora veduta, ſe non in quanto la Luna per eſſere più grande del mio mantello, occulta il Sole a maggior numero di gente.

Anche Agatocle Re di Siracuſa in una guerra d' Affrica, e in un giorno deciſivo vedendo ſpargerſi nella ſua armata un terrore univerſale a vi-

viſta d' un' Eccliſſe, ſi preſentò a' ſuoi ſoldati, ſpiegò loro la cauſa, e li liberò da ogni timore. Simili fatti ſi raccontano di Sulpicio, e di Dione Re di Sicilia. Vedremo tra poco altri eſempj delle cognizioni aſtronomiche ne' più grandi Principi.

Leggeſi un fatto, che iſteſſamente onora l' Aſtronomia, nella Lettera dal Roias ſcritta a Carlo V. nel dedicargli i ſuoi Commenti ſul Planiſferio. Criſtoforo Colombo Comandante dell' armata ſpedita da Ferdinando Re di Spagna alla Giammaica ſul principio della ſcoperta di detta Iſola, ſi trovò in mancanza tale di viveri, che non reſtavagli ſperanza alcuna di ſalvare l' armata, anzi vedeva che ſarebbe per eſſere vittima de' Selvaggi. Era vicina a ſuccedere un' Eccliſſi di Luna, e di eſſa ſe ne ſervì queſto bravo Comandante, per liberarſi da ogni pericolo; fece perciò dire ai Capi de' Selvaggi, che ſe fra poche ore non li mandaſſero quanto loro chiedeva li eſporrebbe alle diſgrazie più eſtreme, e principiarebbe dal privar la luna di luce. I Selvaggi ſpreggiarono ſulle prime tali minaccie; ma quando videro infatti cominciar la Luna a venir meno, colpiti dal terrore raſſegnarono a' piedi del Generale quanto avevano, chiedendogli umilmente perdono.

Uno de' vantaggi prodotti dal progreſſo dell' Aſtronomia ſi fu il diſſipar che fece gli errori dell' Aſtrologia. Quanto non deveſi eſaltare chi perfezionò l' Aſtronomia, a ſegno di liberare gli uomini da queſta miſerabile debolezza, da cui furono per sì gran tempo dominati! Non poſſo a queſto propoſito ommettere il racconto di ciò che avvenne nel 1186, *per cui dovettero coprirſi di roſſore gli Aſtrologhi tutti di tutta l' Europa; Criſtiani, Giudei o Arabi, tutti s' erano uniti concordemente a predire ſette anni prima, per via di Lettere ſparſe ſolennemente per l' Europa, una congiunzione di tutti i Pianeti, accompagnata da sì ſpaventevoli rovine, onde avea a temerſi un eccidio univerſale; ſi credeva di aver a vedere il fine del Mondo; pure quell' anno ſi paſsò come gli altri. Ma cento altre menzogne egualmente, che queſta, ſcoperte, non ſarebbero ſtate baſtevoli a levare dagl' ignoranti e creduli il pregiudizio dell' infanzia; vi fu neceſſario uno ſpirito filoſofico e ſcrutatore, ſparſoſi fra gli uomini, che ſviluppaſſe loro l' idee dell' eſtenſione e de' limiti della Natura, e li aſſuefaceſſe a non più ſpaventarſi in avvenire di coſe non eſaminate, e non provate.*

Si ſcorgono ancora di quando in quando queſti delirii dell' ignoranza accreditati e ſoſtenuti dalla credulità del Pubblico. Quindi il furioſo vento, e l' eſtraordinario caldo del dì 20 *Ottobre* 1736 *eccitarono alcuni a publicare nelle Gazzette, che il Sole era tornato in dietro; e biſognò che i ſaggi ſi deſſero la pena di diſingannare il Pubblico.* (Journ. de Trévoux, Avril 1737, pag. 692. Lettre philoſophique pour raſſurer l' Univers, &c. a Paris, Chez Prault pere, Quai de Gévres, 1736. 32 *pages* in 12). *Tutto il mondo verſo il fine del* 1768 *credeva perduto ſi*

Sa-

Saturno, e ſi publicava negli ſcritti periodici i più ſenſati, e nelle compagnie le più colte. Ma queſto è niente in paragone della ſtravagante ſenzazione prodottaſi da una Memoria ſulle Comete ſul principio di Maggio 1773. Io non avea ſe non parlato di quelle, che potrebbero in certi caſi avvicinarſi alla terra, e ſi ſparſe quaſi generalmente per Parigi, eſſerſi ſtata da me predetta una ſtraordinaria Cometa, che portarebbe il fine del mondo. Quando l' ammaſſo delle cognizioni ſparſe nelle noſtre Città ſi ſarà più diffuſo, non ſi vedranno più ſimili delirii favoriti dal Pubblico.

Le Comete furono per lungo tempo, ma in ſenſo diverſo, oggetto del più gran terrore, diſſipatoſi già finalmente dall' Aſtronomia anche nel popolo. Con isdegno ſi trovano dei pregiudizj ſi ſtrani, non ſolamente in Omero (Iliad. IV. 75), *ma nel più bel poema ancora dell' ultimo ſecolo, in cui poſſono eternarſi con vergogna i noſtri errori:*

Qual con le chiome ſanguinoſe orrende
Splender Cometa ſuol per l' aria aduſta,
Ch' i regni muta, e i fieri morbi adduce,
Ai purpurei tiranni infauſta luce. Geruſ. Lib. VII. 52.

Gl' incanti della Poeſia ſono al dì d' oggi impiegati in modo aſſai più filoſofico e più utile; e teſtimonianza ne faccia il bel paſſo del Sig. de Voltaire ſulle Comete nella ſua Lettera a Madam. la Marcheſa du Châtelet:

Cometes, que l' on craint à l' égal du tonnerre,
Ceſſez d' épouvanter les peuples de la terre;
Dans une ellipſe immenſe achevez votre cours,
Remontez, deſcendez près de l' aſtre des jours;
Lancez vos feux, volez, & revenant ſans ceſſe,
Des mondes épuiſés ranimez la vieilleſſe.

Lo ſtudio appunto profondo, e i progreſſi appunto dell' Aſtronomia diſſiparono quegli aſſurdi pregiudizj, e ritornarono ogni ſuo dritto alla noſtra ragione. Ma non a ciò ſolo eſtendeſi il vantaggio di queſta ſcienza, che contribuiſce di più al ben generale in più d' un genere.

E notiſſimo, che la Geografia e la Coſmografia non poſſono diſpenſarſi dall' Aſtronomia. Dalle oſſervazioni dell' altezza del polo s' avvidero gli uomini che la Terra era rotonda; l' Eccliſſi della Luna s' impiegarono per conoſcere le longitudini de' diverſi paeſi della terra. Noi non ſappiamo diceva Ipparco (citato dallo Strabone) ſe Aleſſandria ſia al Nord o al Sud di Babilonia ſenza l' oſſervazione de' Climi, nè può ſaperſi ſe un paeſe riſpetto a un altro ſia Occidentale o Orientale, ſenza l' oſſervazione delle Eccliſſi. Si ſa dall' Alcorano che i viaggiatori traverſavano i deſerti dell'

Ara-

Arabia, osservando gli Astri; Dio, diceva egli, ci diede le stelle che ci guidassero nell' oscurità sulla terra e sul mare; e ciò s' accorda con quel che riferisce Diodoro Siculo intorno agli antichi viaggiatori.

La scoperta de' Satelliti di Giove perfezionò tanto le nostre Carte Geografiche e marine, quanto non si sarebbe fatto dopo dieci mille anni di navigazione e di viaggi; e quanto più si farà nota la loro Teoria, tanto sarà più esatto e facile il metodo delle longitudini.

Verso l' anno 1600 era quasi incognita l' estensione del Mediterraneo, e presentemente la si conosce tanto quanto quella della Francia. Nel Libro de Gemma Frisio de orbis divisione 1530, *la differenza di longitudine tra il Cairo e Toledo si legge di 53° invece di 35° come è le altre distanze vi sono determinate a proporzione; rispetto all' estremità del Mar nero abbiamo ancora un' incertezza di tre in 4 gradi, e prima del 1769 nella longitudine di Gibilterra e Cadice v' era un errore di 30 minuti.*

I Fenici furono debitori all' Astronomia per le prime loro navigazioni, e noi lo siamo parimenti per la scoperta del nuovo Mondo. Cristoforo Colombo sapeva benissimo la sfera, forse più che altri del suo tempo; e da essa ne trasse quella certezza, e confidenza, con cui s' indirizzò verso l' occidente, sicuro di trovare all' Oriente il continente dell' Asia, o un nuovo Mondo.

Presentemente altro non resta da desiderare per la perfezione e sicurezza del navigare, che la facilità di trovare le longitudini in mare; si hanno, quando si vogliano per mezzo della Luna (Le Mostre Marine fatte in Inghilterra dall' Harrison, *e in Francia dal* Berthoud *e* Leroy, *ce le danno dentro un mezzo grado in due mesi di viaggio); e se i Navigatori fossero per poco Astronomi, non s' ingannerebbero mai nella stima del viaggio di 20 leghe, mentre nei viaggi più comuni s' ingannano alle volte per più di duecento. L' incertezza di Milord Anson sull' Isola di Juan Fernandez, per cui si trattenne in mare più del bisogno, cagionò la morte a 80 uomini del suo equipaggio.*

Dall' utilità adunque della Marina per il bene d' uno stato si prova quella dell' Astronomia; e mi sembra difficile trovare un buon Cittadino, che possa al dì d' oggi specialmente in Francia spreggiare il vantaggio della marina. L' esito degl' Inglesi nella guerra del 1761 mostrò ben chiaramente, che la sola Marina decide degl' Imperi, della loro potenza e del loro commercio, che la pace e la guerra si disputano sul mare, che finalmente come dice il Sig. le Miere:

Le trident de Neptune est le sceptre du Monde.

E questo è in circa quanto dicevano Temistocle in Atene, Pompeo a Roma, (Cic. ad Att. L. X. Ep. 7), *Cromwell in Inghilterra, Richelieu*

lieu e Colbert in Francia ; ſembra che ſpecialmente il Cardinale Richelieu (Teſtament politique , ch. IX. ſect. 5) *prevedeſſe riſpetto all' Inghilterra , quanto noi abbiamo provato .*

Lo Stato attuale delle Leggi , e l' amminiſtrazione eccleſiaſtica , ſono eſſenzialmente legate coll' Aſtronomia , riguardo al Calendario . Per queſto ſolo penſiero S. Agoſtino ne raccomandava lo ſtudio ; S. Ippolito e molti Padri della Chieſa vi ſi erano eſercitati . Nonnoſtante il noſtro Calendario era a ſegno imperfetto , che li Giudei ſteſſi e i Turchi avrebbero con ragione potuto ſtupirſi della noſtra ignoranza ſu queſto punto . Penſarono ben invero Nicolò V , Leone X , ec. a riordinare il Calendario medeſimo , ma non v' erano Aſtronomi da poterſi fidare . Gregorio XIII. regnò in un tempo , in cui le ſcienze cominciavano a rinaſcere , e fu di lui ſolo la gloria di tale riforma nel 1582.

L' Agricoltura prendeva un tempo le ſue regole e i ſuoi indizi dell' Aſtronomia : Giobbe , Eſiodo , Varrone , Eudoſſo , Arato , Ovidio , Plinio , Columella , Manilio , ce ne ſomminiſtrano mille prove : le Plejadi , Arturo , Orione , Sirio davano il ſegnale alla Grecia e all' Egitto dei diverſi lavori per la Campagna . Il levare di Sirio annunziava ai Greci il tempo della Meſſe , e agli Egiziani la innondazione del Nilo : ſi potrebbero addurre degli altri eſempj , e preſentemente vi ſuppliſce il Calendario . Il Sig. de Gebelin in una dottiſſima opera ſi ſtudia di provare , che tutta la mitologia antica , ſi rapporta all' Agricoltura . (Allégories orientales , 1773).

La Cronologia antica dalla cognizione e dal calcolo delle Eccliſſi ne deduce i punti più fiſſi che ſi poſſano ritrovare , e nei tempi più rimoti non ſi ha che oſcurità . La Cronologia Chineſe è tutta fondata ſull' Eccliſſi , come lo ha verificato il P. Gaubil . Nella Storia delle Nazioni non avereſſimo alcuna incertezza , ſe vi foſſero ſempre ſtati degli Aſtronomi . La Conneſſione fra l' Aſtronomia e la Cronologia può vederſi ſpecialmente nell' Art de verifier les dates *in foglio* 1770 ; *e nella Opera Ingleſe di Kennedy ,* A complete ſyſtem of aſtronomical chronology , London 1762 *in* 4°.

L' errore che v' ha nella data dell' era volgare riſpetto alla naſcita di G. C. ſi riconobbe da una Eccliſſe di Luna . Si ſa che Erode era Re della Giudea ; ma ſappiamo altresì da Gioſeffo (Antiq. Jud. *XVII. 6*) *eſſere accaduta un' Eccliſſe di Luna immediatamente prima della morte dello ſteſſo Erode ; la quale Eccliſſe trovandoſi cadere nella notte dei* 12 , *o* 13 *Marzo del quarto anno , prima dell' Era volgare , ſi rileva , che queſta Era doveva retrocedere almeno di tre anni .*

Col mezzo dell' Eccliſſi del Sole il Sig. Coſtard fiſsò il fine della guerra fra i Lidi e i Medi nell' anno 603 *prima di G. C. e la ſpedizione di Xerſe contro la Grecia nell' anno* 478 , *non già nel* 480 , *come ſi era fiſſata* (Coſtard hiſt. of aſtron. p. 236) ; *e in tal modo concilia inſieme Erodoto e Xenofonte riguardo alla conquiſta della Media fatta da Ciro .*

Dalla ſteſſa Aſtronomia abbiamo la diviſione del tempo nell' uſo civile ,

e l'

e l' arte di regolare gli Orologi e le Moſtre : può dirſi che l' ordine e la moltiplicità de' noſtri affari, doveri e divertimenti, il guſto dell' eſattezza e della preciſione, il noſtro abito ſteſſo in fine ci rendono quaſi indiſpenſabile queſta miſura del tempo, e ce la coſtituiſcono uno fra i biſogni della vita.

Se in mancanza di Orologi e di Moſtre ſi deſcrivano delle Meridiane (155) *e degli Orologi ſolari, ſarà ſupplito alla ſteſſa mancanza per benefizio dell' Aſtronomia, altro non eſſendo la Gnomonica, che un' applicazione della Trigonometria sferica e della Aſtronomia.*

La Meteorologia, cioè la cognizione delle varie mutazioni dell' aria, dei venti, delle pioggie, delle ſiccità, dei movimenti del Termometro e del Barometro ha certamente rapporto eſſenziale e immediato colla ſanità del corpo umano. E credibiliſſimo che l' Aſtronomia v' apportarebbe un ſenſibile vantaggio, ſe per via d' oſſervazioni ſi foſſero trovate le influenze fiſiche del ſole e della luna ſull' atmosfera, e le rivoluzioni che quindi ne riſultano. Galeno avverte gli ammalati a non metterſi in mano di Medici, che non conoſchino il corſo degli aſtri, eſſendo inutili o anche nocevoli i medicamenti appreſtati fuori di tempo. Veramente io non dubito punto, che Galeno non parlaſſe allora ſecondo i principj dell' Aſtrologia giudiciaria e delle influenze, che ſi credevano per una ignorante ſuperſtizione ; ma a dirla giuſtamente, ſembra che le attrazioni, le quali innalzano due volte al giorno le acque dell' oceano, poſſino in qualche modo influire ſullo ſtato dell' atmosfera. In queſto propoſito ſi poſſono conſultare l' Hoffman e il Mead, che ne parlarono aſſai diffuſamente, e l' articolo Criſe *nella Enciclopedia. Io deſidererei che i Medici ſu queſto punto conſultaſſero almeno l' eſperienza, e che eſaminaſſero, ſe le criſi e i paroſſiſmi delle malattie aveſſero qualche corriſpondenza col ſito della luna riſpetto all' equatore, alle Sizigie e agli apſidi ; molti dotti Medici me ne parvero perſuaſi ; e per impegnarli in tali ricerche, io pubblicai per alcuni anni nella Gazzetta di Medicina un dettaglio delle circoſtanze aſtronomiche, che ſi erano notate.*

In grazia di tali diverſi vantaggi dell' Aſtronomia, queſta ſcienza ſi ricercò in ogni tempo e da ogni nazione. Gioſeffo nelle ſue Antichità Giudaiche moſtra, che il guſto dell' Aſtronomia e le prime ſcoperte furono dal tempo di Adamo. Scrive che i diſcendenti di Set aveanvi fatto dei progreſſi notabili, e che per conſervarne la memoria, aveano inciſe le loro oſſervazioni aſtronomiche ſu delle colonne di pietra, e ſu de' mattoni. Le prime cognizioni degli Egiziani ſi attribuiſcono dallo ſteſſo Autore ad Abramo. Nel Libro di Giob ſi leggono molti paſſi aſtronomici : Nunquid conjungere valebis micantes ſtellas Pleyadas, aut gyrum Arcturi poteris diſſipare ? Nunquid producis Luciferum in tempore ſuo, & Veſperum ſuper filios terræ conſurgere facis ? (38. 31). *Anche a Mosè ſi attribuiſcono ſimili cognizioni : almeno S. Steffano negli Atti degli Appoſtoli dice ch' egli era verſato* in omni Sapientia Ægyptiorum ; *il che non do-*

vea

vea intenderſi che della cognizione degli Aſtri, per cui s' erano veſi celebri gli Egizj.

La Sapienza grida con ragione contro di quelli, che per la loro ammirazione fecero degli Aſtri tante Deità; ma ben lungi però dal condannarne lo ſtudio, lo conſiglia piuttoſto per gloria del Creatore: Qui horum pulchritudine delectati Deos putaverunt, ſciant quanto his Creator eorum ſpecioſior eſt; a magnitudine enim ſpeciei & creaturæ cognoſcibiliter poterat Creator horum videri (*Sap. c.* 13). *Anche Davidde trova negli Aſtri motivo, onde innalzarſi alla contemplazione di Dio:* Cœli enarrant gloriam Dei ----- Videbo cœlos tuos opera digitorum tuorum, Lunam & Stellas, quæ tu fundaſti. *Veggiamo dal Derham intitolarſi* Théologie aſtronomique *un' Opera, in cui dallo ſteſſo ſi preſentano in tutta la loro forza il ſingolare e il grande delle ſcoperte fatteſi in Aſtronomia, come altrettante prove dell' eſiſtenza di Dio. Leggaſi nell' ottavo Libro della Fiſica d' Ariſtotele il penſare di lui ſteſſo ſu queſto punto.*

Chi ſi diletta di leggere la Storia antica, i Fiſici e Poeti Greci e Romani, abbiſogna ſpecialmente dell' Aſtronomia; in ogni pagina degli antichi ſe ne trova veſtigio, o per contraſſegnare il tempo dei lavori e delle ſemine, o per le Feſte e riti religioſi. I Poeti che illuſtrarono la Grecia e l' Italia, e l' opere dei quali ſono oggidì ſicure dell' immortalità, erano tutti portati per l' Aſtronomia; e alcuni l' adoperano sì ſpeſſo, che ſenza di queſta ſcienza non ſi potrebbero certamente intendere. I Commentatori non hanno molto illuſtrata queſta parte, ed io fui nell' occaſione di notare, che vi reſtava molto ſu queſto punto; come ſi può vedere dalle diverſe note, che ho io ſomminiſtrate all' Ab. de l' Isle per la di lui traduzione delle Georgiche, al Sig. de la Bonnetterie per la di lui edizione degli Autori de Re Ruſtica, *e al Sig. Poinſinet per la nuova di lui traduzione di Plinio. Fra i Greci che parlarono d' Aſtronomia ſi poſſono annoverare Omero, Eſiodo, Arato; fra i Latini Lucrezio, Orazio, Virgilio, Ovidio, Manilio, Lucano, Claudiano; ſi trovano eſſi pieni d' ammirazione per l' Aſtronomia in molti luoghi delle loro opere. Ecco Ovidio*

---------- juvat ire per alta
Aſtra, juvat terris & inerti ſede relicta,
Nube vehi, validique humeris inſidere Atlantis. *Met.* XV. 146.

Orazio racconta gli oggetti di curioſità e di ricerche, delle quali invidiava lo ſtudio in un ſuo amico:

Quæ mare compeſcant cauſæ, quid temperet annum,
Stellæ ſponte ſua, juſſæ ne vagentur & errent,
Quid premat obſcurum Lunæ, quid proferat orbem.
L. I. ep. 12. *ad Iccium.*

Virgilio ſembra volere abbandonare ogni altro ſtudio, per trattenerſi a conſiderare le meraviglie dell' Aſtronomia:

Me vero primum dulces ante omnia Muſæ,
Quarum ſacra fero ingenti perculſus amore,
Accipiant: cælique vias & ſidera monſtrent,
Defectus Solis varios, Lunæque labores,
Unde tremor terris; qua vi maria alta tumeſcant
Objicibus ruptis, rurſuſque in ſe ipſa reſidant;
Quid tantum Oceano properent ſe tingere ſoles
Hyberni, vel quæ tardis mora noctibus obſtet -----
Felix qui potuit rerum cognoſcere cauſas. *Georg. II.* 475.

Lo ſteſſo Ovidio teſſe un elogio sì magnifico dei primi Inventori dell' Aſtronomia, che non poſſo tralaſciare di deſcriverne una parte:

Felices animos, quibus hæc cognoſcere primis,
Inque domos ſuperas ſcandere cura fuit;
Credibile eſt illos pariter vitiiſque lociſque
Altius humanis exeruiſſe caput.
Non venus aut vinum ſublimia pectora fregit,
Officiumve fori, militiæve labor;
Nec levis ambitio, perfuſaque gloria fuco,
Magnarumve fames ſollicitavit opum.
Admovere oculis diſtantia ſidera noſtris,
Ætheraque ingenio ſuppoſuere ſuo.
Sic petitur cælum ---------- *Faſt. I.* 297.

La cognizione degli Aſtri ha prodotte molte bellezze nelle opere degli antichi Poeti; appreſſo i quali ſcorgeſi di rado quell' ignoranza, che deforma qualche opera moderna: tale è quella di quel Poeta, che parlando dei due poli, ſuppone che l' uno ſia il Pole brûlant, *e l' altro il* Pole glacé (*M. de Jarry*, Prix de 1714).

La Fontaine parla dell' Aſtronomia con ſomma nobiltà eſprimendoſi così:

Quand pourront les neuf Sœurs, loin des cours & des villes,
M' occuper tout entier, & m' apprendre des cieux
Les divers mouvemens inconnus à nos yeux,
Les noms & les vertus de ces clartés errantes.
Songe d' un Habitant du Mogol.

Il Sig. de Voltaire non ſolo il primo Poeta del noſtro ſecolo, ma il più dot-

detto, che poſſa mai eſſere ſtato, moſtrò in diverſi luoghi delle ſue opere, quanto è il ſuo guſto per la Fiſica celeſte. In una Lettera ſcritta nel 1738 *ſembrava dolerſi come Virgilio e la Fontaine, e ſi moſtrava portato intieramente verſo le Scienze; ſcriſſe ſulla Fiſica del Nevvton un Libro, che gli reſe dell' onore, e ne diede molto anche alle Scienze e ai Dotti di cui cantò in belliſſimi verſi, e ſpecialmente al Nevvton, di cui parla anche in una Lettera a Madam. la Marcheſa di Châtelet:*

Confidens du Très-Haut, Subſtances éternelles,
Qui parez de vos feux, qui couvrez de vos alles
Le Trône où votre Maître eſt aſſis parmi vous:
Parlez! Du grand Nevvton n' étiez-vous point jaloux?

Non ſi poſſono con queſti paragonare ſe non i due verſi del Pope ſullo ſteſſo ſoggetto, che non ardiſco tradurre per non indebolirli:

Nature, and Nature' s lavvs lay hid in night;
God ſaid: let Nevvton be, and all vvas light.

Non vi fu mai uomo tanto degno di queſti elogi ſublimi, e sì degnamente celebrato.

L' indifferenza per lo ſpettacolo più bello dell' Univerſo parve ſtrana ai più gran genii che abbiamo in ogni genere. Il Taſſo mette in bocca a Rinaldo delle rifleſſioni, che meritano d' eſſere riportate per iſtruzione di quelli, i quali ſi potrebbero finalmente rimproverare; Egli portandoſi avanti dì verſo il monte oliveto contemplava la bellezza del Cielo:

Con gli occhi alzati contemplando intorno
Quinci notturne, e quindi mattutine
Bellezze incorruttibili e divine,
Fra ſe ſteſſo penſava, o quante belle
Luci il tempio celeſte in ſe raguna!
Ha il ſuo gran Sole il dì, l' aurate ſtelle
Spiega la notte, e l' argentata Luna;
Ma non è chi vagheggi o queſta o quelle;
E miriam noi torbida luce e bruna,
Ch' un girar d' occhi, un balenar di riſo,
Scopre in breve confin di fragil viſo!

Geruſ. lib. Cant. XVIII. v. 94.

Gli onori reſi in ogni tempo e da ogni nazione ai celebri Aſtronomi ſono una prova della ſtima che ſi ebbe ſempre di queſta Scienza. Nel 1695 *ſi vide coniata una medaglia in onore del Caſſini, (vedeſi rappreſentata*

nella deſcrizione della Meridiana di Bologna) ; ma nella Storia antica trovanſi de' tratti più luminoſi in favore dell' Aſtronomia : Gli antichi Re di Perſia e i Sacerdoti Egiziani ſi ſceglievano tra i più dotti in queſta Scienza . I Re Spartani adoperavano degli Aſtronomi nel loro conſiglio ; e Aleſſandro ſe li conduceva dietro nelle ſue ſpedizioni militari ; e Ariſtotele ci atteſta , che dal medeſimo non intraprendevaſi coſa alcuna ſenza conſultarli ; è bensì vero , che aveavi molto luogo il guſto delle predizioni ; ma la vera Aſtronomia ne profittò . E' noto quanto Tolommeo Filadelfo , ſecondo Re d' Egitto , favoriſſe queſta Scienza ; ſi videro fiorire al di lui tempo molti celebri uomini , Ipparco , Callimaco , Apollonio , Arato , Bione , Teocrito , Conone , che non erano già Aſtrologhi .

Giulio Ceſare compiacevaſi di avere delle cognizioni ſingolari d' Aſtronomia , come ſi rileva dal diſcorſo che Lucano gli fece fare ad Acoreo Sacerdote Egiziano nel paſto di Cleopatra . Tiberio , ſecondo Svetonio , era molto applicato all' Aſtronomia . L' Imperatore Claudio prevedendo un' eccliſſe in un giorno anniverſario della ſua naſcita , e temendo poterſi per ciò ſpargere in Roma qualche terrore o tumulto , ordinò che ſe ne avviſaſſe il Publico , e ſi ſpiegaſſero le circoſtanze e le cauſe di tale fenomeno .

L' Aſtronomia fu ſpecialmente coltivata dagl' Imperatori Adriano e Severo , da Carlo Magno , da Leone V. Imperatore di Coſtantinopoli ; da Alfonſo X Re di Caſtiglia , di cui abbiamo le Tavole Alfonſine , da Federico II , Imperatore d' Occidente ; che fece tradurre in Latino l' opera di Tolommeo , e ne piantò in Napoli una publica Scuola .

Nella mia Aſtronomia ſi può vedere quanto queſta Scienza ſi apprezzava dal Califo Almamon , dal Principe Ulug-Beg , e da molti altri Monarchi dell' Aſia e della China . E' noto , dice il P. Gaubil , che la Religione entrò nella China per mezzo dell' Aſtronomia ; ſenza la quale ne ſarebbe da gran tempo ſbandita . (T. II. p. XVI , e p. 117). Fra gli Eroi che amarono queſta Scienza ſi annoverano Maometto II , Conquiſtatore dell' Impero Greco , l' Imperatore Carlo V , Carlo II Re d' Inghilterra e ſopra tutto Luigi XIV ; la di cui protezione per le Scienze ſi moſtrò baſtantemente nella Fondazione dell' Accademia ; gli Aſtronomi di Parigi furono più d' una volta chiamati alla Corte dalla curioſità di queſto Principe , e furono dalla di lui preſenza onorati (Hiſtoire Céleſte p. 261). Luigi XV. diede loro ogni giorno de' contraſſegni del ſuo impegno e gradimento per le loro fatiche ; il Re d' Inghilterra ſe n' occupa egli ſteſſo con piacere , e ſi fece coſtruire un belliſſimo Oſſervatorio per ſuo uſo nel Caſtello di Richemond .

Evelio , quantunque nato e ſtabilito a Danzica , vi ſperimentò una prova ſingolare della ſtima che di lui avevano Luigi XIV e il gran Colbert ; e fu dopo lo ſpaventevole incendio , cui andò ſoggetto li 26 Settembre 1679 per malizia d' un ſuo domeſtico : Colbert con Lettera delli

28 Di-

28 Dicembre 1679 da S. Germain ſcriſſe all' Evelio, che il Re intereſſandoſi per lui nella perdita che avea fatta, gli regalava 2000 Scudi. Leggeſi copia di queſta Lettera, manoſcritta nella Selenografia d' Evelio, che conſervaſi nella Biblioteca del Re.

Con tali prove di protezione e di ſtima poſſono ſoſtenerſi e perfezionarſi le Scienze tanto ingrate verſo i loro coltivatori. La Fondazione delle Accademie di Londra, Parigi, Berlino, Petersbourg, Stockolm, Bologna ec. ha ſegnalato il guſto di molti Principi e altri Perſonaggi per le Scienze, e contribuirono ſpecialmente al progreſſo dell' Aſtronomia.

Indipendentemente da queſte celebri Società vi ſono quattro Fondazioni, che principalmente promoſſero l' Aſtronomia o col formarne degli Allievi, o col facilitare i mezzi a degli Aſtronomi già celebri per ſoddisfare il loro genio; il Collegio Reale di Francia, il Collegio di Gresham a Londra, e le Fondazioni d' Oxfort e di Cambridge in Inghilterra; io ne parlai molto a lungo nella Prefazione della mia Aſtronomia, *come anche di tutti i celebri Oſſervatorj, nei quali finora ſonoſi fatte importanti oſſervazioni. Il numero di queſti Oſſervatorj s' accreſce di giorno in giorno; v' è il progetto per uno ancora in Verſaglies; e noi poſſiamo con fondamento ſperare, che l' Aſtronomia avrà ben preſto quel progreſſo, che eſige un gran numero di cooperatori.*

TAVOLA

Dei dodici libri, che compongono queſt' Opera, e delle loro ſuddiviſioni.

LIBRO PRIMO.

DElla ſfera e delle coſtellazioni. Pag. 1
Trovare l' altezza del polo per mezzo delle ſtelle. 9
Della grandezza della terra. 11
Delle latitudini geografiche, o terreſtri. 12
Delle longitudini geografiche. 13
Del moto proprio della luna, e delle ſue faſi. 15
Del moto annuo, e dell' ecclittica. 16
Dell' obliquità dell' ecclittica, e de' tropici. 19
Moto del ſole. 21
Dei pianeti in generale. 23
Delle aſcenſioni rette, declinazioni, longitudine, e latitudine degli aſtri. 24
Della ſfera armillare. 26
Della ſfera retta, obliqua, e paralella. 28
Delle ſtagioni, e dei climi. 32
Delle zone terreſtri. 35
Degli antipodi. 37
Tirar una linea meridiana. 39
Del globo celeſte artifiziale, e dei ſuoi uſi. 42
Dalla nota latitudine d' un paeſe terreſtre e dal noto levare del ſole in ciaſcun giorno dell' anno, trovare l' ora del levare e tramontare del ſole. 43
Trovare, quali ſono i due giorni dell'anno, nei quali il ſole leva in un dato luogo all' ora marcata. 44
Trovare i punti dell' orizzonte, nei quali leva il ſole ogni giorno. 45
Trovar l' aſcenſion retta del ſole per ogni giorno. ivi
Trovar a qualunque ora l' aſcenſione retta del mezzo del cielo. ivi
Trovare a qual ora il ſole deve aver un certo grado d' azimuto in un giorno dato. 47
Trovare, qual ſia l' altezza d' un aſtro in un iſtante dato. 48
Trovare l' ora della culminazione d' una ſtella o del ſuo paſſaggio per il meridiano. ivi
Trovare in qual giorno una ſtella ſi leva ad una certa ora. 49
Trovare il giorno del tramontare eliaco d' una ſtella, cioè, il giorno, in cui ceſſerà di vederſi la ſera dopo il tramontare del ſole. 50
Del globo terreſtre artifiziale, e dei ſuoi uſi. 52
Delle coſtellazioni. 54

Tavo-

Tavola delle cento coſtellazioni, ſolite a porſi nei globi celeſti. 55
Tavola dell' ora, in cui paſſano per il meridiano le principali ſtelle nel primo giorno di ciaſcun meſe, coll' altezza meridiana per Parigi. 57
Deſcrizione generale delle coſtellazioni, e metodo di conoſcere le ſtelle per via di certe collineazioni. 58
Delle ſtelle cangianti e nebuloſe. 65

LIBRO SECONDO.

I fondamenti dell' aſtronomia, e i ſiſtemi del mondo. 69
Del moto, e delle diſuguaglianze del ſole. 70
Metodo delle altezze corriſpondenti. 76
Deſcrizione del quadrante mobile. 79
Della miſura del tempo. 83
Trovare il tempo vero d' un' oſſervazione. 85
Dell' equazione del tempo. 86
Del paſſaggio per il meridiano, del levare e del tramontare degli aſtri. 89
Del ſiſtema del mondo. 91
Del ſiſtema di Copernico. 95
Del ſiſtema di Ticone-Brahe. 99
Obbiezioni contro il ſiſtema di Copernico. 102
Spiegazione dei fenomeni nel ſiſtema di Copernico. 106
Moti dei pianeti veduti dalla terra. 109
Delle rivoluzioni planetarie. 117
Delle equazioni ſecolari. 118
Ritorno dei pianeti all' iſteſſo ſito. 119
Stazioni e retrogradazioni dei pianeti. 120

LIBRO TERZO.

Teoria del moto dei pianeti intorno al ſole. 122
Del moto ellittico. 127
Dell' equazione dell' orbita. 131
Determinazione degli afelj. 135
Metodo per correggere in una volta i tre elementi d' un' orbita. 136
Dei nodi, e delle inclinazioni dei pianeti. 138
Delle inclinazioni. 140
Dei diametri dei pianeti, e dei micrometri che ſervono a miſurarli. 142

LIBRO QUARTO.

Dei moti della luna, e del calcolo delle parallaſſi. 147
Delle inegualità della luna. 151
Dei nodi, e dell' inclinazioni dell' orbita lunare. 153

Del

Del diametro della luna. 154
Della parallaſſe della luna. 155
Metodi per trovare la parallaſſe orizzontale d' un pianeta. 158

LIBRO QUINTO.

Delle eccliſſi. 163
Delle eccliſſi della luna. 166
Trovare le faſi d' una eccliſſe di luna. 167
Delle eccliſſi del ſole. 170
Trovare le faſi d' un' eccliſſe del ſole col metodo delle projezioni. 180
Trovare le faſi d' una eccliſſe di ſole, o di ſtella con la riga e col compaſſo. 187
Uſo delle eccliſſi per trovare le longitudini geografiche. 192
Dei paſſaggi di venere e di mercurio ſotto al ſole. 195

LIBRO SESTO.

Delle rifrazioni. 199
Metodo di trovare le rifrazioni aſtronomiche. 202

LIBRO SETTIMO.

Dei moti delle ſtelle fiſſe. 206
Dell' aberrazione delle ſtelle. 209
Della nutazione. 215

LIBRO OTTAVO.

Della figura della terra. 220
Della figura e ſchiacciamento della terra. 221

LIBRO NONO.

Dei ſatelliti di giove e di ſaturno. 227
Ineguaglianze de' ſatelliti. 229
Dell' eccliſſi de' ſatelliti 233
Dei ſatelliti di ſaturno. 238

LIBRO DECIMO.

Delle comete. 242
Diverſe opinioni ſulle comete. 244
Del moto parabolico delle comete. 245
Del ritorno delle comete. 251
Diverſe oſſervazioni ſulle comete. 253

LI-

Digitized by Google

LIBRO UNDECIMO.

Della rotazione de' pianeti, e delle loro macchie. 258
Dell' equatore, e della rotazione del sole. 262
Della rotazione lunare, e della librazione. 266
Della rotazione e figura degli altri pianeti. 268
Della pluralità de' mondi. 270

LIBRO DUODECIMO.

Della gravità o attrazione de' pianeti. 272
Della forza centrale nelle orbite circolari. 281
Del moto ellittico dei pianeti. 289
Delle ineguaglianze prodotte dall' attrazione. 291
Del moto degli apsidi. 298
Del moto dei nodi dei pianeti. 299
Del flusso e riflusso del mare. 302
Tavola che contiene il risultato delle osservazioni più recenti sulle rivoluzioni, grandezze e distanze de' pianeti. 313

Fine della Tavola de' Libri.

NOI RIFORMATORI

DELLO STUDIO DI PADOVA.

AVendo vedùto per la Fede di Reviſione ed Approvazione del Pubblico Reviſor *D. Natale dalle Laſte* nel libro intitolato : *Compendio d' Aſtronomia colle Tavole Aſtronomiche ec. MS.* non v' eſſer coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e buoni coſtumi concediamo Licenza a *Marcantonio Manfrè Stampator di Venezia* che poſſi eſſere ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, e preſentando le ſolite Copie alle Pubbliche Librarie di Venezia e di Padova.

Dat. li 22. Aprile 1776.

(ALVISE VALLARESSO RIF.

(ANDREA TRON CAV. PROCUR. RIF.

(GIROLAMO ASCANIO GIUSTINIAN CAV. RIF.

Regiſtrato in Libro a Carte 316. al Num. 614.

Davidde Marchefini Segretario.

Addi 26. Aprile 1776.

Regiſtrato nel Magiſtrato Eccellentiſſimo contro la Beſtemmia.

Gio: Pietro Dolfin Segretario.

COM-

Digitized by Google

Digitized by Google

COMPENDIO D' ASTRONOMIA.

LIBRO PRIMO.

Della Sfera e delle Coſtellazioni.

1. IL metodo più ſemplice per imparar a conoſcere il cielo e i ſuoi diverſi moti, conſiſte in ſeguire l'ordine naturale delle coſe, che vi ſi oſſervano, e dei rapporti che ne riſultano. Noi vediamo tutti, che il Sole e la Luna levano, e tramontano ogni giorno; ma ſe noi paſſeremo una notte mirando le altre ſtelle, noi le vedremo parimenti levare e tramontare; e caveremo queſta concluſione, che v' è un *moto comune*, per cui gli aſtri in generale fanno il giro della terra in 24. ore.

2. Se per contemplare più attentamente le circoſtanze di queſto *moto diurno* un ſi poſta in un luogo elevato e guarda intorno, non potrà a meno di oſſervare il cerchio il più apparente, che ſi chiama l' *Orizzonte*: Quel vaſto contorno del cielo, che appariſce tutto intorno in forma di cerchio, e che da ogni parte termina la noſtra viſta, trovandoſi in pieno mare, o in un luogo elevato, divide il cielo in due parti; ma ſolamente viſibile è quella che reſta ſopra l' orizzonte, ed appariſce in forma di emiſfero, o di una mezza palla. Gli aſtri non ſi rendono viſibili ſe non quando arrivano in queſto *emiſfero ſuperiore*, e allora diciamo che *naſcono*, o *levano*.

3. Oltre queſto primo cerchio, altri ſe ne preſentano che ſono quaſi

egualmente oſſervabili. Poichè eſaminando il moto generale degli aſtri per una o più notti, ſi oſſerva ben toſto che ciaſcuna ſtella deſcrive un cerchio particolare nello ſpazio di 24. ore in circa: le ſtelle che ſono più a tramontana deſcrivono dei cerchi più piccoli che le altre; e ſi vede che tutti queſti cerchi percorſi da differenti ſtelle diminuendoſi ſempre più, vanno in fine a perderſi e confonderſi in un punto elevato della rotondità del cielo, che noi chiamiamo il *Polo del mondo*; quello che noi vediamo, è il *Polo boreale*, *artico*, o *ſettentrionale*.

4. Onde per formarſi un' idea dell' Aſtronomia biſogna cominciare a conoſcere il Polo del mondo, vale a dire, il luogo, verſo il quale ſi trova ſituato nel cielo ſtellato. Si oſſerva in cielo una ſtella che v' è aſſai vicina, e che ſi chiama la *Stella Polare*. Queſta ſtella eſſendo aſſai vicina a queſto polo fiſſo, intorno il quale le altre ſtelle girano ogni giorno, pare ſenſibilmente nell' iſteſſo luogo in qualunque ora e ſtagione dell' anno ſi guardi. Ma è ella la ſola che gode di queſta condizione; tutte le altre ſtelle deſcrivono dei centri intorno la ſtella polare, o più toſto intorno il polo, che è come il centro del moto, o il zocco della ruota. Faremo vedere nel corſo di queſta opera (art. 400.) che queſti moti, che ſono mere apparenze, provengono dal moto della terra; ma per ora noi dobbiamo, come gli antichi aſtronomi, limitarci ad oſſervare i fenomeni ſenza ſalire alla cagione loro; il noſtro progreſſo ſarà più naturale e più facile.

5. La ſtella polare potrebbe riconoſcerſi ſenza altra indicazione: un oſſervatore ſolo e iſolato che non aveſſe mai contemplato il cielo, e che aveſſe ſolamente la pazienza di eſaminare per una parte della notte le differenti ſtelle, oſſervando la loro altezza, e la loro poſizione riſpetto a dei campanili, a dei monti, o altri oggetti rimarcabili, preſto ſi accorgerebbe che v' è una bella ſtella, che conſerva a preſſo poco una medeſima ſituazione tutta la notte, e con ciò riconoſcerebbe quella che ſi è dovuto chiamare ſtella polare. Se queſta marca non baſtaſſe, potrebbe l'oſſervatore applicarſi a queſt' altro metodo.

6. Si conoſce da per tutto quella coſtellazione, compoſta di 7. ſtelle, rappreſentata nella Figura prima (*Fig.* 1.) che la gente di campagna chiama il *Carro*, perchè tiene infatti qualche apparenza di carro. Da gli aſtronomi viene chiamata l' *Orſa maggiore*. Se ſi tira una linea per le due ſtelle che ſono più rimote dalla coda, marcate α, e β, queſta linea prolungata dalla parte della ſtella α, paſſerà molto vicina alla ſtella polare, che ſi trova in circa tanto lontana dalla ſtella α, quanto queſta lo è dalla ſtella β all' eſtremità della coda. La ſtella polare in certi tempi ſarà più alta dell' Orſa, in altri più baſſa. Nel primo caſo la linea, che deve andar a incontrar la ſtella polare, dovrà prolungarſi al di ſopra della grande Orſa, e ciò accade quando al principio di Novembre la ſi riguarda due ore avanti mezza notte; all' oppoſto al principio di Maggio nell' ora medeſima, ſi vede l' Orſa al colmo del cielo; ed allora biſognerebbe prolungare in giù la medeſima linea delle due ſtelle precedenti del quadrato dell' Orſa per incontrare la ſtella polare. Altre volte

te la ſtella polare ſarà da lato, e la linea di cui ſi parla ſi eſtenderà a dritta o a ſiniſtra dell' Orſa; ma in tutti i caſi la ſtella polare, ed il Polo del mondo, che ne è viciniſſimo, ſi trova ſempre dalla parte della ſtella *a*, o ſia dalla parte della conveſſità della coda.

7. Un oſſervatore che conoſca in cielo la ſituazione del Polo del mondo, diſtinguerà naturalmente i *Punti Cardinali*, *Tramontana*, *Mezzodì*, *Oriente*, e *Occidente*. 1°. *Tramontana*, *Settentrione*, o il *Nord*, è quel ſito dove ſi volge la faccia guardando il Polo; (nell'orizzonte, ſotto il Polo) 2°. *Mezzodì*, *Oſtro*, o il *Sud* è il ſito oppoſto, quello ove ſi vede il Sole, nei noſtri climi, alla metà del giorno; 3°. L'*Oriente*, il *Levante*, l' *Eſt*; 4°. L'*Occidente*, il *Ponente*, l'*Oueſt*; queſti due punti ſono poſti tra li due del Nord e del Sud, a diſtanze eguali, e ad angoli retti, l'uno dalla parte dove levano gli aſtri, l' altro dalla parte dove tramontano. L' Oriente è a dritta, quando ſi riguarda il Polo.

8. Il *Zenit* anche eſſo è un punto molto neceſſario a conſiderarſi nel cielo, e gli aſtronomi lo nominano ogni momento: è il punto che corriſponde direttamente ſopra il noſtro capo, quello a cui ſi dirige un filo a piombo, che ſi finge prolungato fino alla ſommità del cielo.

9. Il Zenit eſſendo il punto più elevato del cielo riſpetto ad uno ſpettatore, ſi trova ſempre lontano da qualunque punto dell' orizzonte 90. gradi, o ſia per un quarto di cerchio (*a*). Se dunque un Aſtro compariſce elevato di 60° (gradi) ſarà lontano dal Zenit gradi 30°, poichè 60 e 30 fanno li 90°, che ſi trovano tra l'orizzonte e il Zenit; perciò in ſeguito potremo dire, che l'altezza di una ſtella è il *complemento* della ſua diſtanza dal Zenit, perchè il complemento di un arco è ciò che gli manca per andar a 90°.

10. Il *Nadir* è il punto infimo della ſfera celeſte, quello che è direttamente oppoſto al Zenit, quello verſo cui ſi dirige all'ingiù per la gravità naturale un filo a piombo. Il Nadir e il Zenit eſſendo l'uno all'altro direttamente oppoſti, ſe ſi concepiſce un cerchio che giri tutto il Cielo, paſſando per il Zenit e per il Nadir, vi ſarà un ſemicerchio, o ſia 180°, tanto da una parte che dall'altra; e chiameremo *verticale* (n. 184.) un cerchio, che in tal modo va dal Zenit al Nadir, da qualunque parte ſia; come ſi chiama *linea verticale* quella, che marca il filo a piombo, o la direzion della quale prolungata in alto e in baſſo, andrebbe a trovare il Zenit e il Nadir.

11. Ogni volta che ſi guarda il cielo da qualche luogo aperto, naturalmente ſi concepiſce, che ſcorgendoſi una metà del globo di ſopra, ve n' è una metà che non ſi vede. Perciò l' orizzonte è un *cerchio maſſimo*

(*a*) Supponiamo, come coſa nota, che per *grado* s' intenda la trecenteſima ſeſſageſima parte di un cerchio, e per conſeguenza un quadrante, o quarto di un cerchio, contiene 90 gradi. Si oſſervi, che i gradi, minuti, ſecondi, ecc. ſi notano così, per eſempio 45°. 32'. 40". così le ore, minuti, e ſecondi 3.^{h} 50', 54". talora vi ſono i giorni, come 365.^{g} 5.^{h} 48'. 45", ch'è l'anno.

della ſfera (cioè che paſſa per il centro , e la divide per mezzo) che in qualunque luogo della terra ſepara la parte viſibile del cielo dalla inviſibile .

12. Tal è l'*orizzonte Razionale*, o *Aſtronomico:* non parleremo di quello , che ſi chiama *orizzonte ſenſibile* che ſi conſidera come un piano paralello all' orizzonte razionale, che tocca la ſuperficie della terra : di queſto non facciamo uſo ; e per altro ſi confonde coll' orizzonte razionale , quando ſi tratta degli aſtri molto rimoti ; ne differiſce ſoltanto per gli oggetti che ci circondano , e che limitano la noſtra viſta , ſe non ſiamo in pieno mare , o in ſito aſſai elevato . L' orizzonte ſenſibile , o piuttoſto l' *orizzonte ſiſico* in pieno mare , ſe l' occhio ſi trova a 5 piedi di altezza , s' eſtende alla diſtanza di 2300 pertiche in circa (vedete articolo 824).

13. L' orizzonte è differente per tutti i differenti punti della terra : ogni paeſe , ogni oſſervatore ha il proprio orizzonte , e cambiando luogo ſi cambia orizzonte. L' oſſervatore poſto in A (Fig. 2.) ha per orizzonte H O ; ſe ſi avanza di 10° al punto B , il ſuo orizzonte diventerebbe R I , il quale col precedente farebbe un angolo di 10°.

14. Avendo ben rimarcato dalla parte di tramontana il luogo del Polo ſettentrionale , elevato ſopra dell'orizzonte , è facile il concepire che ve n' è un altro dalla parte di mezzodì (che ſi chiama *Polo Meridionale*, *Auſtrale* , o *Antartico*) oppoſto al primo , e altrettanto abbaſſato ſotto l'orizzonte . A Parigi il Polo boreale è innalzato intorno 49° , a Venezia 45° ; il Polo auſtrale n' è altrettanto abbaſſato . Queſti due Poli ſono le due eſtremità di una linea retta che s' immagina andare dall' uno all' altro , e che ſi chiama *Aſſe del mondo* , perchè di fatto il Cielo pare girare ogni giorno intorno di queſta linea come aſſe .

15. Quando ſi conoſcono li due eſtremi dell' aſſe , è facile concepire la ruota , o il cerchio , che gira in mezzo ; queſto ſarà l' *Equatore* ; baſterà immaginare un cerchio collocato in mezzo all' aſſe , egualmente lontano dai due Poli del mondo . Sia un cerchio (Fig. 3.) H P Z E O R Q H , che paſſi per li Poli e che rappreſenti la circonferenza di un verticale (n. 10) P il Polo boreale , R il Polo auſtrale che gli è oppoſto , P R l' aſſe del mondo ; la linea E Q rappreſenterà il diametro dell' Equatore ; o del cerchio , che paſſa a diſtanza eguale dai due Poli , il cui piano è perpendicolare all' aſſe , come il piano di una ruota è perpendicolare al ſuo aſſe : ſi deve immaginare ſul diametro E Q un cerchio perpendicolare al piano della figura , di cui la metà ſia ſopra la carta , l' altra metà di ſotto : queſto cerchio ſarà l' Equatore . Queſto fu il primo cerchio , che ſi figurarono gli antichi Aſtronomi a cui i Caldei e gli Egiziani riferivano tutti gli aſtri , dal tempo di Erodoto , 450 anni avanti G. C. Tal ſituazione dell' Equatore così collocato a diſtanza eguale dai due Poli fa che ſi può dire in generale e indifferentemente , che la ſfera col ſuo Equatore E Q gira intorno l' aſſe P R , o pure intorno i Poli P ed R dell' Equatore . La figura 6 rappreſenta pure l' Equatore E F Q G E , veduto in proſpettiva , e ſituato tra i Poli P ed R .

16. Que-

16. Queſto moto diurno intorno l' aſſe ed i Poli del mondo viene eſpreſſo nei ſeguenti verſi di Manilio (*a*)

Aera per gelidum tenuis deducitur axis,
Libratumque gerit diverſo cardine mundum,
Sidereus medium circa quem volvitur orbis,
Æternoſque rotat curſus immotus . . . . Lib. I. v. 179.

Il Polo boreale, o Artico, vien diſegnato da Lucano, e da Manilio per la vicinanza dell'orſe chiamate *Arctos*.

Axis inocciduus gemina clariſſimus Arcto. Luc. VIII. 175.
Alter in adverſum poſitus, ſuccedit ad Arctos. Man. I. 682.

e Virgilio diſegna la differenza de' Poli, di cui l' uno è innalzato dalla parte del Nord, l'altro abbaſſato all'oſtro, dicendo:

Hic vertex nobis ſemper ſublimis, at illum
Sub pedibus Styx atra videt maneſque profundi. Georg. I. 242.

17. Come i punti P, R, ſono chiamati Poli dell' Equatore perchè l' Equatore giace a diſtanza eguale dall'uno e dall' altro; così in generale *Poli di un cerchio* ſi chiamano i due punti della ſfera i più lontani da queſto cerchio, o quelli che ſi trovano in una linea perpendicolare al piano del medeſimo cerchio, e che paſſi per il ſuo centro. Così il Zenit è polo dell' orizzonte; dicaſi lo ſteſſo di ogn' altro cerchio: Il ſuo polo n'è ſempre lontano di 90° da qualunque parte.

18. La linea che paſſa per li due poli di qualunque cerchio chiamaſi parimenti in generale l'*Aſſe di tal cerchio*; per eſempio la linea verticale è l' aſſe dell' orizzonte. Non ſi confonda l' aſſe col diametro di un cerchio; ſono due coſe differentiſſime: il diametro giace tutto nel piano del cerchio; l' aſſe lo traſora perpendicolarmente, e non ha altro punto comune col cerchio fuor che il centro per cui paſſa.

19. Dopo di aver eſaminato ogni giorno il levare ed il tramontare del Sole, facilmente ſi chiamerà mezzo del giorno, mezzodì, mezzo del cielo, *Meridiano*, il luogo dove ſi trova il Sole, quando dopo di eſſerſi innalzato al colmo del ſuo corſo, comincia a diſcendere, o ſia il punto della ſua maggior elevazione a mezzo il giorno. Oſſervando iſteſſamente tutti gli aſtri che levano e tramontano, ſi ſcorgerà che ſi trovano nella maggiore altezza nel mezzo dell' intervallo tra il levare e il tramontare, ben-

(*a*) Il Poema di Manilio contiene un' ampia deſcrizione dei cerchi della ſfera, dei ſegni del Zodiaco, colle virtù che loro ſi attribuivano, e delle ſtagioni. Quelli che amano queſto genere di Poeſia, potranno parimenti legger i Poemi del Buchanam, dei P. Boſchovich, e di Monſig. Stay.

benchè più o meno elevati, e ſi dirà pure che ſono nel meridiano; ma queſto punto è differentemente elevato per differenti aſtri, ed anche per il ſole che noi vediamo ora più alto, ora più baſſo al mezzodì. S'immaginerà dunque un gran cerchio, come (Fig. 3.) HPZEORQH, che paſſi per il Zenit, per il Nadir, e per li Poli, e queſto ſarà il *Meridiano*. Si chiama anco così, perchè indica il mezzo del giorno, quando il ſole vi arriva. Ogni punto di queſto cerchio è ugualmente lontano dall' orizzonte a dritta e a ſiniſtra; di modo che tutti gli aſtri tra il loro levare e il loro tramontare ſi troveranno nel Meridiano, una volta al di ſopra dell' orizzonte, e una volta al di ſotto dopo il tramontare; così il cerchio loro diurno ſarà tagliato dal Meridiano in quattro parti, due di ſopra l' orizzonte uguali tra loro, due di ſotto uguali pure tra loro, benchè forſe maggiori o minori delle prime.

Il cerchio del Meridiano divide tutto il Cielo in due emiſferi, uno all' oriente che ſi chiama *emiſferio orientale*, l' altro all' occidente, *emiſferio occidentale*. Il Meridiano paſſa pure per li due Poli del mondo, e divide per mezzo tutti i cerchi che gli aſtri deſcrivono intorno i Poli.

20. Il Meridiano d' un paeſe ſituato più a Levante o a Ponente di Parigi è differente dal Meridiano di Parigi; e l' oſſervatore che s' avanza verſo levante o ponente, muta meridiano di tanto quanto s' avanza, poichè il ſuo meridiano paſſa ſempre per il ſuo nuovo Zenit, e per li due poli del mondo. Così tra Parigi e Breſt all' occidente eſſendovi 7° incirca, il meridiano di Parigi è più orientale di quello di Breſt, e ne differiſce di 7°. Solamente in un ſenſo ſi può cambiar luogo ſenza cambiar meridiano, e queſto è andando direttamente verſo il Nord o verſo il Sud, vale a dire verſo l' uno de' Poli.

21. Tutti i Meridiani dei differenti paeſi della terra s' incontrano e ſi tagliano nei due Poli del mondo, poichè tutti ſono menati da un Polo all' altro, (n. 19.); tutti ſono tagliati in due parti eguali dall' Equatore, poichè l' Equatore da per tutto ſi trova in diſtanza eguale dai due Poli; tutti ſono perpendicolari all' Equatore. Ma quando l' oſſervatore collocato in un luogo fiſſo parla del Meridiano, deve ſempre intenderſi del Meridiano del luogo dove è, di quello che paſſa per il ſuo Zenit, e che ſi concepiſce fiſſo ed *immobile* come l' *orizzonte*.

22. Stabiliti i tre cerchi principali della ſfera celeſte, l' orizzonte, l' equatore, il meridiano; l' oſſervatore deve a queſti cerchi riferire tutti gli aſtri che oſſerva. Primieramente egli è quaſi ſforzato a compararli all' orizzonte: poichè un aſtro non è viſibile ſe non quando ſi trova elevato ſopra l' orizzonte: il Sole non reca il giorno, la Luna non riſchiara le belle notti, ſe non dopo aver ſormontato queſto cerchio terminatore; e più che un aſtro s' innalza ſopra l' orizzonte, più comodo abbiamo per vederlo. Queſta elevazione dunque d' un aſtro ſopra l' orizzonte, è uno dei fenomeni ai quali era più naturale di attaccarſi; quindi una delle prime oſſervazioni da farſi, era di miſurare l' *Altezza di un aſtro* ſopra l' orizzonte.

23. Sia un oſſervatore O (Fig. 4.) di cui Z è il Zenit, ed HOR l'

oriz-

orizzonte; poichè è convenuto tra gli Aſtronomi di tutti i tempi, di dividere il cerchio in 360°, neceſſariamente ſi conterà 90° da Z fino ad R; poichè Z R è il quarto del cerchio, o della circonferenza intiera; così una ſtella che appariſce in Z avrebbe 90° di altezza; una che foſſe in A, a diſtanza uguale dall'orizzonte R e dal Zenit Z, ne avrebbe 45°, e così d'altre.

24. L' oſſervatore O che voleſſe miſurar queſte altezze non ha che a formarſi un *quarto di cerchio* B D, di cartone, di legno, o di metallo, dividerlo in 90 parti, porre uno de' lati B O verticalmente col mezzo di un piombino, e in queſto ſtato oſſervare, cioè mettendo l'occhio nel centro O, ſopra qual panto C riſponde l'Aſtro A; il numero dei gradi compreſi tra D e C, nel lembo dell' iſtromento, ſarà lo ſteſſo che quello de' gradi A R della ſfera celeſte, che marcano l' altezza dell' aſtro A ſopra l' orizzonte. Di fatto ſe l'arco D C è l' ottava parte di un' intiera circonferenza, o la metà di B D nel piccolo iſtromento, l' arco celeſte A R parimenti ſarà la metà di Z R; e ſarà l' uno e l' altro di 45°. I gradi non ſono altro che parti aliquote o porzioni di tutta la circonferenza; ve n' ha 90 nel quarto di un piccoliſſimo cerchio, come nel quarto di un grandiſſimo, come vi ſono due metà, o quattro quarti in qualunque oggetto, grande o piccolo. Su di queſto principio è fondata la *miſura degli angoli*, di cui faremo continuamente uſo, poichè tutte le noſtre miſure nel Cielo conſiſteranno in gradi o in parti di cerchio.

25. Gli Aſtronomi diſpongono più comodamente il Quadrante che adoprano a miſurare le altezze: pongono uno dei lati B O (Fig. 5.) in modo che ſia diretto verſo la ſtella A, di cui vogliono miſurare l'altezza. Al centro O di queſto iſtromento è ſoſpeſo liberamente un piombino O E D: all'ora l'arco E G del Quadrante compreſo tra il filo a piombo ed il raggio O G, avrà tanti gradi che l'arco A R, altezza dell'aſtro A ſopra dell' orizzonte O R: poichè la linea verticale Z O E D col raggio della ſtella B O A fa un angolo, la di cui miſura è l' arco A Z da una parte, e dall'altra l'arco B E pari di gradi; queſta è quella che chiamiamo *diſtanza dal Zenit*. Ora l'arco Z A è il complemento dell'arco A R, come B E è il complemento dell'arco E G; perciò l'arco A R è ſimile all' arco G E; dunque G E eſprime l' altezza dell' aſtro tanto quanto l' arco A R. Tale è la maniera, con cui procedono gli Aſtronomi in queſta oſſervazione fondamentale, che continuamente ſi pratica. Per oſſervare l' altezza di un aſtro ſopra l' orizzonte baſta dirigere uno de' lati B O del Quadrante B E G verſo l' aſtro ſuppoſto in A, e vedere quanti gradi il filo a piombo Z O E D ſoſpeſo liberamente al centro O dell' iſtromento intercetta contando dall' altro raggio O G, che vuol dire di quanti gradi è l'arco G E. Sopra queſto è fondato l' uſo del *Quadrante aſtronomico*, di cui faremo una chiara deſcrizione parlando dei fondamenti dell' Aſtronomia (331), ma di cui era neceſſario dare un' idea da principio.

26. La miſura degli angoli fatta per mezzo d'un Quadrante, o di qualunque altra porzione di circonferenza, è la baſe di tutta l' Aſtronomia. Di fatto un Aſtronomo vuol conoſcere i moti, e le rivoluzioni de' corpi cele-

celeſti, e diſegnare ad ogni tempo il ſito apparente di tutti gli aſtri gli uni rapporto agli altri: baſta perciò ſapere, che da un punto dato del cielo un aſtro è avanzato più d'un altro, un certo numero di gradi, o una qualunque porzione di circonferenza: non v'è qui biſogno di conoſcere queſti moti apparenti in leghe, in pertiche, o altre miſure aſſolute; dopo vi arriveremo anche (585); ma nel principio gli antichi Aſtronomi, e noi ſteſſi nel preſente libro non trattiamo che de' moti relativi ed apparenti, che ſi eſprimono in gradi, minuti, e ſecondi, o in parti di cerchio, e che baſtano per rappreſentare in ogni tempo lo ſtato del cielo, quale appariſce ai noſtri occhi.

Si oſſerva per eſempio, che un aſtro è lontano da un altro per la metà del cielo, vale a dire 180°, talmente che gli è diametralmente oppoſto; queſta è la più grande di tutte le diſtanze apparenti: ſe ſi trova un terzo aſtro a mezzo l' intervallo, e che appariſce tra gli altri due, noi diremo ch' ei diſta 90°, o ſia un quarto di cerchio, da ciaſcuno di eſſi: noi miſuriamo egualmente 30°, 15°, 5° di diſtanza apparente tra d'altri aſtri; e tutte queſte miſure ſi ottengono preſentando agli oggetti che ſi oſſervano, un arco di cerchio come B D (Fig. 4.) di cui il centro ſia nell'occhio O, e la parte C D ſia ſimile alla parte A R della circonferenza celeſte, che vogliamo miſurare; così per eſempio quando diremo che la Luna ha un mezzo grado, o 30 minuti di diametro, queſto vorrà dire, che ella occupa la metà della trecenteſima ſeſſageſima parte di una circonferenza, di cui il noſtro occhio è il centro; o ciò, che rinviene allo ſteſſo, che ſe foſſe ripetuta 720 volte intorno di noi, o che vi foſſero 720 lune in ſerie una dopo l' altra, ciò farebbe tutto il giro del cielo.

27. Mentre la ſfera intiera gira ſopra i due Poli P ed R (*Fig. 6.*) i punti ſituati nell' Equatore E Q deſcrivono un cerchio che è della grandezza medeſima della ſfera, vale a dire uno dei cerchi maſſimi, il cui centro è il centro ſteſſo della ſfera. Ma i punti che ſono più vicini ai Poli, come il punto A, deſcrivono cerchi minori: tale è il cerchio A B il cui centro è nel punto D dell'aſſe P R, e che nella figura ſembra un ovale, perchè ſupponiamo vederlo in proſpettiva, e da parte. Sono queſti i cerchi minori che ſi chiamano *paralelli dell' Equatore* o ſemplicemente *Paralelli*. Ogni punto del cielo poſto ſuori dell' Equatore deſcrive un paralello, che ſcema di grandezza a miſura che il punto è più lontano dall' Equatore (4).

Tutti queſti Paralelli A B, ſono tagliati in due parti uguali dal cerchio H B P A O; poichè il loro centro D ed il loro polo P trovandoſi nel piano del meridiano, queſto piano li traverſa per il centro, e per conſeguenza li taglia in due parti eguali; (19) così l'aſtro, che ſituato da principio nel punto A del meridiano, deſcrive col ſuo moto diurno il paralello A B ſtarà tanto tempo a dritta, che a ſiniſtra del meridiano, paſſerà due volte per il meridiano in diſtanza di 12 ore, il meridiano dividendo la durata della rivoluzion diurna in due parti eguali.

28. Se il Paralello A B che deſcrive la ſtella, ſi trova tutto ſopra l' oriz-

orizzonte H O, ſi vedrà paſſare tutte due le volte per il meridiano in A e in B; la ſua più grande elevazione ſopra l' orizzonte ſarà nel di lei paſſaggio ſuperiore in A, e l' altezza minima nel paſſaggio inferiore in B. Ma ſe il paralello della ſtella ſi trova con poca porzione ſopra l' orizzonte come il paralello M N L, di cui la parte ſuperiore M N ſopra l'orizzonte è molto minore della parte inviſibile N L, non ſi vedrà la ſtella, che a proporzione per poco tempo in 24 ore.

29. V' è queſta differenza tra i cerchi grandi, e i cerchi piccoli della ſfera, che i piani de' grandi paſſando per il centro tagliano la ſfera in due parti eguali, quando i cerchi minori, come A B, la tagliano in due ſegmenti, di cui uno è più picciolo come A P B, l' altro più grande, come A E M O R L Q B.

30. Un' altra differenza, che ſi deve oſſervare tra i cerchi maſſimi, ed i minori, è, che un cerchio maſſimo taglia neceſſariamente tutti gli altri cerchi maſſimi in due parti eguali, mentre un cerchio minore ſovente viene tagliato da un cerchio maſſimo in due parti diſuguali: La ragione è chiara, ſe ſi conſidera che due cerchi maſſimi avendo ciaſcuno il centro nel centro della ſfera, l' uno paſſa per il centro dell' altro: anno dunque un diametro comune che ſi chiama la *Comune Sezione* dei loro piani: ora la natura del diametro è di tagliar il cerchio in due parti eguali; perciò ogni cerchio grande è tagliato da un altro, ſecondo il proprio diametro, vale a dire in due parti eguali. All' oppoſto un cerchio minore, eſſendo fuori del centro del globo, può non ſolo eſſer tagliato in due parti diſuguali, ma ancora non eſſer tagliato, nè tocco, da un cerchio maſſimo dello ſteſſo globo. Sono queſti i primi aſſiomi della Trigonometria ſferica, di cui conviene ſaper la dottrina ſe ſi vuol fare qualche progreſſo in aſtronomia; ma le nozioni chè ne daremo qui ſaranno ſufficienti per l' intelligenza di queſto libro.

Vedremo parlando della *ſfera Armillare*, (100.) che vi ſi diſtingue principalmente ſei cerchi maſſimi, e quattro minori: l' ordine delle oſſervazioni ci ha condotto a diſtinguer già tre *cerchi maſſimi*, l'*Orizzonte*, l' *Equatore*, e il *Meridiano*. Si è parlato in generale dei cerchi minori chiamati paralelli dell' equatore; ſi parlerà degli altri a miſura che i fenomeni lo richiederanno.

Trovare l' altezza del Polo per mezzo delle Stelle.

31. La diſpoſizione dei tre cerchi maſſimi della ſfera, l' Equatore, l' Orizzonte, e il Meridiano, deve formare ormai la baſe di tutte le noſtre oſſervazioni: ad eſſi riferiremo gli aſtri per determinarne il ſito, ed i moti. Perciò la prima coſa, che dobbiamo fare, è di conoſcere la loro reciproca ſituazione, di ſapere come ſia collocato l' Equatore riſpetto all' Orizzonte noſtro; quanto il polo ſia innalzato dalla parte di tramontana; quanto innalzato l' Equatore dalla parte di mezzodì.

32. Poichè l' Equatore non è altro, che il cerchio ſopra cui ſi fa il moto diurno, l' Equatore viene determinato dall' andamento di queſto mo-

to iſteſſo ; e poichè queſto moto ſi fa intorno i poli , ſervirà inſieme a conoſcere , ſe la ſtella polare, di cui s' è parlato , ſia preciſamente ſituata nel polo del mondo , in modo che poteſſe eſſerne la marca ſicura e permanente ; allora baſterebbe miſurarne l' altezza (23) , e ſi avrebbe l' altezza del polo: ma ella n' è diſtante 2°. Si ſtenta , è vero , a diſtinguere ſe queſta ſtella cambi ſito guardandola colla viſta ſemplice , e ſenza avere avanti gli occhi qualche termine fiſſo a cui compararla: ma con iſtrumenti , e con attenzione mirandola, ſi trova che deſcrive anch' eſſa, come l' altre ſtelle , un piccolo cerchio intorno il polo. Non oſtante , ſe la ſtella polare non marca immediatamente il punto del cielo dov' è il polo, almeno il mezzo del cerchio ch' eſſa deſcrive ogni giorno , ne deve porgere un indizio ſicuro.

33. La ſtella A (*Fig.* 3, e 6) deſcrivendo intorno il polo P un cerchio AB, ſe queſta ſtella dal polo diſta 2° l' arco AP ſarà di 2° come l' arco PB, e l' arco intiero APB , che moſtra la larghezza del paralello , ſarà di 4° ; perciò la ſtella eſſendo nel meridiano in A nella parte ſuperiore del ſuo paralello , avrà un' altezza AH ſopra l' orizzonte , maggiore di 4° dell' altezza BH della medeſima ſtella all' ora che 12 ore dopo ella ſi troverà ſotto il polo : la differenza AB di queſte due altezze ſarà dunque di 4°. Supponiamo ora , che attualmente ſiaſi oſſervata l'una e l' altra altezza in A ed in B ; per avere l' altezza del polo P biſognerà dividere per metà la differenza AB delle due altezze : la metà di queſta differenza ſarà PB , ſi aggiungerà alla minore altezza HB della ſtella, e ſi avrà HP *altezza del polo*. Per eſempio , ſe la ſtella polare oſſervata a Parigi ha di altezza una volta 51° , un' altra 47° , la differenza eſſendo 4°, la metà 2 ſarà la diſtanza della ſtella dal polo; queſti 2° aggiunti a 47°, altezza minore della ſtella , faranno l' altezza del polo che perciò ſarà di 49° ; o , il che è lo ſteſſo, ſi prenderà la metà della ſomma 98 delle due altezze , e ſi troverà pure 49° . In queſto modo le ſtelle circonpolari, o vicine al polo, ſervono a trovarne l' altezza.

34. L' altezza del polo , e l' altezza dell' equatore fanno inſieme 90° , di maniera che conoſciuta la prima , ſi conoſce neceſſariamente la ſeconda. Sia P il polo , E l' equatore , PH l' altezza del polo , EO quella dell' equatore ; il ſemicerchio HZO è la parte viſibile del cielo di 180°. Se ſi leva il quarto di cerchio PZE , che è la diſtanza del polo dall' equatore , vale a dir 90°, ne reſtano altri 90°, dunque gli archi HP, ed EO, che reſtano dopo di aver levato PZE , fanno inſieme 90° : *dunque l' altezza del polo HP è il complemento dell' altezza dell' equatore EO.*

35. Quindi ſegue , che l' altezza dell' equatore è uguale alla diſtanza del Polo dal Zenit, vale a dire a PZ ; perchè ZH è di 90° , mentre dal Zenit all' orizzonte v' è ſempre un quarto di cerchio ; però HP è il complemento di PZ: ma HP per l' articolo precedente , è il complemento di EO; dunque PZ è uguale ad EO, che vuol dire, che la *diſtanza del polo dal Zenit è uguale all' altezza dell' Equatore*.

36. E' evidente per la ſteſſa ragione , che la diſtanza ZE del Zenit dall' Equatore è eguale all'altezza del polo PH. Poichè ZH, e PE ſono ciaſcu-

ciaſcuno di 90°, levata la parte comune PZ, reſteranno due archi uguali PH e ZE, cioè l'*altezza del polo, e la diſtanza dell'Equatore dal Zenit eguali*.

Della Grandezza della Terra.

37. L'oſſervazione dell'altezza del polo, e di quella dell' equatore, o ſe ſi vuole, dell'altezza meridiana del ſole in differenti paeſi, fu il primo indizio della rotondità della terra. Da principio determinarono gli uomini le differenti altezze del polo per mezzo dell' ombra del ſole: più che ſi avanzava verſo il polo, più ſi trovavano lunghe queſt'ombre miſurate lo ſteſſo giorno; il che provava, che l'altezza del ſole ſopra l'orizzonte era diventata più picciola, e che l'oſſervatore ſituato verſo il Nord non era nel medeſimo piano coll' oſſervatore ſituato verſo mezzodì: la concluſione era, che la terra è tonda.

38. L' ombra della terra nelle eccliſſi di Luna appariſce ſempre rotonda; i vaſcelli veduti da lungi in pieno mare ſpariſcono per gradi; ſi vedono diſcendere e perderſi poco a poco, per la curvatura della ſuperficie dell' acqua: tali furono gl' indizj onde gli antichi filoſofi riconobbero la curvatura *e rotondità della Terra*.

39. Dopo d'aver così conoſciuto la rotondità della terra, lo ſteſſo mezzo ſervì a conoſcere la grandezza: la mutazione di latitudine e di altezza, ſia del polo, ſia delle ſtelle, ſervì a conoſcere l'eſtenſione del noſtro globo, miſurandone una piccola porzione. Poſſidonio, già 1900 anni, oſſervò, che la ſtella chiamata *Canopo* che paſſava al meridiano d'Aleſſandria all'altezza di una 48ma parte del cerchio, o di 7° $\frac{1}{2}$, a Rodi quaſi non s'innalzava, ma paſſava radendo l'orizzonte: quindi ſeguiva che queſte due città, ſituate per altro ſotto il medeſimo meridiano, o preſso, erano lontane d'una 48.ma parte del cerchio; d'altra parte la loro diſtanza itineraria in linea retta era di 3250 ſtadj, ſecondo Eratoſtene citato da Plinio e da Strabone; così prendendo 48 volte queſto numero di ſtadj, riſultava che li 360° della terra facevano 180000 ſtadj. Tale la ſuppone Tolomeo nella ſua Geografia, compoſta cento anni in circa dopo G. C. Se ſi valuta lo ſtadio Egiziano col Sig. le Roy (*Ruines des monuments de la Grece* p. 55) di 114 pertiche di Parigi $\frac{13}{100}$, ſi avrà per la circonferenza della terra 8999 leghe, ciaſcuna di 2283 pertiche, il che ſi allontana molto poco dalla miſura ſtabilita dall' Accademia, che è intorno 9 mille leghe (802).

40. Altro eſempio: Si trova camminando verſo tramontana che la latitudine di Amiens è maggiore di quella di Parigi di un grado, cioè che il ſole a mezzodì è di un grado più baſſo per Amiens, che per Parigi; queſta è una prova che la terra ha un grado di curvatura da Parigi fino ad Amiens. Or queſta diſtanza miſurata, andando ſempre dal mezzodì al Nord, s'è trovata di 25 leghe, ciaſcuna di 2283 pertiche (802.)

Dunque un grado della terra, o la 360.ma parte di tutta la ſua circonferenza ha 25 leghe di eſtenſione; donde ſegue che tutta la circonferenza, o il giro della terra, contiene 9 mille leghe, perchè 25 volte 360 fanno 9000. Quando ſi veggono gli aſtri creſcere di un grado in altezza, queſta è una prova che il noſtro Zenit e il noſtro orizzonte anno cambiato di un grado, poichè ſono queſti i termini fiſſi, ai quali ſi riferiſcono le noſtre oſſervazioni delle altezze. Se il noſtro Zenit è mutato di un grado, avrà fatto la 360.ma parte del cerchio, o del giro intiero della ſfera; e ſe 25 leghe di cammino dal mezzodì al Nord lo fanno cambiare di un grado, le 9000 leghe lo farebbero cambiare di 360°, cioè, gli farebbero fare il giro del cielo, nel mentre che noi fareſſimo quello della terra; dunque la terra ha 9000 leghe di circuito.

Delle Latitudini Geografiche, o Terreſtri.

41. L' Equatore ed i poli che abbiamo diſegnato in cielo, ſi diſegnano egualmente ſulla terra; poichè il punto della terra che ha per Zenit il polo del cielo, ſi chiama naturalmente il *polo della terra*; e ſiccome l' Equatore celeſte determina le ſtagioni, quello della terra determina la temperatura ed il grado di calore o di freddo, che ſi prova in differenti paeſi.

42. Si dovettero oſſervar da principio le ſtelle che in cielo riſpondono all' equatore, vale a dire, che ſono preciſamente a diſtanze uguali dai due poli celeſti: viaggiando poſcia ſopra la terra ſi vide, andando verſo mezzodì, che queſte ſtelle ſi accoſtavano alla verticale e paſſavano pel meridiano più vicine al Zenit a miſura che ſi avanzava nei paeſi meridionali.

43. Fu facile comprendere, che avanzando ancora ſi arriverebbe a de' luoghi della terra, dove queſte ſtelle paſſano eſattamente per lo Zenit, e ove i due poli ſono nell' orizzonte. Di fatto in tal caſo ſi è evidentemente ſotto l' equatore celeſte, o pure ſopra l' equatore terreſtre; poichè l' uno corriſponde all' altro, ſono in un ſolo e ſteſſo piano, perchè l' equator celeſte determina l' altro; e vedendo paſſar il ſole ſopra la teſta, quando è a pari diſtanza da' poli, o ſia nell' equatore, un potrebbe dire: io ſono ſotto l' Equator celeſte, o pure: io ſono ſull' Equatore terreſtre.

44. L' Equator terreſtre, o ſia la *linea equinoziale*, fa tutto il giro della terra, paſſa per il mezzo dell' Affrica, negli Stati poco cogniti di Macoco, e di Monoemugì, traverſa il mar dell' India, le Iſole di Sumatra e di Borneo, la vaſta eſtenſione del mar pacifico, dipoi l' America meridionale, dalla Provincia di Quito ſino all' imboccatura del fiume delle Amazoni. Noi diciamo, che i Paeſi che ſono ſopra queſta linea non anno latitudine, perchè ſi chiama *Latitudine* la diſtanza dall' Equatore. A miſura che ſi laſcia l' equatore per avanzarſi verſo i poli, a tramontana, o a mezzodì, ſi avanza in latitudine; quando ſi ſi è ſcoſtato un grado, o 25 leghe, ſi ha un grado di latitudine. La latitudine, o diſtanza

dall'

dall' equatore dunque si misura tanto verso mezzodì, che verso tramontana: chiamasi *latitudine Settentrionale*, o *latitudine Nord*, la distanza dall' Equatore per li paesi che sono dalla parte di tramontana; e *latitudine Meridionale*, o *latitudine Sud*, quella che si conta dall' altra parte della linea.

45. I paesi che sono a mezza via dall' Eqnatore al polo, anno 45° di latitudine; tal è la Città di Bordeaux; tale ancora Sarlat, Aurillac, Puy, Valenza, Brianzon, Turino, Casale, Piacenza, Mantova, Rovigo, le bocche del Po; in Asia Astracan, la Tartaria Chinese, la terra d' Yeco; non si può avere più di 90° di latitudine, perchè non v' è che 90° tra l' equatore, da cui si contano, ed i poli ove tutte le latitudini finiscono e si confondono in un punto.

46. L' altezza del polo di cui s' è parlato (33) è uguale alla latitudine del luogo; perchè la latitudine non è altro che la distanza di un paese dall' Equator terrestre, o sia la distanza del suo Zenit dall' Equator celeste, come ZE. (*Fig.* 6.) ma ZE è uguale a PH (36); *dunque la latitudine è uguale all' altezza del polo.*

Delle Longitudini Geografiche.

47. Dopo di aver misurato le distanze dal mezzodì a tramontana sotto il nome di latitudini, era necessario misurare le distanze nell' altro senso, cioè da occidente in oriente. Si chiamarono *longitudini*, perchè la lunghezza dei paesi cogniti era più grande in questo senso, che da mezzodì a tramontana, quando i primi Geografi già 1800 anni stabilirono le loro misure.

Per misurare le longitudini si concepiscono molti cerchi perpendicolari all' Equatore, che passino per li due poli della terra, come PAR, PSR nel globo della Figura 12. Sono questi i meridiani terrestri; tutti i paesi che sono sotto uno stesso meridiano, anno la stessa longitudine.

48. Il *primo Meridiano*, quello dal quale si cominciano a contare le longitudini, è una cosa arbitraria e di pura convenzione; perchè il cielo non porge alcun termine fisso sulla terra per le longitudini, quando l' Equatore ne porge uno per contare le latitudini. Si è variato sopra la scielta di un primo meridiano, ed ancora la cosa non è ben fissata tra' Geografi. Vedete il P. Riccioli (*Geographia Reformata* pag. 385).

49. La dichiarazione del 25 Aprile 1634, sotto il Re Luigi XIII., fisò il nostro primo meridiano all' estremità dell' Isola del *Ferro*, la più occidentale dell' Isole Canarie. Il *Borgo* principale di quest' Isola si trova a 19° 53' 45" all' occidente di Parigi; ma il Sig. de l' Isle, il nostro Geografo più famoso, avendo supposto per maggior facilità, e in numeri rotondi, che Parigi avesse 20° di longitudine, i Geografi Francesi anno seguito questo esempio; perciò nella maggior parte delle nostre carte si stabilisce il *primo meridiano universale a* 20° *del meridiano di Parigi dalla parte di occidente*, e si continuano a contare le longitudini terrestri verso Levante fino a 360°, facendo tutto il giro della terra.

50. Non

50. Non oſtante gli Aſtronomi Franceſi che determinano comunemente le longitudini per il confronto delle oſſervazioni fatte a Parigi con quelle di differenti luoghi della terra, anno un' altra maniera di contare. Prendono la differenza de' meridiani, o la differenza di longitudine tra Parigi ed altri paeſi, non in gradi ma in tempo, così: 15° di longitudine fanno un' ora, perchè le 24 ore del giorno fanno tutto il giro della terra, un grado perciò fa 4' di tempo; e in vece di dire, per eſempio, che Poitiers ha 18° di longitudine, perchè queſta Città è di 2° più occidentale che Parigi, dicono, che la differenza di queſti due meridiani è di 8' occidentale. Queſto è il metodo tenuto da Tolomeo per Aleſſandria, dagli Arabi per Toledo, da Copernico per Fravvenberg, da Reinoldo per Konisberg, da Ticone e da Keplero per Uraniburg, dagli Ollandeſi per Amſterdam, dagli Ingleſi per Greenvvich, dove è l' Oſſervatorio Reale d' Inghilterra.

51. Le differenze de' meridiani ci fanno giudicare delle differenze dell' ore che ſi contano nello ſteſſo punto di tempo in differenti paeſi. Un oſſervatore, che ſi avanzaſſe a 15° di Parigi dalla parte di Levante, per eſempio a Vienna in Auſtria, conterebbe un' ora di più che a Parigi, perchè andando incontro del ſole, che gira ogni giorno dall' oriente all' occidente, lo vedrebbe un' ora avanti: E continuando di avanzare così verſo levante di 15° in 15° guadagnerebbe un' ora ogni volta; e ſe faceſſe il giro della terra, arrivando a Parigi troverebbe di aver guadagnato 24 ore, e conterebbe un giorno di più, direbbe Lunedì mentre che noi direſſimo ancora Domenica.

52. Un altro oſſervatore che ſi avanzaſſe dalla parte di Ponente, ritarderebbe della ſteſſa quantità, e ritornando a Parigi dopo il giro del mondo non conterebbe che Sabbato contando noi Domenica. Queſta ſingolarità di computo ſi proverà ogni volta che ſi vedrà arrivar un vaſcello che abbia fatto il giro del mondo, ſe ha continuato di contar i giorni col primo ordine della partenza ſenza aſſoggettarſi al calendario de' paeſi, per li quali ſarà paſſato.

53. Per la medeſima ragione gli abitanti dell' Iſole del mar del Sud, che ſono lontani 12 ore dal noſtro meridiano, devono veder i viaggiatori che vengono dall' India, e quelli che vengono dall' America, contare diverſamente i giorni della ſettimana, i primi avendo un giorno di più che i ſecondi. Poichè ſupponendo che ſia Domenica a mezzo giorno per Parigi, quelli che ſono nell' India dicono, che la Domenica è cominciata già 6 ore, e quelli che ſono in America, dicono all' oppoſto che vi mancano molte ore. Parve ciò ſtrano ai noſtri antichi viaggiatori, accuſati perciò d' eſſerſi ingannati nel calcolo, ed aver perduto il filo de' loro Diarj. Dampier eſſendo andato a Mindanao per l' Oueſt, trovò che ivi ſi contava un giorno di più che da lui (vedete i viaggi di Dampier Tom. I.) Varenio dice anche che a Macao, Città marittima della China, i Portogheſi contano abitualmente un giorno di più che gli Spagnuoli nelle vicine Filippine, i primi ſono in Domenica, mentre gli altri non contano che Sabbato. Ciò proviene da queſto, che i Portogheſi ſtabiliti a Macao vi ſo-

no

no andati per il Capo di buona Speranza, o per levante, e gli Spagnuoli ſono andati alle Filippine per Ponente, cioè partendo dall' America, e traverſando il mar del Sud.

54. E' una coſa delle più neceſſarie, ma inſieme delle più difficili nell' Aſtronomia, nella Geografia, e nella navigazione, il trovare le longitudini. Queſto vuol dire di ſapere, per eſempio quanto il meridiano della Martinica è lontano da quello di Parigi, o quanti gradi vi vogliono verſo l'occidente per arrivare alla Martinica. Il metodo, che adoprano gli Aſtronomi conſiſte in cercare nel cielo un fenomeno, o un ſegnale, che poſſa eſſere ſcorto nello ſteſſo iſtante da Parigi e dalla Martinica; per eſempio, il momento, in cui comincia un' eccliſſe lunare: ſe alla Martinica, quando comincia l' eccliſſe, è mezza notte, ed a Parigi ſi contino nello ſteſſo momento $4^h.$ 13', ſappiamo perciò, che dal meridiano di Parigi a quello della Martinica v' è $4^h.$ 13' di tempo, che fa un arco di 63°. 15'. In fatti il ſole impiega 24 ore a far il giro del globo, ed un' ora a far 15°: ſe gli abitanti della Martinica aveſſero il mezzodì un' ora dopo di noi, ſaremmo ſicuri, che ſono 15° verſo l'occidente; ma ſecondo l' oſſervazione anno il mezzodì più tardi $4^h.$ 13'; dunque ſono più avanzati di $63\frac{1}{4}$, che corriſpondono a $4^h.$ 13', a ragione di 15° per ora, e di un grado per 4 di tempo.

Del moto proprio della Luna, e delle ſue Faſi.

55. Dopo di aver oſſervato il moto diurno comune a tutti gli aſtri, come il primo tra tutti i fenomeni celeſti, che gli uomini anno dovuto oſſervare, anche ſenza una certa applicazione, paſſeremo al *moto proprio* o particolare dei Pianeti, che ſi fa in ſenſo contrario, vale a dire, verſo l'oriente. Il più ſemplice e il più ſenſibile di tutti queſti moti proprj, quello che dovette più di tutti ferire gli occhi, fu il moto della Luna. Ogni meſe queſt' aſtro muta figura, e fa il giro del cielo in un ſenſo contrario a quello del moto generale; e mentre che ogni giorno ſembra la luna levare e tramontare come gli altri aſtri andando d'oriente in occidente, ella ritarda ogni giorno, e ſembra reſtar indietro dalle ſtelle, o rinculare verſo levante, intorno 13°. Queſto moto particolare, con cui la luna ſi ritira a poco a poco verſo l'oriente, nel mentre che ella va come gli altri aſtri verſo ponente, ſi chiama il *moto proprio*, o moto periodico, e queſto è un moto reale, che ha luogo in queſto pianeta. Eſſo è tanto conſiderabile, che in 27 giorni la luna che ſi ſarà veduta appreſſo di qualche bella ſtella, ſe ne diſtacca, e ſi allontana, e fa il giro del cielo in ſenſo contrario del moto comune o diurno; ed a capo di 27 giorni ritorna a rimetterſi a lato della ſtella medeſima: dopo un giorno ſe n'era allontanata di 13° un poco più, dopo due di 26°, dopo tre di 39° ec. finalmente dopo 27 giorni s' era allontanata di 360°, e per conſeguenza era tornata per il lato oppoſto a raggiungere la ſtella, perciò ſi ritrova nello ſteſſo punto in circa dove era apparſa il meſe avan-

avanti, avendo ſucceſſivamente corriſpoſto a varie ſtelle intorno il cielo.

56. Le *Faſi della Luna*, o le diverſe apparenze del ſuo lume, furono fenomeni ancora più oſſervabili, e più ſenſibili agli occhi di tutti. Avendo comparſo tutta una notte di forma rotonda, larga, e brillante, che noi diciamo *Luna piena*, eſſa perde a poco a poco del ſuo lume, della ſua larghezza, del ſuo diſco apparente, leva più tardi, non riſchiara già più che la metà della notte, diventa *dicotoma*, vale a dire tagliata per mezzo; alcuni giorni dopo continuando ad avvicinarſi al ſole non è più che una *falce* che appariſce la mattina a levante avanti che levi il ſole, coi *corni in alto*, *oppoſti al ſole*, ma che diminuendo tuttavia di grandezza, e di lume, ſi perde nei raggi del ſole, e totalmente ſpariſce.

57. Dopo di eſſere ſparita per tre, o quattro giorni, ricompariſce la ſera a ponente, dopo il tramontar del ſole in forma di falce, colle punte ſempre verſo l'alto, oppoſte al ſole; ma continuando ad avanzare verſo levante, e ad allontanarſi dal ſole per il ſuo moto proprio, creſce la luna di grandezza e di lume, la ſua falce più groſſa ſi vede più facilmente, e più tempo: diventa in ſeguito come un ſemicerchio, appariſce un quarto, o in quadratura eſſendo allontanata dal ſole 90°; chiamaſi queſto *primo Quarto:* finalmente 7 in 8 giorni dopo ricompariſce piena, tonda, e luminoſa, come un meſe avanti, paſſa allora per il meridiano a mezza notte, e ſi vede che ella è oppoſta al ſole.

58. Da queſte faſi, e da queſti aſpetti della luna, preſero occaſione gli antichi di contare il tempo per meſi, e ſettimane (542.) a cagione del ritorno delle faſi della luna in un meſe, e perchè la luna ad ogni 7 giorni in circa prende per così dire una forma nuova: non v'era in cielo alcun ſegnale, di cui le differenze, le alternative, e l'epoche foſſero più rimarcabili; ed è probabile che tutti i popoli anno preſo dalla più rimota antichità, come dalla ſorgente comune del genere umano, o per un iſtinto egualmente naturale a tutti, queſta maniera di diſtribuire i loro eſercizj, e fiſſare le loro radunanze per mezzo della luna (Vedete *ſpettacolo della natura* Tom. IV.): noi ne parleremo più a lungo nel Libro IV., ove ſpiegheremo le faſi della luna, e faremo vedere che ſono prodotte dal lume del ſole che riſchiara ſempre la metà della luna. Se noi ſovente non iſcorgiamo che una piccola parte di queſt'emiſfero illuminato, anzi ſe lo perdiamo di viſta ogni meſe, ciò naſce per eſſer allora la luna tra il ſole e noi, onde volta verſo il ſole l'emiſfero illuminato, e l'oſcuro verſo di noi: or un oggetto che non è illuminato, non può eſſere veduto, quando non foſſe un corpo lucido di per ſe come il ſole.

Del moto annuo, e dell' Ecclittica.

59. Il moto proprio della luna è il più celere ed il più oſſervabile tra tutti quelli che ſi oſſervano in cielo; ma ve n' è uno ancora più importante per noi; e queſto è il *moto annuo* o periodico che il ſole pare avere, chiamato anche *moto proprio del ſole*. E' queſto dopo il moto diurno

uno

uno dei fenomeni più manifesti, mentre la differenza delle stagioni, i calori della State, i rigori dell' Inverno ne dipendono non meno che la lunghezza de' giorni e delle notti tanto varia nel corso d'un anno. Questo moto in se stesso è una mera apparenza (400) proveniente dal moto annuo della terra: ma non si tratta ancora se non che d' esaminare i fenomeni e le apparenze avanti di elevarsi alla contemplazione delle cagioni, che li producono.

60. Se si osserva la sera dalla parte di ponente qualche stella fissa dopo il tramontare del sole, e che si consideri attentamente molti giorni di seguito alla stessa ora, si vedrà di giorno in giorno più presso del sole, di modo che ella sparirà in fine, e sarà nascosta dai raggi e dalla luce del sole, da cui era assai lontana i giorni precedenti. Sarà facile nello stesso tempo di conoscere, che il sole s'è avvicinato alla stella, e non la stella al sole. Di fatto, si vede, che tutti li giorni levano e tramontano negli stessi punti dell' orizzonte, in faccia agli stessi oggetti terrestri, che sono sempre nelle medesime distanze tra loro, quando il sole muta continuamente i punti del suo nascere e del suo tramontare, e cambia sito e distanza colle stelle, vedendo in oltre che le stelle avanzano ogni giorno intorno 4' di tempo a levare, (ciò che si chiama l' *accelerazione diurna* delle stelle (350)); non resta luogo di dubitare che non sia il sole che cambia continuamente luogo rapporto alle stelle; quest' osservazione può farsi in ogni tempo, guardandosi solamente di non confondere una stella fissa con un pianeta: ben tosto s' insegnerà la maniera di distinguerli.

61. Il primo fenomeno dunque che offre il moto proprio del sole è questo: *Il sole di giorno in giorno s' avvicina alle stelle, che sono più orientali d' esso*, che vuol dire, s' avanza, o resta ogni giorno verso Levante: però il moto proprio del sole si fa da occidente in oriente: Esso è d' un grado in circa per giorno, e a capo di 365 giorni si rivede la stella a ponente all' istessa ora nel medesimo luogo ove appariva il precedente anno in simil giorno: vale a dire, che il sole è ritornato a porsi nel medesimo punto rispetto alla stella; avrà dunque fatto una rivoluzione; e questo si chiama il *moto annuo*.

62. Per combinare il moto annuo col moto diurno del sole, immaginiamo un gran globo, o se si vuole, una grossa palla, traversata per il centro, o diametralmente, con un *Asse*, che sia sostenuto ai suoi estremi nei punti P, R (*Fig.* 12.): Facendo girar questo globo si avrà un' idea del moto diurno della sfera. Se si mette un insetto in S, a pari distanza dai due poli P, ed R, sarà sforzato a girare col globo descrivendo l' Equatore A S Q: mettendone un altro in B più presso all' uno de' poli, descriverà un paralello B C, di cui la circonferenza è minore. Ma nel mentre che il globo gira in un senso, l' insetto che noi supponiamo in S potrebbe muoversi anch' esso insensibilmente nella direzione opposta: allora imiterebbe il moto annuo, o sia proprio del sole, il quale si avanza a poco a poco verso l' oriente nel mentre che viene trasportato ogni giorno con tutto il cielo di moto comune verso l' occidente.

Queſti due moti ſono aſſai bene eſpreſſi in queſti quattro verſi di Ovidio:

Adde, quod aſſidua rapitur vertigine cælum,
Sideraque alta trahit celerique volumine torquet;
Nitor in adverſum, nec me qui cetera, vincit
Impetus; & rapido contrarius evehor orbi. Metam. II. 70.

63. Queſto moto annuo, o proprio del ſole da occidente in oriente, è dunque contrario al moto diurno, al moto comune di tutto il cielo verſo occidente, ſpiegato da principio. Ogni giorno il ſole come le ſtelle, fa una rivoluzione intorno di noi da levante a ponente, ma fra tanto il ſole fa intorno un grado in ſenſo contrario, cioè da ponente a levante, e corriſponde ſucceſſivamente a differenti ſtelle.

64. La linea di queſto moto annuo oſſervata concava s'è trovata eſſer un cerchio, e queſto cerchio è ſtato chiamato *Ecclittica* (*a*). Fu d' uopo determinarne la ſituazione; e queſta è la prima ricerca degli antichi Aſtronomi; cerchiamo di ſeguirli, o d' indovinare ſe è poſſibile il loro progreſſo.

L' Ecclittica, cioè la ſtrada apparente ed annua del ſole, è differente dall'equatore, o dal cerchio diurno, di cui s'è indicata la poſizione (15): I primi Caldei, che oſſervarono in Babilonia, aveano l'equatore elevato di 54°: ſe il ſole aveſſe fatto il ſuo moto annuo per l'equatore, ogni giorno a mezzodì ſarebbe ſtato elevato 54°. Ben lungi da queſto, ſcorgevano in eſtate che il ſole ſi elevava 24° ſopra l' equatore, e diſcendeva in inverno 24° di ſotto, in modo che la ſua altezza meridiana (19) era di 78° in eſtate, di 30° ſolamente in inverno; donde ſeguiva manifeſtamente, che l' Ecclittica era un cerchio diſcoſto dall' equatore 24°. Solamente doveva traverſare, o tagliar l' equatore in due punti diametralmente oppoſti: perchè ſi oſſervava due volte all' anno, in Primavera, ed in Autunno, che l' altezza del ſole a mezzodì era preciſamente uguale all' altezza dell' equatore, vale a dire di 54°; donde ſeguiva, che in queſti due giorni il ſole era nell' iſteſſo equatore, dal quale tre meſi avanti era ſtato lontano 24°.

65. Così l' Ecclittica, la linea del moto annuo del ſole, è un cerchio della ſfera, che taglia l'equatore in due punti, ma che ſe ne ſcoſta dopo 24° a tramontana, e mezzodì. E perchè queſte due diſtanze ſono uguali, s' è dovuto concludere, che l' Ecclittica era un cerchio maſſimo della ſfera, eſſendo una proprietà de' cerchi maſſimi di tagliarſi ſcambievolmente per mezzo (30). Era d' uopo in appreſſo determinare nella volta celeſte la traccia dell' Ecclittica, e conoſcere le ſtelle, per le quali

---

(*a*) La parola Greca ἔκλειψις ſignifica, *deficio*, d' onde *eccliſſe*, *deliquio*, del ſole, e della luna, che accade quando queſta ſi trova preſſo dell' Ecclittica ſolamente.

li il ſole dovea paſſar ogni giorno dell' anno, per poter rappreſentare queſto cerchio ſolare ſul globo dove ſi è diſegnato l'equatore (15).

66. A tal fine ſi è oſſervato toſto, che v'erano due giorni dell' anno, lontani per ſei meſi, nei quali il ſole aveva 54° di altezza meridiana, o ſia l'altezza dell'equatore. Si chiamarono i *giorni dell' Equinozio*, perchè in eſſi deſcrivendo il ſole l'equatore, ſtava 12 ore ſopra l'orizzonte, e 12 ſotto, vale a dire, che il giorno era uguale alla notte; l'uno è ſtato chiamato *Equinozio di Primavera* ſuccedendo al fine dell'inverno, l'altro *Equinozio d' Autunno*.

67. Avendo oſſervato nel giorno dell' equinozio di primavera quale ſtella, o qual punto del cielo, paſſava per il meridiano 12 ore dopo del ſole, o a mezza notte, coll'iſteſſa altezza del ſole, o ſia dell' equatore; ſi conoſceva il punto oppoſto al ſole, vale a dire, l' equinozio di autunno, e il luogo in cui dovea trovarſi il ſole ſei meſi dopo traverſando l' equatore nel punto oppoſto. Così ſi è dovuto conoſcere e marcare nel cielo il punto equinoziale di Autunno, quando il ſole era in quello di primavera, e quello di primavera quando era giunto all' equinozio di autunno, o ſia nel punto oppoſto: in tal maniera ſi arrivò a diſtinguer nel cielo ſtellato queſti due punti eſſenziali nell'aſtronomia.

68. I punti dell' Ecclittica ſituati tra gli equinozj a pari diſtanza, e ne' quali ſi trova il ſole, quando è più lontano dall'equatore, ſono ſtati chiamati *ſolſtizj* (*ſolis ſtationes*) perchè il ſole eſſendo giunto a queſta medeſima lontananza, ſembra tenerſi per alcuni giorni alla medeſima diſtanza dall'equatore, ſenza ſcoſtarſi nè accoſtarſi, almeno ſenſibilmente, e ciò ſuccede li 21 Giugno, e li 21 Decembre.

Così tutto è determinato riguardo all' Ecclittica: noi conoſciamo i due punti equinoziali, ove queſto cerchio traverſa l' equatore; noi ſappiamo che ſe ne ſcoſta dopo di ſopra e di ſotto, di qua e di là, a tramontana e mezzodì, nei ſolſtizj, e queſto allontanamento altre volte era di 24°. Non manca dunque niente per ſegnare nel cielo l'annua linea, o il gran cerchio dell' Ecclittica: ſi parlerà ben toſto della diviſione di queſto cerchio in 12 ſegni (76).

69. Formato un globo artifiziale, come quello della Fig. 12, e ſegnatevi le ſtelle cognite, tracciatovi l'equatore ed i poli, (15) ſi potè ſegnarvi inſieme l'Ecclittica, e marcare le ſtelle, per le quali queſto cerchio dovea paſſare; i più antichi Aſtronomi l'anno fatto.

Dell' obliquità dell' Ecclittica, e de' Tropici (*a*).

70. La diſtanza, o l' arco di circa 24° compreſo tra l'equatore e l' Ecclittica, nei punti ſolſtiziali ſi chiama l'*obliquità dell' Ecclittica*. Per conoſcer queſta obliquità, convenne oſſervare di quanto il ſole in eſtate ſi

(*a*) I *Tropici* tirano il loro nome dalla parola greca Τρόπος, *verſo*, perchè il ſole giunto ai tropici, ſembra ritornare a dietro, o voltarſi verſo l'equatore.

alzava ſopra dell' equatore, e quanto in inverno s' abbaſſava al di là (64), o ſia quanto foſſe più elevato nel mezzodì, in eſtate, che in inverno; e avendo trovato 47° di differenza, la metà di queſta differenza, o ſia 23° $\frac{1}{2}$' ha dato la maſſima diſtanza tra l'ecclittica e l'equatore. Attualmente noi non abbiamo miglior metodo per determinare l' obliquità dell'ecclittica.

71. Queſta obliquità dell'ecclittica, già 2000 anni era in circa di 24°; al giorno d'oggi non è più che di 23° 28', e diminuiſce intorno un minuto ogni 100 anni (158).

72. Gli antichi, per determinare l'obliquità dell' ecclittica, oſſervavano le ombre ſolſtiziali del ſole. Sia AB (*Fig.* 7) un *Gnomone* (*a*), o ſia uno ſtilo qualunque, elevato perpendicolarmente, come l' obeliſco del Campo Marzo a Roma, o pure un' apertura A fatta in un muro AB per laſciar paſſare un raggio del ſole; ſia SAE queſto raggio nel ſolſtizio d' inverno, BE l' ombra del ſole; OAC il raggio del ſolſtizio d' eſtate, e BC l' ombra ſolſtiziale la più breve. Nel triangolo ABC rettangolo in B, di cui ſi conoſcono i lati AB, BC, è facile ritrovare per le regole di Trigonometria, o col compaſſo, il numero de' gradi, che contiene l'angolo ACB, o ſia OCB, che eſprime l'altezza del ſole nel ſolſtizio d'eſtate. Si farà lo ſteſſo nel triangolo ABE; e ſi avrà l'angolo E, uguale all' altezza del ſole nel ſolſtizio d' inverno. In queſto modo ſecondo Pitea, citato da Strabone e da Tolomeo con Ipparco, l'altezza AB del gnomone era alla lunghezza dell' ombra in eſtate a Biſanzio, e a Marſiglia, 250 anni avanti G. C., come 120 a 41 $\frac{4}{5}$. Da che Gaſſendo inferì l'obliquità dell'ecclittica per quel tempo di circa 23° 52'.

73. Ogni paralello all'equatore, che il ſole ſembra deſcrivere di giorno in giorno col ſuo moto diurno, è tanto lontano dall'equatore, quanto il punto di ecclittica, in cui trovaſi il ſole. Quando il ſole è lontano 10° dall' equatore, o quando ha 10° di declinazione, deſcrive un paralello di 10° lontano dall'equatore, e paſſa per il zenit di tutti i paeſi della terra che anno 10° di latitudine. Quando è giunto alla ſua maggior diſtanza B (*Fig.* 12) che è di 23° $\frac{1}{2}$, deſcrive un paralello BC, il più rimoto dall' equatore, il più piccolo che poſſa deſcrivere, e queſto ſi chiama *Tropico*. Vi ſono due tropici, uno di qua, l'altro di là dall'equatore: chiamaſi l' uno *Tropico del Cancro*, perchè il ſole lo deſcrive nel giorno del ſolſtizio d'eſtate, entrando nel ſegno di Cancro (76); l' altro ſi chiama *Tropico del Capricorno* perchè è deſcritto nel giorno del ſolſtizio d' inverno entrando il ſole in Capricorno. Così i Tropici comprendono tutto lo ſpazio, in cui

---

(*a*) Γνώμων, regola, ſquadra, ſtilo retto. I più famoſi Gnomoni che abbiano ſervito a queſto oggetto ſono quelli di Bologna, di Firenze, di Roma, di S. Sulpizio a Parigi.

cui può trovarſi il ſole, e queſto ſpazio è di 47°. I tropici toccano l'ecclittica, e ſi confondono con queſto cerchio nei punti ſolſtiziali.

74. Il tropico del cancro paſſa ſulla terra, un poco di là dal monte Atlante nella coſta occidentale dell' Affrica, poi per Siene in Etiopia, di là per il mar Roſſo, il monte Sinai, la Mecca patria di Maometo, per l' Arabia ſelice, l'eſtremità della Perſia, l' India, la China, il mar Pacifico, il Meſſico, e l' Iſola di Cuba. Il tropico di Capricorno paſſa per il paeſe degli Ottentoti in Affrica, pel Braſile, il Paraguai, il Perù, e il mar Pacifico.

75. Quando diciamo, che il ſole deſcrive ogni giorno un paralello all' equatore, ſi ſuppone che la ſua declinazione ſia la medeſima per 24 ore, che reſti nel medeſimo punto dell' ecclittica, o almeno all' iſteſſa diſtanza dall' equatore: ciò in rigore non è eſatto, perchè il ſole muta continuamente diſtanza dall' equatore, e per conſeguenza trovaſi ad ogni iſtante in un paralello differente: deſcrive piuttoſto una ſpirale, che un cerchio: ma per ſemplificare le eſpreſſioni e l' idee, nei primi elementi d' aſtronomia ſupponeſi, che il moto diurno del ſole facciaſi in un cerchio paralello all' equatore; ſi conſidera, come inſenſibile la piccola quantità, per cui il ſole s' accoſta all' uno de' poli nello ſpazio di 24 ore.

Moto del ſole.

76. Per contare, e miſurare i moti del ſole, e degli altri corpi celeſti, era neceſſario ſtabilire in cielo un punto per principio, a cui rapportarli. Il ritorno delle ſtagioni, che per gli uomini era la coſa più rimarcabile e più intereſſante di tutta l' aſtronomia, fiſsò queſto punto di partenza. Il ſole col ſuo moto annuo nell' ecclittica ritornava ogni anno a traverſar l' equatore, e riportar alle campagne la primavera: queſto rinovamento della natura ſervì a marcare il principio dell' anno, e gli Aſtronomi per cominciar le loro miſure preſero queſto punto di cambiamento, che è quello dell' interſezione dell' ecclittica e dell' equatore. Chiamaſi *longitudine* la diſtanza del ſole dal punto equinoziale contata lungo l' ecclittica. Quando il ſole col ſuo moto annuo ha percorſo 30° dell' ecclittica, partendo dall' equinozio, ſi dice che ha 30° di longitudine, o pure un *ſegno*, e così di ſeguito ſino a 12 ſegni.

I primi 30 gradi ſono compreſi ſotto il nome di *Ariete*, *Montone*, che ſi rappreſenta con queſto carattere ♈; li 30 gradi che ſeguono formano il *Toro* ♉, vengono dopo i *Gemelli* ♊, il *Cancro* ♋, il *Leone* ♌, la *Vergine* ♍, la *Bilancia* ♎, lo *Scorpione* ♏, il *Sagittario* ♐, il *Capricorno* ♑, l' *Aquario* ♒, i *Peſci* ♓. Come ſi ha ne' due ſeguenti verſi:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

77. Queſti 12 ſegni, i nomi de' quali appartengono alle 12 porzioni dell' ecclittica di 30° ciaſcuna, contate dall' equinozio, ſono differenti dalle

le *coſtellazioni*, o figure ſtellate, che portano i medeſimi nomi (230); ſi diſtingue il ſegno d' Ariete dalla coſtellazione d' Ariete: l' uno non è altro, che la prima duodecima parte, o li 30 primi gradi del cerchio dell' ecclittica; l' altro è un compleſſo di ſtelle, che riſpondeva è vero una volta nel cielo al medeſimo luogo del ſegno dell' Ariete, a cui anzi ha dato il nome, ma che attualmente ſi trova molto più avanzato, come ſi dirà parlando della preceſſione degli equinozj (319).

78. Per determinar la longitudine del ſole, i primi Aſtronomi non ebbero biſogno d' altro, che dei due ſolſtizj, e dei due equinozj; queſte quattro oſſervazioni dividevano l' anno in quattro ſtagioni: ſi eſaminava per mezzo dell' ombre la minima altezza del ſole, e ſi aveva il ſolſtizio d' inverno; la maggior altezza indicava il ſolſtizio di eſtate; l' altezza intermedia o mezzana tra le due altezze ſolſtiziali, uguale a quella dell' equatore, indicava i giorni degli equinozj. Queſte oſſervazioni fecero conoſcere ai primi oſſervatori quanta foſſe la lunghezza dell' anno, eſpreſſa in giorni, e inſieme lor fece conoſcere, in quai giorni dell' anno civile il ſole entrava in ciaſcun ſegno.

79. Attualmente ſi oſſerva, che il ſole entra in Ariete ai 20 di Marzo, in Toro li 20 Aprile, in Gemini li 21 Maggio, in Cancro li 21 Giugno, in Leone li 22 Luglio, in Vergine li 23 Agoſto, in Libra li 23 Settembre, in Scorpione li 23 Ottobre, in Sagittario li 22 Novembre, in Capricorno li 21 Decembre, in Aquario li 19 Gennajo, in Peſci li 18 Febbrajo: ciò baſta per moſtrare, e marcare ſu i globi la corriſpondenza de' giorni coi ſegni del Zodiaco, e per trovare il giorno dell' anno, in cui il ſole riſponde a qualunque grado de' 12 ſegni.

80. Le quattro oſſervazioni degli equinozj, e dei ſolſtizj, baſtavano per ſar conoſcere agli antichi oſſervatori, quanta foſſe la lunghezza dell' anno, eſpreſſa in giorni, vale a dire, quante volte il ſole levava e tramontava tra due equinozj ſucceſſivi di primavera, o tra due ſolſtizj dello ſteſſo nome. Potevano anche riconoſcere il moto annuo, o proprio del ſole (60) oſſervando le ſtelle alle quali ſi accoſtava ſucceſſivamente nel corſo d' un anno. Non ſu difficile vedere, che vi volevano 365 giorni per ricondurre il ſole preſſo le medeſime ſtelle, cioè, che levava e tramontava 365 volte innanzi di trovarſi nel medeſimo punto del cielo. Vi vollero molti anni, e forſe molti ſecoli, per rilevare che v' erano circa 6 ore di più, o ſia che ad ogni 4 anni, al tal giorno, ſi vedeva il ſole un po meno avanzato verſo la ſtella, alla quale ſi foſſe comparato, e ciò di un grado, o del valor d' un giorno. Queſto ritardo divenne dopo più ſenſibile, e a capo di 60 anni, ſi dovette veder il ſole raggiunger la ſtella 15 giorni più tardi che non avrebbe fatto, ſe ogni ritorno foſſe ſtato eſattamente di 365 giorni.

81. Il ritorno delle ſtagioni ſu un mezzo ancora più naturale e più ſenſibile, di determinare la durata delle rivoluzioni del ſole. Gli antichi Aſtronomi oſſervavano il ritorno del ſole all' equinozio, vale a dire, il ſuo paſſaggio per l' equatore (78), vedevano, che in 60 anni ciaſcuno di 365 giorni, il ſole non ritornava preciſamente all' equatore, e che vi voleva-

levano intorno 15 giorni di più: ne seguiva naturalmente, che la durata del suo periodo era non di 365 giorni esattamente, ma di 365 e 6 ore.

82. Si sono osservati dopo più sovente e più esattamente gli equinozj; perciò s' è determinato con maggior precisione la lunghezza dell' anno, e si è trovata di $365^g.\ 5^h.\ 48.\ 45''$ (315); l'incertezza non arriva a tre o quattro secondi di tempo. Ma conviene ben riflettere, che questa è la durata dell'*anno Tropico* o del ritorno delle stagioni; poichè l'*anno siderale*, cioè quello che riconduce il sole all'istessa stella, è più lungo, essendo di $365^g.\ 6^h.\ 9'.\ 10''$. Se ne vedrà la ragione, quando si parlerà della precessione degli equinozj (321).

Dei Pianeti in generale.

83. Il primo di tutti i moti celesti, che gli uomini osservarono fu il moto diurno (2) comune a tutto il cielo; i moti propri del sole, e della luna furono poscia i più facili da rimarcare; in fine osservazioni più replicate e più assidue fecero vedere, che tra gli astri, che risplendono in una bella notte, ve n' erano cinque che avevano un moto proprio osservabile: si chiamarono *Pianeti* (*erranti*). I loro nomi sono Mercurio ☿, Venere ♀, Marte ♂, Giove ♃, e Saturno ♄. Questi pianeti sono talora più brillanti delle stelle, ma di lume tranquillo, e senza veruna scintillazione (eccettuata forse Venere), mentre le stelle fisse tramandano un lume risplendente e vivo, di cui la scintillazione, o il fremito, annunzia, che le stelle sono corpi luminosi per se stesse, o specie di soli, che la sola lontananza fa parere piccolissimi.

84. I Pianeti saranno facili a distinguersi in cielo, quando si saranno conosciute le 12 costellazioni del Zodiaco, di cui si parlerà dopo (230); poichè in queste 12 costellazioni non vi sono se non 4 stelle della prima grandezza, *Aldebaran*, *Regolo*, la *Spica*, e *Antares*, che rassomiglino ai pianeti per il loro splendore. Quando si conosce la situazione di queste 4 stelle, si distingue tosto un pianeta da una stella fissa, vedendosi il primo intorno l'ecclittica; ma per distinguere, quale de' 5 pianeti si scorge, bisogna saper calcolare il suo sito attuale (442).

85. I pianeti percorrono il Zodiaco, come il sole, con moto proprio a ciascuno, e descrivono orbite assai prossime all'ecclittica; poichè Venere, che se ne allontana il più, non ha mai più di $8° \frac{2}{3}$ di latitudine, o di distanza dall'ecclittica. Le rivoluzioni periodiche de' pianeti, o i tempi che impiegano a ritornare al medesimo punto del cielo, sono facili da determinare osservando il loro ritorno presso una stella. Queste sono le durate di questi corsi secondo le osservazioni più recenti, perchè gli antichi s'erano ingannati di molto nella misura di queste rivoluzioni. Mercurio $87^g.\ 23^h$; la luna $27^g.\ 7^h.\ 43'$; Venere $224^g\ 17^h$; il sole $365^g\ 6^h$; Marte un anno $321^g\ 23^h$; Giove 11 anni comuni 317^g; Saturno 29 anni, 177^g. Vedremo poi la maniera di trovarle esattamente rispetto agli equinozj (454).

Delle

Delle aſcenſioni rette, declinazioni, longitudine, e latitudine degli aſtri.

86. Quando i primi Aſtronomi ebbero conoſciuto i pianeti, e la durata delle loro rivoluzioni, vollero dividere queſte rivoluzioni in diverſe parti, ed aſſegnare a ciaſcun pianeta un luogo per ciaſcun giorno, cominciando dal punto fiſſo che s'era ſcielto, vale a dire, dalla ſezione d' Ariete, o dal punto equinoziale (76); ma il cerchio che deſcrive il ſole col ſuo moto annuo non ſerviva prima ſe non che a miſurare il progreſſo del ſole: ſi trovò che era più facile di riferire i moti degli altri pianeti all'equatore, e s' adoprò l' equatore a queſt' uſo nel modo ſeguente.

87. Supponiamo che ſi abbia conoſciuto in cielo una ſtella vicina all' equinozio, o al punto dove l'ecclittica e l'equatore ſi tagliano; e che ſi voglia col ſuo mezzo determinare le poſizioni dell'altre ſtelle: il metodo più ſemplice ſarà di ſeguire l' equatore tutto attorno il cielo, a miſura che gli aſtri ſi ſuccedono per il moto diurno; gl' intervalli dall' uno all' altro chiamanſi *differenze d' aſcenſione retta*. La ragion di queſta denominazione è, che ſuppoſta la ſfera retta, o l' equatore che faccia angoli retti coll'orizzonte, come ſarebbe ſe foſſimo ſotto l' equatore, gli aſtri ſi levano rettamente, e non obliquamente: ivi le ſtelle più avanzate verſo levante, che la prima ſtella preſa per confronto, di 15°, ſi levano un' ora più tardi: allora ſi dice che la loro differenza d' aſcenſione retta è di 15°, o di un'ora,

88. In una ſfera obliqua, in cui l'equatore reſta inclinato all' orizzonte, come in tutta l' Europa, non ſi deve prendere il levare delle ſtelle, ma il loro paſſaggio per il meridiano: eſſendo queſto cerchio ſempre perpendicolare all' equatore, tutte le ſtelle che corriſpondono perpendicolarmente ad uno ſteſſo punto dell'equatore, paſſano inſieme per il meridiano; e diciamo che la loro aſcenſione retta è la medeſima, perchè ſi leverebbero tutte ad un tempo ſe foſſimo ſotto dell'equatore.

89. Sia E Q (*Fig.* 17) una porzione dell'equatore; Z M il cerchio meridiano; le ſtelle A, B, che paſſano per il meridiano con il punto M dell'equatore, anno la loro aſcenſione retta marcata nel punto M; e ſe queſto punto dell'equatore paſſa per il meridiano un' ora dopo del punto equinoziale, ſi dirà, che tutte queſte ſtelle anno un'ora, o 15° di aſcenſione retta: quelle che paſſeranno due ore più tardi della prima ſtella di Ariete avranno riſpetto ad eſſa 30° di differenza d'aſcenſione retta: così l' *aſcenſione retta d' un aſtro è la ſua diſtanza dall' equinozio, contata ſopra l' equatore*.

90. Conoſcendo l' aſcenſione retta d' una ſtella, ſi troverà facilmente quella di tutte l' altre ſtelle, oſſervando, quanto dopo la prima, paſſano per il meridiano; gl' intervalli di tempo convertiti in gradi, a ragione di 15° per ora, daranno le loro differenze d' aſcenſione retta, che eſſendo aggiunte a quella della prima ſtella cognita, daranno le aſcenſioni rette

di

di tutte le altre. E' vero, che ſi ſuppone qui cognito in cielo il punto equinoziale, e l'aſcenſione retta della prima ſtella; ſi vedrà poi la maniera di trovarla eſattamente (316).

91. Quando ſi vedono molte ſtelle paſſar inſieme per il meridiano, benchè abbiano tutte la medeſima aſcenſione retta, ſono le une più elevate dell'altre, una appariſce in A, l'altra in B: queſta diſtanza delle ſtelle dall'equatore ſi chiama *declinazione*: B M è la declinazione della ſtella B, A M la declinazione della ſtella A. Se ſi oſſerva la ſtella A paſſare per il meridiano a 51° di altezza (23), e ſe ſi conoſce l'altezza dell'equatore per eſempio di 41° (33), ſi concluderà naturalmente che la ſtella è più alta dell'equatore di 10°, o ſia che ella ha 10° di declinazione. Quando la ſtella è al di ſopra dell'equatore, o dalla parte di tramontana, ſi dice che la ſua declinazione è *boreale*, o *ſettentrionale*; ma quando è di là, più baſſa dell'equatore, o dalla parte di mezzodì, ſi dice che la ſua declinazione è *auſtrale*, o *meridionale*.

92. Per la ſteſſa ragione chiamanſi *cerchi di declinazione* tutti i cerchi, che paſſando per li due poli del mondo, ſono perpendicolari all'equatore. Queſti cerchi ſono meridiani, quando ſi conſiderano ſulla ſuperficie della terra; cerchi orarj, quando non ſi riguarda che la loro diſtanza dal meridiano, perchè indicano l'ora che è. Queſti nomi di cerchi di declinazione, di meridiani, o di cerchi orarj, ſi prendono ſovente uno per l'altro; ma il ſenſo proprio di queſte tre denominazioni è relativo a tre differenti uſi; la prima ſi rapporta all'equatore; la ſeconda alle longitudini geografiche e terreſtri; la terza alla diſtanza degli aſtri riſpetto al meridiano d'un oſſervatore, come ſi ſpiegherà parlando del tempo vero (201).

93. Il moto diurno di tutti gli aſtri ci ha ſomminiſtrato un metodo ſemplice e naturale di riferirli all'equatore, di marcare le loro ſituazioni lungo queſto cerchio celeſte, cioè le loro aſcenſioni rette, e le loro diſtanze da queſto cerchio, o ſia le loro declinazioni. Se ſi voleſſe preferir l'ecclittica (64), riferendo ogni ſtella al punto dell'ecclittica, a cui corriſponde perpendicolarmente, come anche è praticato da gran tempo dagli aſtronomi, ſi chiameranno *longitudini* le diſtanze così miſurate lungo l'ecclittica, cominciando ſempre dall'iſteſſo punto equinoziale, come ſi è fatto per il ſole (76).

94. Sia ♈Q (Fig. 18.) l'equatore, ♈C l'ecclittica inclinata all'equatore di 23° $\frac{1}{2}$, S una ſtella che corriſponde perpendicolarmente al punto M dell'equatore. Se ſi tira parimenti un arco di cerchio S E B perpendicolare all'ecclittica, il punto B marcherà il punto dell'ecclittica, a cui ſi riferiſce la ſtella S, e l'arco dell'ecclittica ♈B ſarà la longitudine della ſtella. Perciò la longitudine d'un aſtro è l'arco, o la diſtanza tra l'equinozio, e il punto dell'ecclittica, al quale queſt'aſtro corriſponde perpendicolarmente.

95. Di molte ſtelle, che poſſono corriſpondere al medeſimo punto dell'ecclittica, le une poſſono eſſerne più vicine, che le altre, avere differenti

renti *latitudini*, cioè diſtanze differenti dall' ecclittica. Se la ſtella ſituata in S è lontana dall' ecclittica ♈ B C per un arco S B miſurato perpendicolarmente, la latitudine ſarà S B; ſe foſſe ſituata in E, avrebbe la medeſima longitudine, ma la ſua latitudine E B ſarebbe minore.

96. I cerchi deſcritti nella ſuperficie del globo, perpendicolarmente all' ecclittica, come S B, chiamanſi *cerchi di latitudine*, perchè in fatti ſervono a contare le latitudini nel mentre che ſervono a marcare le longitudini ſull' ecclittica.

97. Le oſſervazioni che gli aſtronomi fanno ſulla poſizione degli aſtri, procedono ſempre per aſcenſione retta, e declinazione: non impiegano quaſi mai altro metodo per determinare il ſito e il moto de' pianeti; perchè l' equatore e il meridiano ſono i cerchi i più familiari, i più coſtanti, i più facili da determinare e da riconoſcere, ciò che rende le miſure più naturali, più facili e più eſatte (89).

98. E non oſtante gli aſtronomi contano dopo i moti de' pianeti per longitudini, e latitudini, e li rapportano all' ecclittica in tutte le loro tavole aſtronomiche: la ragione è pur naturale; perchè nell' ecclittica ſembra farſi il moto del ſole, che va accompagnato da tutti i pianeti, l' orbite de' quali ſono proſſime all' ecclittica: quindi i calcoli divengono più ſemplici rapportando i pianeti a queſto cerchio da cui ſempre poco ſi ſcoſtano; le loro inegualità o irregolarità appariſcono minori; ſi trova maggior uniformità facilità e brevità nelle tavole aſtronomiche. Ciò baſtava per preferire le longitudini e le latitudini, quando ſi trattava di calcolo, come ſi preferiſcono le aſcenſioni rette e le declinazioni, quando è quiſtione di oſſervare. Facile è poi col calcolo trigonometrico, date queſte, trovar quelle, e vice verſa.

99. Così nella pratica ordinaria ſi oſſerva l' aſcenſione retta e la declinazione d' un aſtro; ma avanti d' inſerirlo nelle tavole generali de' moti celeſti, ſe ne conclude la longitudine e la latitudine, per via della trigonometria ſferica (318).

Della ſfera Armillare.

100. Sin qui per nome di ſfera celeſte non s' è inteſo altro che l' apparente concavità del cielo, figurata in forma di globo; poichè una qualunque palla può chiamarſi ſfera, e ſervire a rappreſentar i cerchi, ed i moti, di cui s' è parlato. Non oſtante s' è introdotto l' uſo di chiamar *ſfera*, o più toſto *ſfera armillare*, un iſtrumento compoſto di molti cerchi ſcavati, poſti gli uni negli altri, come appreſſo poco ſi concepiſcono i cerchi della ſfera celeſte: queſta ſfera armillare viene rappreſentata in grande nella tavola ſeconda (*Fig.* 11.) Il ſuo nome viene da quello di *armilla*, che ſignifica un anello, o un collare; perchè in fatti i cerchi della ſfera ne anno quaſi la forma.

101. L' orizzonte è il cerchio A G B, poſto ſopra quattro colonne attaccate al piè della ſfera. Il meridiano è il cerchio A Z B, verticalmente elevato ſopra l' orizzonte, ritenuto a baſſo in un incaſtro poſto nel piè dell'

dell' istrumento, e da' lati in due tagli fatti nell' orizzonte, a tramontana e mezzodì: questi due cerchi sono fissi.

102. I cerchi mobili formano un composto intrecciato, che gira sopra un asse PR. Quattro sono cerchi maggiori, l'equatore, (15) l'ecclittica (64), e i due coluri. Chiamasi *coluro dei solstizj* un cerchio che passa per li poli dell'equatore, o del mondo, e insieme per li poli dell' ecclittica, e per li punti solstiziali; è un meridiano a cui si è dato questo nome particolare; è anche il più rimarcabile di tutti, perchè serve in un tempo per cerchio di declinazione, e per cerchio di latitudine, e particolarmente a misurar l' obliquità dell' ecclittica. Tutti gli astri posti in questo coluro anno 90°, o pur 270° d' ascensione retta, e insieme di longitudine. Il *coluro degli equinozj* è perpendicolare al primo; passa anche esso per li poli del mondo, ma per li punti equinoziali; serve a contare le ascensioni rette, per mezzo degli angoli che fa con tutti gli altri meridiani, o cerchi di declinazione. Tutti gli astri situati in questo coluro anno zero, o 180° di ascension retta; ma le loro longitudini variano.

Vedonsi nell' istessa macchina quattro cerchi minori, cioè, li due *tropici* HM, DI (73), e i due *polari*, XV, SO, che sono lontani dai poli del mondo 23° $\frac{1}{2}$ quanto i tropici lo sono dall' equatore; sono inutili in astronomia, ma servono ai Geografi per indicare i paesi della terra, che sono situati nelle zone glaciali (140).

103. Il *Zodiaco* (la fascia degli animali per li nomi di molti *segni* in esso) è appunto una fascia HI, che ordinariamente si mette sopra d' una sfera armillare: ha intorno 17° $\frac{1}{3}$ di larghezza, o sia 8 $\frac{2}{3}$ da ogni lato dell' ecclittica. In astronomia se ne fa poco uso, e serve solamente per indicare lo spazio, entro cui stanno i pianeti, che non s' allontanano dall' ecclittica al più che di 8° in 9°.

104. Si pone anche sulla sfera una *rosetta* KL, o sia un cerchietto diviso in 24 ore, che serve a risolvere varj problemi in maniera comoda senza calcolo, come si spiegherà trattando del globo celeste (171, e seg.). La rosetta è fissa sul meridiano, ed ha il centro nel polo della sfera, o nell' estremità dell' asse prolungato in P: porta un ago, o raggio, che gira d' accordo colla sfera, senza che la rosetta muti luogo. Finalmente si vede il sole e la luna portati sopra due braccia, che girano l' uno intorno il polo dell' ecclittica, l' altro intorno un punto da esso distante 5° (565).

105. L' invenzione della sfera armillare è certamente tanto antica che quella dell' istessa astronomia. S' attribuisce ad Atlante che si crede esser vissuto 1600 anni avanti Gesù Cristo, a Ercole, a Museo 12 a 1300 anni avanti G. C.: ma è più naturale di credere che viene da Babilonia o dall' Egitto. La sfera d' Archimede, che fu poscia così famosa, non si limitava a rappresentare i cerchj della sfera; era un *planetario*, o sia una macchina propria a rappresentare insieme i moti de' pianeti dentro un

globo di vetro, che Claudiano ha celebrato nell' Epigramma III. Di queſta pure parlane Ovidio:

Arte Syracoſia ſuſpenſus in aere clauſo
Stat globus, immenſi parva figura poli. Faſt. VI. v. 277.

Della ſfera retta, obliqua, e paralella.

106. Si diſtinguono tre poſizioni differenti della ſfera armillare, per rappreſentare tre ſpezie di ſituazioni nei paeſi differenti della terra, la *ſfera retta*, la *ſfera obliqua*, la *ſfera paralella* ſecondo che l'equatore taglia l' orizzonte ad angoli retti, o obliqui, o pure che gli è paralello. Le apparenze del moto diurno ſono molto differenti in queſte tre poſizioni, che ſono rappreſentate nelle *Figure* 9. 10. 13. e ne daremo un' idea. E' neceſſario però d'avvertire avanti, che parlando del ſole, s'intenderà del ſuo centro ſolamente, ſenza far attenzione al ſuo diametro, o alla ſua larghezza. Vi ſono due altre cagioni, che contribuiſcono a render il giorno più lungo di quello porti la poſizione della ſfera; una è la *rifrazione* l' altra la luce crepuſculare.

107. La *rifrazione* fa che li raggi del ſole ſi piegano traverſando l'atmosfera (738) in modo che arrivano a noi prima che ſe veniſſero direttamente. La rifrazione è tale, che quando l' orlo ſuperiore del ſole è veramente nell'orizzonte, la rifrazione l' innalza tanto, che appariſce intieramente ſopra, e l'orlo inferiore tocca l'orizzonte, l'innalzamento della rifrazione in tal ſito eſſendo appreſſo poco eguale al diametro del ſole. Vi vogliono nei noſtri climi 4 in 5 minuti di tempo perchè il ſole s' innalzi mezzo grado, di maniera che il giorno artificiale per tal conto viene a prolungarſi più d'un mezzo quarto d' ora; e diventa l'effetto più conſiderabile avanzando verſo le zone glaciali; tanto che ſotto il polo, per l'effetto ſolo della rifrazione, ſi vengono ad avere intorno 67 ore di giorno di più.

108. La ſeconda cagione, che ſomminiſtra luce in un paeſe la di cui poſizione di ſfera non ſembra indicare ſe non tenebre, è il *lume crepuſcolare* (752). Quel lume dolce e tranquillo dell' aurora, che ſi vede creſcere a poco a poco la mattina avanti il levare del ſole, e ſcemare la ſera dopo che il ſole è tramontato, vien prodotto dalla diſperſione de' raggi nella maſſa dell' aria, che li riflette da tutte le parti. Il crepuſcolo dura tutta la notte nel meſe di Giugno a Parigi, e nei paeſi che anno più di $48^{o}\frac{1}{2}$ di latitudine; ſe vi foſſero abitatori ſotto il polo, avrebbero un crepuſcolo di ſette ſettimane, talmente che la durata delle tenebre per quel punto viene diminuita di 14 ſettimane per l' effetto dei crepuſcoli, che anno luogo ſenza che il ſole compariſca ſopra l'orizzonte. Negli articoli ſeguenti faremo aſtrazione da queſte due cagioni; e quel che ſi dirà delle circoſtanze de' giorni nelle accennate tre poſizioni della ſfera,

deve

deve intendersi dell' effetto del sole, quando il suo centro è veramente nell'orizzonte.

109. La sfera retta, vale a dire quella, in cui l' equatore E V (*Fig.* 10.) si trova perpendicolare all'orizzonte H O, e lo taglia ad angoli retti, ha luogo per quelli che abitano sotto l'equatore, o nella linea equinoziale, come a Quito nell' America meridionale: Ivi i due poli sono sempre nell'orizzonte; tutti i paralelli dell'equatore come P A, sono tagliati dall'orizzonte in due parti eguali, che il sole ed ogni stella percorre ciascuna in 12 ore: perciò i giorni sono eguali tra loro e uguali alle notti per tutto l'anno.

110. Il sole passa due volte all' anno per il zenit, 20 Marzo, e 23 Settembre, che sono i giorni nei quali il sole descrive l' equatore, che passa per il zenit di quei paesi. Si può conchiudere, che anno come due estati, e due primavere, non dovendosi parlare d' inverno per paesi nei quali il sole lancia raggi quasi sempre perpendicolari. Non ostante è da osservare, che il calore che riesce estremo sulle rive e su i fondi, si cambia in una dolce temperatura nei luoghi elevati per 1200 a 1500 pertiche sopra il livello del mare; e che sopra montagne di 2500 pertiche e in su, benchè nella zona torrida, si prova un freddo insopportabile ed un'eterna neve.

111. Nella sfera retta si ha il sole dalla parte di tramontana, e l'ombra verso mezzodì, per mezzo l'anno, dai 20 Marzo fino ai 23 Settembre, e negli altri sei mesi il sole a mezzodì, l' ombra a tramontana: nei due giorni equinoziali l' ombra sparisce totalmente nell' ora del mezzodì, poichè il sole è nel zenit.

112. In questa posizione di sfera tutte le stelle levano e tramontano, e stanno 12 ore sotto l'orizzonte, 12 sopra; quando nell' altre posizioni vi sono sempre delle stelle che non levano mai, ed altre che mai non tramontano.

113. Si vede il sole, e tutti gli astri levarsi perpendicolarmente, come anche lo dice Lucano parlando del viaggio di Catone in Libia; *non obliqua meant*, ec. *Pharf.* IX. 533. Bisogna però osservare, che l'applicazione di Lucano non è molto esatta, mentre il viaggio di Catone era solo verso il Tempio di Giove Ammone, situato presso il tropico del cancro, e non sotto l' equatore.

114. La *sfera obliqua* ha luogo per tutti i paesi della terra, che non sono nè sotto l' equatore, nè sotto i poli; e questo e nell' emisferio boreale (*Fig.* 8), e nell' emisferio australe (*Fig.* 9). Nella sfera obliqua si ha l' equatore obliquo rapporto all' orizzonte; i paralelli dell' equatore sono dall' orizzonte tagliati disugualmente; il giorno non è uguale alla notte, se non nei due giorni degli equinozj, 20 Marzo, e 23 Settembre, nei quali il sole descrive l' equatore, il quale è sempre tagliato in due parti eguali dall' orizzonte.

115. Nei paesi settentrionali, come l' Europa, i giorni più lunghi delle notti si anno mentre il sole si trova nei sei primi segni, l' Ariete, il Toro, i Gemelli, il Granchio, il Leone, la Vergine (76), perchè allora

lora la ſua declinazione è ſettentrionale, e deſcrive dei paralelli come AB (Fig. 8) che anno la parte maggiore AD ſopra l' orizzonte. Nei paeſi meridionali, come in una parte dell' Affrica e dell' America meridionale, i giorni ſono più lunghi, quando il ſole è negli altri ſei ſegni, perchè allora il ſole deſcrive paralelli, de' quali le parti maggiori ſono ſopra l' orizzonte: poichè l' aſſe del mondo PR paſſa per li centri K, C, N di tutti i paralelli; or la parte meridionale CR dell' aſſe ſi trova elevata ſopra l' orizzonte dei paeſi meridionali (Fig. 9); dunque i paralelli anno il loro centro ſopra l' orizzonte; dunque gli *archi diurni* di queſti paralelli ſono maggiori degli *archi notturni*; dunque i giorni vi ſono più lunghi delle notti, quando il ſole è nei ſegni meridionali.

116. Gli archi ſuperiori, o diurni de' paralelli ſono tanto più grandi rapporto agli archi notturni, quanto più ſono vicini al polo elevato. Perciò il paralello il cui diametro è IG (Fig. 3) (queſte figure ſi guardano da ponente) ha la ſua parte diurna GY molto più grande riſpetto alla ſua parte notturna IY, che il paralello KL, di cui KN ed NL ſono le due porzioni; perchè l' aſſe del mondo RCP allontanandoſi di più in più dall' orizzonte OH, il centro, o il mezzo X del paralello GI, ſi trova più innalzato, che il centro V del paralello KL: perciò il primo ſi ſtacca più dall' orizzonte; la ſua porzione YI tagliata dall' orizzonte diventa più piccola e quando il ſole v' è giunto, ſta meno tempo ſotto l' orizzonte.

117. L' arco diurno del tropico del cancro è dunque il più grande di tutti gli archi diurni del ſole per li paeſi ſettentrionali; perchè il tropico del cancro è più avanzato verſo il Nord di tutti gli altri paralelli del ſole. Perciò il più lungo giorno dell' anno è quello, in cui il ſole deſcrive il tropico del cancro, cioè il giorno del ſolſtizio d' eſtate: per l' iſteſſa ragione la più lunga notte è quella del ſolſtizio d' inverno 21 Decembre.

118. Nella ſfera obliqua, come nella ſfera retta, al tempo degli equinozj il giorno è uguale alla notte, perchè allora il ſole deſcrive l' equatore, il quale è ſempre tagliato in due parti uguali da qualunque orizzonte, per la proprietà dei cerchi maggiori della ſfera, che paſſano tutti per il centro, e ſi tagliano in ogni ſenſo in due parti uguali (29).

119. Nella ſfera obliqua dei paeſi ſettentrionali di qua dal tropico, il ſole aſcende dopo i 21 Decembre giorno del ſolſtizio d' inverno, fino ai 21 Giugno giorno del ſolſtizio d' eſtate; perchè ogni giorno s' avvicina a tramontana d' una piccola quantità; i giorni creſcono, e le notti calano, perchè gli archi diurni de' paralelli diventano più conſiderabili. Chiamanſi *ſegni aſcendenti* quelli, che il ſole percorre in queſto frattempo, che ſono il *Capricorno*, l' *Aquario*, i *Peſci*, l' *Ariete*, il *Toro*, i *Gemelli*: queſto nome di ſegni aſcendenti aſſai è uſitato in aſtronomia, per molte circoſtanze, nelle quali biſogna diſtinguere i *ſegni aſcendenti* dai *ſegni diſcendenti*.

120. I giorni egualmente lontani da un iſteſſo ſolſtizio ſono uguali, come il 20 Maggio ed il 23 Luglio, il ſole tramonta a Parigi a $7^h\,43'$, per-

perchè la declinazione del ſole (91) eſſendo d' intorno 20, tanto nell' uno che nell' altro, deſcrive il ſole il medeſimo paralello, tanto li 20 Maggio mentre s' allontana dall' equatore per aſcendere verſo il tropico, quanto li 23 Luglio, mentre s' avvicina all' equatore dopo il ſolſtizio d' eſtate.

121. Quando il ſole, in vece di aver 20° di declinazione boreale come nel caſo precedente, ne ha 20° d' auſtrale, il che accade li 21 Novembre, e 20 Gennajo in circa, la lunghezza del giorno è uguale alla lunghezza della notte nel primo caſo, e la durata della notte è uguale alla durata del giorno quando il ſole deſcriveva il paralello oppoſto: perchè in diſtanza di 20° da una parte e dall' altra dell' equatore i paralelli ſono uguali ed egualmente tagliati dall' orizzonte, ma in ordine inverſo: ſe il paralello M D L (*Fig.* 3) è tanto lontano dall' equatore E C Q verſo mezzodì, quanto il paralello K V N L verſo il Nord, cioè, ſe C W è uguale a C V, allora la parte D M ſarà uguale alla parte L N, perchè i triangoli C D W, e C V N ſaranno uguali; ma W L è uguale ad V L, perchè i paralelli ſono a diſtanze uguali dall' equatore; dunque le parti rimanenti D M, N L ſaranno uguali, o ſia l' arco diurno di un paralello ſarà uguale all' arco notturno dell' altro, ed il giorno dei 20 Maggio ſarà uguale alla notte dei 20 Gennajo. E' lo ſteſſo di tutti gli altri giorni della primavera e dell' autunno, che ſi poſſono paragonare ai giorni corriſpondenti dell' eſtate e dell' inverno; e ſi troverà l' iſteſſa egualità, quando vi ſarà ugual diſtanza del ſole dall' equatore; la ſola differenza che v' entra, è quella che proviene dalle riſrazioni, e può eſſer di alcuni minuti come già s' è avvertito (107).

122. Due paeſi ſituati a latitudini uguali, l' uno al nord dell' equatore, l'altro a mezzodì, anno le ſtagioni ſempre oppoſte; la primavera dell' uno è autunno per l' altro, la ſtate del primo fa l' inverno del ſecondo; perchè il ſole all' uno s' avvicina, mentre dall' altro s' allontana, e perchè gli archi diurni dalla parte del nord ſono uguali agli archi notturni dalla parte di mezzodì prendendo gli ſteſſi giorni. Si paragoni la figura 8 colla figura 9: nell' una il polo ſettentrionale P è innalzato ſopra l' orizzonte, nell'altra il polo meridionale R: il paralello G L in ambe le figure è al mezzodì dell' equatore; ma nella figura 8 il mezzodì è al baſſo, nella figura 9 in alto: nella figura 8 l' arco diurno G M è minore dell' arco notturno M L, mentre nella figura 9 l' arco diurno G M è il maggiore: l' arco notturno M L nella figura 8 è uguale all' arco diurno G M nella figura 9; per eſempio nei paeſi, che anno 30° di latitudine boreale, il giorno è lungo quanto la notte nei paeſi che ſono 30° verſo oſtro di là dall' equatore, ed arriva nell' iſteſſo tempo agli uni l' inverno, agli altri l' eſtate.

123. I paeſi ſituati ſotto lo ſteſſo paralello dall' iſteſſa parte dell' equatore, per quanto ſieno diſcoſti tra loro, anno l' iſteſſa durata del giorno, l' iſteſſa ſtagione, perchè avendo la medeſima altezza di polo, e l' aſſe del mondo iſteſſamente collocato ſopra l' orizzonte di ciaſcuno, anno i paralelli egualmente tagliati: perciò la Spagna ed il Giappone, Napoli e

Pe-

Peking, che anno la ſteſſa latitudine dalla parte del nord, anno la ſteſſa temperatura, l' iſteſſe ſtagioni, l' iſteſſa lunghezza del giorno negli ſteſſi tempi dell' anno, benchè lontani tra loro due mille leghe. La ſola differenza che vi può eſſere, proviene dalle foreſte, dalle montagne, dalle riviere, che favoriſcono o contrariano l' effetto del calor del ſole (130).

124. La *ſfera paralella* è quella, che ha luogo quando l' orizzonte è paralello all' equatore, o l' equatore iſteſſo ſerve d' orizzonte. Non vi ſono ſopra la terra che due punti dove abbia luogo, cioè i due poli. E perchè queſti due punti ſono inabitati, e inabitabili, poco ſi dirà di queſta parte. In queſta poſizione di ſfera (fig. 13) il polo celeſte P è nel zenit; l' anno conſta di un ſol giorno, e d' una ſola notte, ambi appreſſo poco di ſei meſi: intanto che il ſole ſi trova per eſempio nei ſei ſegni ſettentrionali, il polo boreale viene illuminato ſenza interruzione; tutti i paralelli, che il ſole deſcrive dall' equatore ſino al tropico del cancro T R, e dal tropico all' equatore, ſono ſopra l' orizzonte, e paralelli al medeſimo; il ſole gira ciaſcun giorno intorno il cielo, ſenza cambiare ſenſibilmente di altezza. Ma quando dopo l' equinozio d' autunno paſſa nei ſegni meridionali, non compariſce più ſull' orizzonte; i paralelli che deſcrive ſono intieramente nell' emiſferio inferiore inviſibile, e regna per ſei meſi l'oſcurità. Solamente biſogna eccettuare il crepuſcolo, che comincia intorno 52 giorni avanti che il ſole arrivi all' equatore e compariſca ſull' orizzonte, e non ceſſa ſe non 52 giorni dopo la diſparizione totale del diſco ſolare. Vi ſarebbe anche una piccola differenza tra gli abitanti del polo boreale, e quelli del polo auſtrale, in ciò che quelli vedrebbero il ſole 8 giorni di più che gli altri; perchè il ſole a cagione dell' allungamento della ſua orbita (per l' eccentricità dell' orbita terreſtre) (309) ſta 8 giorni di più nei ſegni ſettentrionali, che nei ſegni meridionali.

125. Ogni giorno un abitante del polo vedrebbe l' ombra girare intorno di ſe uniformemente, ſenza cambiar lunghezza. Per far un orologio ſolare orizzontale, baſterebbe divider un cerchio in 24 parti uguali; ma il mezzodì in ſfera peralella è coſa indeterminata; non eſſendovi alcun punto del cielo, da cui contar le ore per preferenza; noi prendiamo il punto più alto del corſo del ſole, che non ha luogo in ſfera paralella. Parimenti non ſi ſaprebbe la direzione dell' *ago*, nè quella dei venti; nel polo nord tutti i venti ſarebbero venti di mezzodì, e nel polo auſtrale tutti venti di nord (ſopra i venti vedete la Geografia di Varenio, e ſe volete, anche il Muſchembroek).

126. Nella ſfera paralella le ſtelle viſibili non tramontano mai, e ſtanno all' iſteſſa altezza ſopra l' orizzonte; l' iſteſſa metà del cielo è ſempre viſibile, mentre le ſtelle ſituate nell' alto emiſferio non appariſcono mai.

Delle ſtagioni, e dei climi.

127. Quanto più la ſfera è obliqua, tanto più ſi ſcema il calore, e le ſtagioni diventano diſuguali. I raggi del ſole, che producono il calore ed ani-

animano tutta la natura, anno la maggior forza quando vengono perpendicolari; anno meno aria da traverſare, e perciò ſi cacciano con maggior forza negl' interſtizj della terra, e dei corpi che vi ſono ſoggetti per fomentare il calore. Quanto un clima più s'avanza verſo i poli, tanto più i raggi vi giungono obliqui: in un luogo che ha 45° di latitudine, il ſole eſſendo nell'equatore, non vi s'innalza, che di 45° anche al mezzodì. In generale l'altezza del ſole nel giorno dell' equinozio è ſempre il complemento della latitudine, e con eſſa fa 90° (35); perciò quanto ſi aumenta la latitudine di un paeſe, e l'obliquità della ſfera, più ſi diminuiſce l'altezza del ſole nell' equinozio; e più che ſi allontanano i raggi dalla perpendicolare, o dalla linea del zenit, più ſi ſcema il calore. E' vero, che il ſole in eſtate s'innalza ſopra l'equatore, ma in inverno di altrettanto s'abbaſſa, e l'inegualità non ne diventa che più grande per le ſtagioni, ſcemandoſi ſempre il calore, quando cala l'altezza dell'equatore. Perciò nel Senegal, ſulla coſta d' Affrica, s'è veduto il Termometro, diviſo col metodo di Reaumur, aſcendere più di 38° ſopra la congelazione: ma a Parigi, nei più gran calori non aſcende comunemente ſe non che a 28° in 29°: nella Siberia non s'alza tanto in eſtate, ed in certi luoghi vi diſcende a 70°, ſotto il gelo, quando il più gran freddo del 1709 a Parigi non fu più di 15° $\frac{1}{2}$ ſotto il medeſimo termine (mem. Accad. 1749).

128. La *coſtruzione del Termometro* è una coſa, in cui ſi ha tanto variato, che io credo utile fiſſarne quì la graduazione. Seguirò il Sig. de Luc, che ci ha dato la miglior opera ſopra i Barometri ed i Termometri (*Recherches ſur les modifications de l' atmoſphère à Genève* 1772, 2 Vol. in 4). Io chiamo con queſto Fiſico, Termometro di Reaumur un Termometro di Mercurio che marca 80 nell' acqua che bolle da qualche tempo, trovandoſi il Barometro a 27 pollici; ſegna 29 $\frac{2}{10}$ al calore del corpo umano, come ſotto le aſcelle reſtatovi un ora; 9 $\frac{6}{10}$ nella temperatura coſtante dei ſotterranei dell' oſſervatorio; o, nel ghiaccio che ſi ſcioglie, o nel ghiaccio meſcolato coll' acqua; e 17 ſotto la congelazione, in una meſcolanza di due parti di ghiaccio che ſi liquefa, ed una parte di ſal marino. I Termometri di ſpirito di vino altra volta fatti da Reaumur, ſegnano 100 $\frac{4}{10}$ nell'acqua bollente; 80 nel calore, che lo ſpirito di vino può ſopportare ſenza bollire, ed a cui ritorna quando il bollimento è paſſato; 32 $\frac{1}{2}$ al calor naturale del corpo umano; 10 $\frac{1}{4}$ nei ſotterranei dell' oſſervatorio; o nell'acqua che gela; 12 $\frac{3}{10}$ ſotto la congelazione nella detta meſcolanza di due parti di ghiaccio, ed una di ſal marino. Supponeſi quì uno ſpirito di vino, quale lo impiegava il Reaumur; vale a dire 5 parti di ſpirito di vino diſtillato col bagno di ſabbia dopo di aver acceſo la polvere, meſcolate con una parte d'acqua.

129. Se ſi divide l' intervallo fondamentale, che v' è tra il ghiaccio e l' acqua bollente, in 180 parti in vece di 80; ſegnando 212 al punto dell' acqua bollente, e 32 al punto del ghiaccio che ſi ſcioglie, s' avrà la diviſione che Farhenheit ha data nel 1724; ella è la più ſeguita in Inghilterra, e nel nord; ma ſi ha ſpeſſo abbandonato i principj dell'autore, come in Francia quelli di Reaumur. Io non parlo quì ſe non dei Termometri di Mercurio; lo ſpirito di vino ha un andamento troppo diſuguale. Supponendo dei Termometri di Mercurio, e di ſpirito di vino, che ſieno d' accordo al ghiaccio, e all' acqua bollente; lo ſpirito di vino rettificato, capace di bruggiar la polvere, ſi trova a 25 $\frac{1}{2}$ quando il Termometro di Mercurio ſegna 30.

130. Tra le cagioni del calore, e del freddo, biſogna principalmente contare la qualità del ſuolo, e l' altezza del livello dove ſi abita. Sulle coſte d' Affrica ſi prova più caldo, che per tutto altrove; perchè le ſabbie s' infiammano più facilmente che i boſchi, le acque, e le montagne; e perchè i luoghi ſon baſſi a livello del mare. Il Canadà è più freddo della Francia, benchè a pari latitudine; perchè il paeſe è più coperto di boſchi, men coltivato, men popolato, men diſſeccato. Quito, benchè poſta in mezzo la zona torrida vi gode di una perpetua primavera, benchè queſta città ſia elevata ſopra il livello del mare più di 1400 pertiche; non v' è ſa quel calore che produce una forte rifleſſione di raggi ſopra tutti gli oggetti d' intorno, calore, ch' è ſempre più vivo di quello dei raggi diretti: egli fa perciò più caldo dopo il ſolſtizio d' eſtate, perchè la concentrazione del calore ſi accreſce in tutti i corpi.

131. La lontananza, o vicinanza del ſole influiſcono meno ſul calore: il ſole è meno lontano dalla terra in Dicembre, che in Giugno: la differenza è di 370 diametri della terra, che vuol dire più di un milione di leghe; e ciò non toglie che il più forte dell' inverno appreſſo noi non ſia quando il ſole è vicino; ma la principal cagione del calore di eſtate è il tempo che reſta il ſole ſull' orizzonte, e la direzione dei ſuoi raggi, che s' accoſta più alla perpendicolare nel noſtro orizzonte a mezzodì, traverſando inſieme una minor quantità d' aria.

132. I *climi* ſono le parti della terra, in cui differiſce la lunghezza del giorno. Se n' è diſtinto 24 per mezze ore creſcenti, e 6 per meſi. Era un poco differente la maniera di contar i climi degli antichi. Secondo il Sacroboſco il primo clima era lo ſpazio compreſo tra il paralello di 12 ore e tre quarti, e quello di $13^h \frac{1}{4}$. Il mezzo del ſecondo era a $13^h \frac{1}{2}$; il mezzo del terzo clima a 14^h, come in Aleſſandria d' Egitto; il quarto a $14^h \frac{1}{4}$, come a Rodi e Babilonia; il quinto a 15^h, e paſſa per Roma; il ſeſto $15^h \frac{1}{2}$, e paſſa per Venezia e Milano; il ſettimo 16^h paſſa per Parigi ec. (*Clavius in ſphæram* pag. 288.)

133. Gli antichi non contavano infatti che 7 climi, contandone i mez-

mezzi tra le 23 e le 16 ore, e il mezzo del ſettimo ſi trova a 48°. 40' di latitudine: non s' eſtendevano molto le loro cognizioni geografiche, e conoſcevano poche terre a ulteriori latitudini.

134. Si troverebbe lo ſteſſo nei 6 climi di meſe, cioè i paeſi nei quali il giorno più lungo è di un meſe, di due, di tre ec.

Si troverebbe che il primo clima di meſe finiſce a 67° $\frac{1}{2}$ di latitudine, perchè il giorno vi dura un meſe, e così di ſeguito fino al polo, che termina il ſeſto ed ultimo clima di meſe; il giorno eſſendo ivi di 6 meſi. Ma gli aſtronomi non fanno uſo di queſte denominazioni di climi.

Delle zone terreſtri.

135. Ciò, che ſi è detto delle latitudini terreſtri, e delle poſizioni della ſfera (41. 106) conduce alla diviſione fatta dai Geografi della ſuperficie della terra in *cinque zone*, o faſcie circolari, che ſono, la *zona torrida*, le *due zone temperate*, e le *due zone glaciali*.

136. La *zona torrida* K M L L K (*Fig.* 3) è quella che s' eſtende a 23° $\frac{1}{2}$ da una parte e dall' altra dell' equatore: comprende tutti i paeſi tra due tropici, in cui ſi può aver il ſole nel zenit.

137. Le *zone temperate* A B L K, M L T S s' eſtendono 43° di là da ciaſcun tropico, l'una al nord del tropico di cancro, l' altra al mezzodì del tropico di Capricorno: comprendono i paeſi, che non anno mai il ſole nel zenit, e loro non manca in alcun giorno d' inverno. I paeſi ſituati a 66° $\frac{1}{2}$ di latitudine boreale, anno l' equatore elevato ſolamente 23° $\frac{1}{2}$ (34); perciò quando il ſole ſi trova nel ſolſtizio d' inverno 23° $\frac{1}{2}$ ſotto l' equatore, ceſſa d' alzarſi ſopra l' orizzonte, e appena lo tocca nel punto di mezzodì.

138. Di là da 66° $\frac{1}{2}$ di latitudine, arriva un tempo in cui non ſi vede il ſole per tutto il giorno intorno il ſolſtizio d' inverno, ma ſi vede per 24 ore nel ſolſtizio d' eſtate. Omero ſembra indicar queſto giorno continuo all' occaſione dei Leſtrigoni (Odyſ. K. ver. 1-82) e ſe ne parlerà più a lungo, ſpiegando gli uſi del globo artifiziale (221). Qui comincia la *zona glaciale* o frigida, che s' eſtende fino al polo. La zona glaciale artica è abitata, poichè la Lapponia, e la Siberia ne fanno parte; il reſto è un vaſto mare, che s' eſtende fino al polo. La zona glaciale del mezzodì è aſſolutamente incognita; attualmente ſi cerca di ſcoprirne qualche parte.

139. La ſuperficie, o eſtenſione di terra e di mare, compreſa in ciaſcuna zona glaciale, è 6 volte minore che quella di ciaſcuna zona temperata; ed ogni zona temperata fa due terzi della torrida. La ſuperficie totale della terra eſſendo ſuppoſta di 23 parti, il contingente delle zone glaciali, temperate, e torrida è come 1, 6, 9; o ſia 2 per le glaciali, 12

per le temperate, 9 per la torrida; e ciaſcuna unità equivale a 1.124,372 leghe quadrate.

140. Il *cerchio polare* (102) è un cerchio minore della ſfera terreſtre AB (*Fig.* 3) paralello all'equatore, che paſſa a $66^{o}\frac{1}{2}$ di latitudine boreale, e di cui la circonferenza comprende tutto lo ſpazio APB, che ſi è detto la zona glaciale: vi ſono due cerchi polari AB, ST, come due zone glaciali, uno verſo il polo artico, l'altro verſo il polo antartico (102).

141. Si trova in Virgilio, e in Ovidio la deſcrizione eſatta delle cinque zone enunciate:

Quinque tenent cælum zonæ; quarum una coruſco
Semper ſole rubens, & torrida ſemper ab igne;
Quam circum extremæ, dextra lævaque, trahuntur
Cærulea glacie concretæ atque imbribus atris;
Has inter mediamque, duæ mortalibus ægris
Munere conceſſæ divum, & via ſecta per ambas
Obliquus qua ſe ſignorum verteret ordo. Geor. 1. 233.

Utque duæ, dextra cælum, totidemque ſiniſtra
Parte, ſecant zonæ, quinta eſt ardentior illis;
Sic onus incluſum numero diſtinxit eodem
Cura Dei, totidemque plagæ tellure premuntur;
Quarum quæ media eſt, non eſt habitabilis æſtu;
Nix tegit alta duas; totidem inter utramque locavit,
Temperiemque dedit, mixta cum frigore flamma. Met. 1. 45.

142. Lucano oſſerva con ragione, che nella zona temperata boreale ſi ha ſempre l'ombra a deſtra, o ſia verſo il nord, guardando ponente; mentre nella zona torrida ſi ha talora l'ombra verſo mezzodì, o a ſiniſtra:

Ignotum vobis, Arabes, veniſtis in orbem,
Umbras mirati nemorum non ire ſiniſtras. Pharſ. III. 247.

143. Dice ancora, che a Siene città d'Egitto ſotto il tropico, l'ombra a mezzodì del ſolſtizio ſpariva, e non s'eſtendeva nè a dritta nè a ſiniſtra: *umbras nuſquam flectente Syene.* 1. 587.

144. La ſituazione dell'ombra a mezzodì è ſtata il ſoggetto d'una ſuddiviſione geografica degli abitanti della terra, in *heteroſcj* (umbra alterutra), *periſcj* (circum umbra), *anfiſcj* (ambi ombra) o *aſcj* (privi d'ombra). Gli *heteroſcj* ſono quelli, dei quali l'ombre meridiane ſono ſempre voltate dalla parte di uno ſteſſo polo, come gli abitanti delle zone temperate: nelle noſtre regioni l'ombra d'un corpo verticalmente eretto nell'

ora

ora del mezzodì si dirige sempre verso il nord, perchè è sempre opposta al sole, che è dalla parte di sud.

145. Li *periscj* sono quelli, di cui l'ombre girano in 24 ore verso tutti i punti dell' orizzonte: sono gli abitanti delle zone fredde, per li quali il sole non tramonta per un certo tempo dell' anno (138), ma girando tutto attorno l'orizzonte fa girare ancora l'ombra de' corpi.

146. Gli *anfiscj* sono quelli; dei quali l' ombre meridiane ora sono al nord, ora al sud; e tali sono gli abitanti della zona torrida. Ma affinchè una definizione comprendesse anche quelli che abitano sotto i tropici, Varenio nella sua Geografia generale sostituisce la parola di *ascj*, che vuol dire che restano privi d' ombra qualche giorno dell' anno avendo il sole nel zenit. Dividonsi gli *ascj* in due classi *ascj anfiscj*, per li quali l' ombra varia di quà, di là, nel mezzodì, e due volte l' anno sparisce: *ascj heteroscj* gli abitanti sotto il tropico, che anno sempre l' ombra da una parte, ed un sol giorno ne sono senza.

Degli Antipodi.

147. Due paesi dalla terra distanti diametralmente l' uno dall' altro (posta la terra rotonda) cioè collocati dai due estremi di una linea retta che passasse per il centro della terra, sono *antipodi* l' uno dell' altro: così la città di Lima nel Perù è presso poco antipode di quella di Siam nell' India, come risulta dalle longitudini e latitudini osservate in esse: Buenos-aires in America è parimente antipode di Pekin, capitale della China: Parigi ed il resto dell' Europa, anno i loro antipodi nel mar del Sud verso la nuova Zelanda; questa è una delle terre australi, che appena si conosceva avanti il viaggio intorno il mondo del Sig. Bougainville, e quello dei SS. Bancks, Solander, e Cooke fatto nel 1769.

148. Già più di 2 mille anni che si conosce la rotondità della terra, i dotti non anno dubitato, che non vi fossero antipodi; non se ne dubitò che in tempi di una stupida ignoranza, quando ogni lume di matematica era estinto sulla terra. Keplero dice, che un Vescovo nominato Virgilio fu deposto per aver parlato troppo affermativamente degli antipodi; ma il Ricciolo sostiene che questo non è esatto (vedete *Baronio* an. 744 *Riccioli* Almag. 11. 490).

149. Gli antipodi anno il piano medesimo per orizzonte; ma l' uno vede la faccia superiore del piano, l' altro la inferiore. Un astro leva per l' uno, quando tramonta per l' altro; il giorno più lungo dell' anno pel il primo è il più breve per il secondo; l' uno ha l' inverno quando l' altro ha l' estate; la primavera concorre parimente coll' autunno, il mezzodì colla mezza notte, la mattina colla sera, il giorno colla notte, il polo elevato per l' uno è abbassato per l' altro; le stelle che l' uno sempre vede, non appajono mai all' altro; quelle che s' innalzano pochissimo da una parte, s' abbassano pochissimo dall' altra; se tutti due voltano la faccia all' equatore, l' uno vede gli astri levarsi a sinistra, l' altro a destra.

150. I popoli, che senza esser diametralmente opposti, sono non per tan-

tanto l' uno al mezzodì, l' altro al nord dell' equatore ſotto il medeſimo ſemicerchio del meridiano, a latitudini uguali, chiamanſi *antecj*. Anno il mezzodì, e l' altre ore, nel medeſimo iſtante, l' uno, e l' altro; ma l' inverno degli uni regna nell' iſteſſo tempo che l' eſtate per gli altri, e la primavera dei primi coll' autunno dei ſecondi; i giorni degli uni ſono uguali alle notti degli altri; quando i giorni creſcono per queſti, calano per quelli; il polo elevato per li primi è abbaſſato del pari per li ſecondi; le ſtelle ſempre vedute dai primi non ſi vedono mai dai ſecondi; e quando guardano il ſole a mezzodì, anno la faccia rivolta uno contro l' altro, quando il ſole non foſſe più lontano, che eſſi, dall' equatore.

151. Quelli che ſono ſul medeſimo paralello, ma in punti oppoſti, ſi chiamano *periecj*. L' uno conta mezzodì quando l' altro ha mezza notte; ma eſſendo da un iſteſſa parte dell' equatore anno le medeſime ſtagioni e i medeſimi tempi; vedono le ſteſſe ſtelle reſtar perpetuamente ſopra l' orizzonte; gli aſtri levano nel medeſimo punto e alla ſteſſa diſtanza dal meridiano reſtando un uguale ſpazio di tempo ſopra l' orizzonte. Nel dì dell' equinozio il ſole leva per l' uno nel momento che tramonta per l' altro. Ma ſe il ſole è dalla parte del polo elevato, cioè nella primavera e nell' eſtate, leva per l' uno avanti di tramontar per l' altro, in modo che v' è un intervallo di tempo, dentro cui li due periecj vedono inſieme il ſole; all' oppoſto, nell' autunno e nell' inverno, v' è una parte di notte comune a tutti due, cioè un tempo, in cui nè l' un nè l' altro vede il ſole. Gli antipodi di un luogo ſono periecj de ſuoi anteci, e ſono anteci de ſuoi periecj. I periecj di Parigi ſono al ſud-eſt di Kamtſchtka, eſtremità orientale dell' Aſia, e gli anteci nelle terre auſtrali al mezzodì del capo di Buona ſperanza, luoghi finora incogniti.

152. Vi ſaranno delle perſone, che avranno forſe pena a figurarſi, come gli uomini poſſano abitare paeſi antipodi, coi piedi degli uni contro degli altri: ſembra a prima viſta che gli uni, o gli altri debbano aver la teſta al baſſo, in ſito roveſcio, contro lo ſtato naturale. Per rettificare queſte idee baſta conſiderare, perchè noi ſtiamo in piedi ſulla ſuperficie del globo coi piedi in terra, e la teſta alzata verſo il cielo; perchè ſi piglia queſta ſituazione, ſe mai per qualche moto eſterno ſe ne andaſſe fuori. V' è una forza, per cui tutti i corpi diſcendono verſo la terra, chiamiſi queſta *gravità*, *gravitazione*, o *attrazione*, e comunque ſia incognita la ſua cauſa, ella è manifeſta in tutti i punti del noſtro globo: da per tutto i corpi gravi tendono verſo il centro della terra con isforzo coſtante ed inalterabile: da per tutto ſi dice, che ciò che cade verſo la terra diſcende, ed aſcende ciò che ſe ne allontana. Così il corpo A (Fig. 14) attirato verſo il centro C del globo terreſtre, ſecondo la linea ABC, ed il corpo E attirato in ſenſo contrario ſecondo la linea EDC verſo il medeſimo centro C, cadono e diſcendono egualmente verſo la terra; perchè il loro niſo naturale è di avvicinarſi al centro C. Un abitante poſto in B vedrà cader la pioggia da A in B, ed il ſuo antipode in D vedrà venir la pioggia ſulla terra da E in D. Sono in vero queſte direzioni differenti, ma egualmente naturali, perchè il centro C della terra

è il

è il termine comune, il punto di riunione, e di tendenza, della pioggia, e di tutti gli altri corpi gravi.

153. Ho ſentito dei principianti dimandare, perchè, ſe il corpo A diſcende da A in B, l' altro non diſcende parimenti da D in E, ed in F: non s' erano ancora avvezzati ad oſſervare, che il corpo A non diſcende verſo B, ſe non perchè è ſforzato d' avvicinarſi alla terra, quando il corpo E non ha niente dalla parte di F, che poſſa determinarlo a muoverſi, niuna forza, niuna legge, niun oggetto, niuna cagione di moto; non ha rapporto, ſe non colla terra, con eſſa ha la ſua propenſione naturale, eſſa è cagione e termine del ſuo moto: andando da E verſo D obbediſce a queſta cagione; ſi muove nello ſteſſo modo, ſegue la ſteſſa legge, che il corpo A diſcendendo verſo B: però ſi può dire, che due corpi egualmente cadono, e diſcendono benchè vadano in ſenſo oppoſto; *cadere* è avvicinarſi alla terra. Si tratterà a lungo di queſta legge generale della *gravitazione* nel lib. XII. art. 980.

154. Alcuni pure dimandano, come ſono ſoſpeſe le ſtelle, perchè il ſole non cade ſopra di noi, come i corpi terreſtri, e coſa è che tiene la terra nel ſuo luogo? Per prevenir queſta difficoltà importa molto d' avvezzarſi per tempo a queſt' idea del tutto ſiſica, e ſempliciſſima; che i corpi non cambiano luogo ſenza una cauſa motrice: le ſtelle non ſono ſoſpeſe, e non anno biſogno d' eſſervi tenute, perchè niente le diſturba; baſta che ſieno in un luogo per reſtarvi ſempre; un ſoſtegno occorre, dove v' è diſpoſizione a cadere, e le ſtelle non anno alcuna tendenza verſo la terra, perchè ne ſono troppo lontane.

Tirar una linea meridiana.

155. La definizione del meridiano, e dei paralelli (19. 27) fa vedere, che il meridiano taglia in due parti uguali e ſimili gli archi diurni dei paralelli all' equatore. Il ſole, ſorto ſull' orizzonte, s' innalza per gradi, deſcrivendo ſenſibilmente un paralello all' equatore, arriva nel mezzodì al più alto punto del ſuo corſo, e poſcia diſcende verſo ponente colla medeſima velocità, per gli ſteſſi gradi, e nell' iſteſſo tempo che ha impiegato ad alzarſi ſino al meridiano. Perciò il meridiano divide la durazione dell' apparizione del ſole in due parti uguali, ed inſieme marca la maggior altezza del ſole.

156. Quindi ſeguono due maniere di conoſcere la direzione del meridiano, e di ſaper il momento, in cui vi arriva il ſole, o ſia l' ora del mezzodì: la prima conſiſte in eſaminare il momento, in cui il ſole è più elevato, e ceſſa di aſcendere, in cui le ombre dei corpi che illumina, ſono le più brevi; allora l' ombra d' uno ſtilo eretto verticalmente, o d' un filo a piombo, indicherà la direzione del meridiano, e ſegnerà ciò che ſi chiama la *linea meridiana*, cioè la ſezione dei piani dell' orizzonte e del meridiano. Queſto metodo ſarebbe eſatto, ſe ſi poteſſe riconoſcere con aſſai di preciſione il momento della maggior altezza; ma intorno il mezzodì, e quando l' altezza s' accoſta al ſuo *maximum*, cioè

alla

alla ſua maggior quantità, il progreſſo è così lento, che vi vorrebbe un' eſtrema preciſione per ottenere qualche eſattezza nell'oſſervazione (è però queſta l' ordinaria maniera che ſi pratica in mare) : biſogna dunque ricorrere ad un altro mezzo per diſegnare una meridiana; queſto è il ſecondo metodo, che vado a ſpiegare.

157. Queſto metodo conſiſte nell' oſſervare l' ombra del ſole che leva, e l'ombra del ſole che tramonta; queſte due ombre ſono egualmente lontane dal meridiano; perciò il mezzo di queſte due ombre deve dare quella del mezzodì. Sia il cerchio S M C B D A (Fig. 15) che rappreſenti la circonferenza dell' orizzonte, S il ſole che leva, C il ſole che tramonta, P il piede d'uno ſtilo perpendicolare all'orizzonte, P B l'ombra dello ſtilo quando il ſole leva, P A l'ombra quando tramonta. Se dividaſi l' angolo S P C, o l'arco S C, in due parti uguali nel punto M, la linea M P D ſarà la linea meridiana; poichè il ſole levando in S, e tramontando in C, ſi trova neceſſariamente in diſtanze uguali dal meridiano, che perciò paſſa per M. Queſto metodo non può praticarſi ſenza un orizzonte affatto ſcoperto, nè io l' indico qui, ſe non per meglio eſprimere l'oggetto che ſi propone, e l' idea ſulla quale è fondato il metodo generale di tracciare una meridiana: quindi naſcerà un terzo metodo più comodo.

158. Queſto metodo, che è forza d' impiegare, ai due punti dell'orizzonte di cui s'è parlato, ſoſtituiſce due altri punti, che ſieno egualmente elevati, l' uno avanti mezzodì, l' altro dopo: ſe in vece di ſegnar l' ombra del ſole quando è nell' iſteſſo orizzonte in S od in C, ſi ſegna una mezz'ora dopo il levare, e poi una mezz' ora avanti il tramontare, ſi avranno due altre ombre P F, P G, più vicine al meridiano, e più brevi, ma ſempre a diſtanze uguali dal meridiano; e per aver la meridiana P H D baſterà prendere il mezzo H delle due ombre.

159. Perciò ſi può in generale deſcriver dal centro P qualunque arco come F G; oſſervare il momento in cui l'ombra della mattina ſarà in F, e quella della ſera in G, colla punta nel medeſimo arco (poichè allora ſarà certo che l' altezza del ſole, è ſtata la medeſima in ambi gli ſtati, e per conſeguenza le ſue diſtanze dal meridiano perfettamente uguali); dovendo eſſer le due ombre all' iſteſſa diſtanza dal meridiano, ſi dividerà l'intervallo, o l'arco F G, in due parti uguali; e parimenti ſi troverà un punto H per cui deve paſſar la meridiana P H D, tirata per il piede dello ſtilo P. Per maggior preciſione ſi può deſcrivere molti cerchi concentrici, di cui ciaſcuno in particolare darà un punto della meridiana, e tutti queſti punti preſi inſieme determineranno ancora più eſattamente la linea intiera che ſi cerca. Queſto metodo è ſoggetto ad alcuni ſecondi d'errore fuori dei ſolſtizj, perchè il ſole non reſta eſattamente per tutta la giornata nell' iſteſſo paralello. Si avrà riguardo a queſta piccola diſuguaglianza nel libro ſeguente (326); ciò è inutile per l' uſo ordinario.

160. Finalmente in vece dello ſtilo, che io ſuppongo eretto in P, ſi può adoprare un iſtrumento aſſai ſemplice e comodo: queſto è una placa P

ca P (Fig. 16) d' incirca tre pollici , traſſorata d' un piccolo buco di ſpilla , che laſcia paſſare un raggio ſolare poſta ſopra un piede di 7 in 8 pollici AB, e il raggio cade ſopra la baſe del piede BD , o ſopra un altra tavola di livello . Dal punto C (che corriſponde perpendicolarmente ſotto il buco T , e che viene diſegnato da un piombino TC) ſi deſcrivono molti cerchi concentrici : ſopra ognun di queſti cerchi ſi marcherà il punto luminoſo del mattino K , e quello della ſera L ; il mezzo H dell' intervallo darà la meridiana CH.

161. Se la placa P ſia ricoperta d' un gran cartone , il punto luminoſo diventerà più ſenſibile e più vivo : ciò che fa uno dei vantaggi di queſto piccolo iſtromento; in oltre v' è il vantaggio di poter metter a livello la tavola ſteſſa , per mezzo dell' iſtromento ſoſpendendo in P un piombino, la cui punta dovrà eſattamente cadere in C, ſe l' iſtromento è ben fatto , e la tavola poſta a livello; così l' iſtromento ſerve di verificazione . Si può anche , mancando di piombo e di livello , verſar dell'acqua ſul piano, che farà veder da qual parte inclini , ed allora ſi potrà drizzare con piccoli cunei di legno ſino a tanto che ſi veda, che l' acqua ſta ferma , e non iſcorre più . Nel proſeguimento di queſt' Opera ſi vedrà (322) che l' iſteſſo principio di cui s' è parlato , produce anche il metodo *dell' altezze corriſpondenti* , impiegato da tutti gli aſtronomi, per aver il momento del mezzodì colla più ſcrupoloſa eſattezza .

162. La linea meridiana è il primo fondamento d' un oſſervatorio; per lo più l' oſſervazioni ſuppongono un eccellente meridiana ; perchè tutte le teorie aſtronomiche ſono fondate ſopra le altezze preſe nel meridiano , e ſu i paſſaggi degli aſtri per il meridiano . Perciò è detto , che gli aſtronomi guardano il mezzodì, come i Geografi il nord , i Sacerdoti l' oriente, i Poeti l' occidente :

Ad boream terræ , ſed cæli menſor ad auſtrum ;
Præco dei exortum videt , occaſumque poeta.

163. Si può ſegnare una meridiana col mezzo della ſtella polare, quanto col metodo precedente , forſe anche con maggior eſattezza . La ſtella polare non eſſendo lontana dal polo che intorno due gradi , in qualunque tempo ſi oſſervi diſegna preſſo poco la parte di tramontana ; ma ſcieglendoſi preſſo poco il tempo , in cui ella ſi trova nel meridiano , ſe anche vi foſſe un errore di molti minuti , ſi avrà per eſſa la direzione del meridiano con gran preciſione , baſterà innalzare due fili a piombo , per li quali ſi poſſa mirare la ſtella.

164. Per iſcieglier il tempo, in cui la ſtella polare ſi trova eſattamente nel meridiano, ſi può calcolare l' ora, ed il minuto del paſſaggio, col metodo che ſarà ſpiegato dopo (363); ma v' è una maniera comoda per trovar ſenza calcolo il tempo, in cui la ſtella polare paſſa per il meridiano. Baſta oſſervare il tempo in cui ſia nel verticale della ſtella dell' orſa maggiore ; e queſta è la prima delle tre ſtelle della coda, la più vicina del quadrato del carro (Fig. 1) . Si ſa , che queſta ſtella è oppo-

ſta alla ſtella polare, in modo che paſſano per il meridiano inſieme, l' una ſopra del polo, l' altra di ſotto; perciò quando l' una è ſotto l' altra, nell' iſteſſo verticale, nell' iſteſſo filo a piombo, è certo che ſono ambedue nel meridiano: ſe in queſto momento ſi tira la linea dei due fili, o regole verticali, verſo la direzione di queſte due ſtelle, ſi avrà la linea meridiana.

165. Si può impiegare in vece di due fili a piombo, tre o quattro miccie debolmente acceſe, di cui due ſieno poſte prima in uno ſteſſo verticale per mezzo d' un piombino; la terza, o la più vicina all' occhio ſarà mobile, e potrà drizzarſi coll' altre verſo la ſtella polare. Si potrebbe ſervirſi anche d' una tavola trafforata in due luoghi per vedere inſieme le due ſtelle, adoprando un' altra tavola più preſſo l' occhio, per porſi nella direzione delle ſtelle, e del verticale; un muro che foſſe a piombo ſervirebbe egualmente, ma di rado ſe ne trova. Meglio di tutto è ſervirſi di un *triangolo filare*, quale adoprava il P. Riccioli, eretto ſopra di un travicello bene ſquadrato, e la cui punta ſporga in avanti, per poter quadrare per di ſotto la ſtella dell' orſa maggiore, che in eſtate paſſa aſſai alta: l' orlo del travicello darà la direzione della meridiana; cioè ſervirà a ſegnarla fermato che ſia nell' indicato momento.

166. Queſta operazione può farſi nel crepuſcolo nei meſi di Maggio e di Giugno, con uno dei detti modi, a ſegno di non ingannar di un minuto ſul tempo in cui le ſtelle paſſano per lo ſteſſo verticale; ed un minuto di errore non farebbe 4 ſecondi di tempo ſul momento del mezzodì, che ſi oſſervaſſe in ſeguito col mezzo di tale meridiana.

167. Per parlare con più di preciſione, devo avvertire, che queſte due ſtelle paſſavano eſattamente inſieme per il meridiano nel meſe di Luglio 1751; ma la ſtella ι dell' orſa maggiore, ogni dieci anni avanza l' altra di $1'\ 13''\ \frac{1}{2}$; nel meſe di Giugno 1773 paſsò $2'\ 42''$ prima che la ſtella polare. Se dunque ſi aſpiraſſe in queſta operazione ad un eſtrema eſattezza, biſognerebbe aſſicurarſi prima, per il mezzo di due linee verticali, del momento in cui le due ſtelle ſono paſſate per il verticale medeſimo; aſpettar poi $2'\ 42''$ (e più col tempo a proporzione), dirigere allora la linea dei due fili a piombo alla ſola ſtella polare, ſenza riguardo all' altra che già ſarà paſſata oltre il meridiano ed il verticale; ma queſta piccola differenza è inſenſibile nella pratica.

Del globo celeſte artifiziale, e de' ſuoi uſi.

168. Un globo deſtinato a rappreſentare le coſtellazioni, i moti planetarj, l' ecclittica, l' equatore, i cerchi di latitudine, i cerchi di declinazione, il meridiano e l' orizzonte, chiamaſi *globo celeſte*. Quello rappreſentato (Fig. 12) è circondato, come la ſfera, da un orizzonte HO, e da un meridiano PZR, e gira ſull' aſſe PR. Vi ſi ſegnano le ſtelle per mezzo delle aſcenſioni rette, e declinazioni loro oſſervate (90, 91) nella notte nel tempo che paſſano per il meridiano, ſecondo che anno

la

la medeſima altezza dall' equatore, o paſſano un grado, due ec. più alte, o più baſſe. Si traccia in ſeguito ſopra queſto globo un altro cerchio nei due punti equinoziali, rimarcati tra le ſtelle (67), e che s' allontana da una parte e dall' altra 23° $\frac{1}{2}$, che ſarà l' ecclittica (64); i due punti dell' ecclittica più lontani dall' equatore, ſono i *ſolſtizj*, o i *punti ſolſtiziali* (68). I due coluri (102) devono ſegnarſi ſul globo da un polo all' altro, uno per gli equinozj, l' altro per li ſolſtizj, come nella ſfera. Tutti i cerchi che paſſano per li poli del mondo, e tagliano ad angoli retti l'equatore, chiamanſi, come s' è detto, cerchi di declinazione; tali ſono anche i coluri, i meridiani, i cerchi orarj (92).

169. Sul globo ſi può oſſervare l' *aſcenſione obliqua* di un aſtro: e la diſtanza del punto equinoziale dal punto dell' equatore che leva coll' aſtro. Sia HEZPO (Fig. 20) il meridiano, P il polo del mondo, HO l' orizzonte, EC l'equatore, S un aſtro che leva nell' orizzonte. Il punto B dell'equatore è quello che marca l' aſcenſion retta dell' aſtro S; ma il punto dell' equatore che marcherà l' aſcenſione obliqua della ſteſſa ſtella, ſarà C, perchè il punto C è quello che leva colla ſtella: BC è la differenza tra l'aſcenſione retta, e l'aſcenſione obliqua; gli antichi aſtronomi la chiamavano *differenza aſcenſionale*, ma attualmente non ſe ne fa quaſi più uſo.

170. I Problemi, che ſi poſſono ſciogliere col mezzo d'un globo, o d' i divertimento; per trovarvi eſatande, ben tornito, e ancora ſareb-; ma ſtudiando la prima volta i arſi ſul globo, e ſulla ſfera armil- e riferirli ſenza pena agli oggetti globo, o della ſfera, perchè non è aperta e vuota, mentre il glo- ella ſua ſuperficie le differenti co- terreſtre (214).

ne d' un paeſe della terra, e il luo- l' anno, trovar l' ora del leviare e

Parigi, di cui la latitudine è di Aprile l' ora del levare e del tra- il meridiano dentro i ſuoi incaſtri ra l' orizzonte, il che ſi ha dai gna cercare qual grado d' ecclittica riſponde al giorno dato: queſti gradi ſono marcati per ordinario o ſul Zodiaco, o anche nell' orizzonte, coi giorni corriſpondenti, e coll' ingreſſo del ſole in ciaſchedun ſegno (79). Nel caſo propoſto ſi trova che ai 20 Aprile corriſponde il primo grado del toro. 3°. Il grado ritrovato dell' ecclittica dove è il ſole, girando il globo, ſi mette nel meridiano; e ſi met-

la medeſima altezza dall' equatore, o paſſano un grado, due ec. più alte, o più baſſe. Si traccia in ſeguito ſopra queſto globo un altro cerchio nei due punti equinoziali, rimarcati tra le ſtelle (67), e che s' allontana da una parte e dall' altra 23° $\frac{1}{2}$, che ſarà l' ecclittica (64); i due punti dell' ecclittica più lontani dall' equatore, ſono i *ſolſtizj*, o i *punti ſolſtiziali* (68). I due coluri (102) devono ſegnarſi ſul globo da un polo all' altro, uno per gli equinozj, l' altro per li ſolſtizj, come nella ſfera. Tutti i cerchi che paſſano per li poli del mondo, e tagliano ad angoli retti l' equatore, chiamanſi, come s' è detto, cerchi di declinazione; tali ſono anche i coluri, i meridiani, i cerchi orarj (92).

169. Sul globo ſi può oſſervare l' *aſcenſione obliqua* di un aſtro: e la diſtanza del punto equinoziale dal punto dell' equatore che leva coll' aſtro. Sia HEZPO (Fig. 20) il meridiano, P il polo del mondo, HO l' orizzonte, EC l' equatore, S un aſtro che leva nell' orizzonte. Il punto B dell' equatore è quello che marca l' aſcenſion retta dell' aſtro S; ma il punto dell' equatore che marcherà l' aſcenſione obliqua della ſteſſa ſtella, ſarà C, perchè il punto C è quello che leva colla ſtella: BC è la differenza tra l' aſcenſione retta, e l' aſcenſione obliqua; gli antichi aſtronomi la chiamavano *differenza aſcenſionale*, ma attualmente non ſe ne fa quaſi più uſo.

170. I Problemi, che ſi poſſono ſciogliere col mezzo d' un globo, o d' una ſfera, non ſono ſemplici eſercizj di divertimento; per trovarvi eſattezza vi vorrebbe in vero un globo grande, ben tornito, e ancora ſarebbe da preferir il calcolo trigonometrico; ma ſtudiando la prima volta i principj d' aſtronomia, è utile d' eſercitarſi ſul globo, e ſulla ſfera armillare, per ben comprenderne i moti, e riferirli ſenza pena agli oggetti celeſti. Ho detto che ſi può valerſi del globo, o della ſfera, perchè non v' è altra differenza ſe non che la ſfera è aperta e vuota, mentre il globo è pieno e coperto, per deſcriver nella ſua ſuperficie le differenti coſtellazioni. Si parlerà ben toſto del globo terreſtre (214).

171. Problema. *Conoſcendo la latitudine d' un paeſe della terra, e il luogo del ſole per ciaſcun giorno dell' anno, trovar l' ora del levare e del tramontare del ſole.*

Supponiamo, che il luogo dato ſia Parigi, di cui la latitudine è di 49°, e che ſi voglia ſapere per li 20 Aprile l' ora del levare e del tramontare del ſole. 1°. Biſogna muover il meridiano dentro i ſuoi incaſtri tanto, che il polo ſia innalzato 49° ſopra l' orizzonte, il che ſi ha dai numeri ſegnati nel meridiano. 2°. Biſogna cercare qual grado d' ecclittica riſponde al giorno dato: queſti gradi ſono marcati per ordinario o ſul Zodiaco, o anche nell' orizzonte, coi giorni corriſpondenti, e coll' ingreſſo del ſole in ciaſchedun ſegno (79). Nel caſo propoſto ſi trova che ai 20 Aprile corriſponde il primo grado del toro. 3°. Il grado ritrovato dell' ecclittica dove è il ſole, girando il globo, ſi mette nel meridiano; e ſi

mette parimente ſul mezzodì, o ſull' ora 12, il raggio della roſetta P, ſia nella ſfera, ſia nel globo (Fig. 11 e 12); (queſto raggio ſi muove con un poco di ſtento, perchè debba girare col moto del globo): La ragione è, che ſi deve contar mezzodì per il dato luogo, quando il grado d' ecclittica, in cui ſi trova il ſole, è nel meridiano. 4°. Si gira la ſfera dalla parte d' oriente ſin che il grado del giorno dato, qui il primo grado del toro, ſia nell' orizzonte; ſi vedrà l' ago ſulle 5 ore della roſetta, che vuol dire il ſole ſi leva a 5 ore della mattina (contando all' oltramontana); girando parimente la ſfera verſo ponente, ſin che il detto grado del ſole ſia nell' orizzonte, ſi vedrà l' ago che gira coll' aſſe, ſulle 7 ore, e ſarà capire che il ſole tramonta a 7 ore. Queſta operazione fa vedere che quel giorno dura 14 ore. Si ſpiegherà la maniera di calcolare rigoroſamente il levare e il tramontare degli aſtri (367). La ragione è, che il giorno ſi divide in 24 ore; e poichè il moto diurno ſi fa uniformemente ogni giorno intorno l' aſſe e i poli del mondo, l' ago della roſetta facendo il medeſimo moto, con un giro rappreſenta le 24 ore, 6 ore in un quarto di giro, ec. e in conſeguenza eſſendo poſte le coſe nel ſito conveniente, ſi avranno ſempre le ore ricercate, indicate dall' indice ſulla roſetta.

172. Per un' operazione inverſa, conoſcendo l' ora del tramontar del ſole in un dato giorno, ſi troverà la latitudine di quel paeſe. Avendo marcato il luogo del ſole nell' ecclittica, e condottolo al meridiano, poſto pure l' indice ſul mezzodì della roſetta, ſi giri il globo ſin che l' indice arrivi alla data ora: s' alzi o s' abbaſſi il polo finchè il punto ſegnato dell' ecclittica tocca l' orizzonte; ſarà quella la latitudine del luogo. Così ſi dirà che la latitudine di Babilonia era a 36° di latitudine, ſapendoſi da Tolomeo, che il ſole verſo il tempo del ſolſtizio d' inverno, avendo 9 ſegni di longitudine, tramontava a 4^h 48'.

173. *Trovare, quali ſono i due giorni dell' anno, nei quali il ſole leva in un dato luogo all' ora marcata.*

Supponiamo, che ſi dimandi i giorni nei quali il ſole a Parigi leva a 5^h. Si porrà il polo all' altezza di 49°, ch' è quella di Parigi; ſi condurrà ſotto il meridiano uno dei coluri, e ſi porrà l' indice polare ſul mezzodì. Si girerà il globo finchè l' indice ſegni 5 ore, e ſi marcherà il punto in cui il coluro taglia l' orizzonte: E' chiaro, che ſe il ſole foſſe in quel punto, o in pari declinazione, leverebbe a 5 ore. Dunque biſogna ſapere in quai giorni dell' anno abbia tale declinazione. Si condurrà ſotto il meridiano il punto del coluro, ch' era nell' orizzonte, e nel meridiano ſteſſo ſi vedrà che tal declinazione è di 13°; notando queſto punto del meridiano, e facendo girare il globo, ſi vedranno due punti dell' ecclittica paſſare per il punto medeſimo, a 13° di declinazione; e queſti ſaranno i punti cercati, che ſi troveranno eſſere 2° di toro, e 28° di leone, ed i giorni corriſpondenti (art. 79) li 21 Aprile, e li 24 Agoſto.

174. *Tro-*

174. *Trovare i punti dell' orizzonte, nei quali leva il ſole ogni giorno.*

Avendo notato nell' ecclittica la longitudine del ſole per il giorno dato, elevata la ſfera all' altèzza del polo del luogo di cui ſi tratta, ſi condurrà all' orizzonte quel punto d' ecclittica in cui ſi ritrova il ſole, e ſi oſſerverà quanto queſto punto s' allontani dal punto d' oriente e d' occidente. Si troverà per Parigi per li 21 Giugno, che i punti dove il ſole leva e tramonta ſono lontani 38° dai punti di levante e ponente verſo il nord; quelli, nei quali il ſole leva e tramonta li 21 Decembre, a 36° $\frac{1}{2}$ dai medeſimi punti cardinali verſo oſtro. E però dall' occaſo eſtivo all' occaſo iberno v' è la diſtanza di 74° $\frac{1}{2}$. Tal quantità creſce per li luoghi verſo il nord, e ſcema per li paeſi più meridionali; in modo che ſotto l'equatore non v' è più che 47° di diſtanza tra i punti nei quali il ſole leva nei due ſolſtizj, quanta è quella dei tropici.

175. Queſta è l'*amplitudine*: l'*amplitudine orientale* è l'arco d' orizzonte tra il punto in cui il ſole o un aſtro leva ed il vero punto di levante: l'*amplitudine occidentale* la diſtanza del punto del tramontare dal vero occidente: ſi troverà qui dopo la maniera di calcolarla (369).

176. *Trovar l'aſcenſion retta del ſole per ogni giorno.*

Sapendo il luogo del ſole nell' ecclittica per il propoſto giorno (79) ſi conduca quel punto dell'ecclittica al meridiano; una cifra nell' equatore indicherà l'aſcenſion retta, o la diſtanza del ſole dall' equinozio, contata ſull' equatore da occidente in oriente. Così li 20 Aprile trovandoſi il ſole nel primo grado del toro, cioè a 30° di longitudine, la ſua aſcenſione retta ſarà d'incirca 28°.

177. *Trovar a qualunque ora l'aſcenſione retta del mezzo del cielo.*

Per il giorno dato ſi cerchi il luogo del ſole nell' ecclittica; condotto queſto punto al meridiano, mettaſi l'indice dell'ore ſul mezzodì. Si giri il globo fin che l' indice arrivi ſull' ora data; in tal poſizione il punto dell'ecclittica ſituato ſotto l'equatore ſarà, e ſi chiama il *punto culminante* dell'ecclittica; quello dell' equatore che ſarà parimenti nel meridiano, marcherà la così detta *aſcenſione retta del mezzo del cielo*, e quella di tutti gli aſtri che nello ſteſſo iſtante ſaranno nel meridiano.

178. Queſto metodo può ſervire a riconoſcer le ſtelle nel cielo, quando deſcritta una meridiana (155), un ſi volterà verſo mezzodì, ed avrà conoſciuto ſul globo, quali ſono le coſtellazioni ſituate allora nel meridiano, e a quali altezze ſono ſopra l'orizzonte.

179. La declinazione del ſole, e d'ogni aſtro, troveraſſi pure per mez-

zo del globo conducendo ſotto il meridiano l'aſtro di cui ſi tratta; il numero dei gradi compreſi tra l' aſtro e l' equatore, contati ſulla circonferenza del meridiano, ne moſtrerà la declinazione; ſarà boreale, ſe l'aſtro è ſopra l'equatore nei noſtri paeſi ſettentrionali; auſtrale, ſe meno elevato dall'equatore.

180. Quando non ſi conoſce che la declinazione del ſole, ſi può trovare il luogo che occupa nell'ecclittica, prendendo il quarto d' ecclittica che conviene a quella ſtagione: per eſempio ſe ſi foſſe oſſervata l'altezza del ſole a Parigi di gradi 51 li 16 Aprile, che vuol dir, 10 ſopra l'equatore, che ſa 10 di declinazione, facendo avanzare il primo quarto d'ecclittica ſotto il meridiano ſi vedrà, che il ſole a' 26° dell' ariete, ha 10° di declinazione, e queſto è il luogo del ſole. E così ſi troverebbe anche il giorno in cui fu fatta l'oſſervazione, ſe non ſi ſapeſſe.

181. L'altezza del ſole può far trovare ancora la latitudine del luogo, dove l'oſſervazione è ſtata fatta, pur che ſappiaſi la declinazione del ſole in quel giorno. Suppongo che li 16 Aprile ſia oſſervata l'altezza del ſole nel meridiano di 51°; ſi troverà la declinazione per tal giorno di 10° ſettentrionale (179); donde ſegue che l'altezza dell' equatore è di 41°, quella del polo di 49° (34); ſe la declinazione del ſole foſſe meridionale biſognerebbe aggiungerla all' altezza oſſervata, ſuppoſto ſempre l'oſſervatore al nord dell'equatore e del ſole. Faſſi grand' uſo di queſto metodo per la geografia, e per la navigazione.

182. Se il luogo dell' oſſervazione foſſe ſotto latitudine auſtrale, biſognerebbe far il contrario, ſommare l' altezza oſſervata e la declinazione ſettentrionale, e ſottrarre la declinazione auſtrale dall' altezza.

183. Se il luogo foſſe tra i tropici, ed il ſole foſſe più lontano dall' equatore dell' iſteſſo oſſervatore, biſognerebbe prender il ſupplemento a 180 gradi dell' altezza oſſervata, avanti di ſottrarne la declinazione del ſole. Tali eccezioni facilmente s' intendono coll' inſpezione del globo, e perciò ſi diſpenſeremo in avvenire di rilevarle.

184. Il *verticale* d' un aſtro è un cerchio maggiore che parte dal zenit, diſcende perpendicolarmente all'orizzonte, e paſſa per il centro dell' aſtro (10). Servono i verticali per marcare l' altezze; perchè l' altezza d'un aſtro non è ſe non che un arco perpendicolare, o ſia del verticale, compreſo tra l'aſtro e l'orizzonte. Serve pure a marcare l' *azimuto*, vale a dire l'arco d'orizzonte compreſo tra il meridiano, ed il punto d' orizzonte a cui corriſponde l' arco perpendicolarmente: così ZDF (*Fig.* 20) è il verticale dell'aſtro D, di cui DF è l'altezza, HF l' azimuto.

185. Fa le veci di verticale un quarto di cerchio, che ſi aggiugne ai globi dell' iſteſſo raggio del globo, che ſi applica di volta in volta al zenit, e ſi muove intorno l'orizzonte: ſi vede rappreſentato in ZV (Fig. 12). Preſta moltiſſimi uſi, come ſi vedrà nei problemi ſeguenti. Quando non vi è verticale, ſi può ſupplire col compaſſo e colla ſquara: il compaſſo ſerve a prender i gradi d'altezza, o altri; la ſquara a dirigere le gambe del compaſſo perpendicolarmente.

186. *Tro-*

186. *Trovare a qual ora il ſole deve aver un certo grado d' azimuto un giorno dato.*

Avendo poſto il polo, e l'indice dell' ore come nei problemi precedenti (171), ſi porrà il verticale mobile nel grado d'orizzonte corriſpondente all' azimuto dato, e ſi condurrà il luogo del ſole ſotto queſto verticale; l' indice marcherà l' ora, che è quando il ſole ha il grado dato di azimuto. Per eſempio li 23 Aprile, eſſendo il ſole in 3° di toro, ſi dimanda a qual ora il ſole avrà 75° di azimuto: ſi troverà 8^h della mattina. Dalla parte di ponente a 6^h 36' della ſera, ſi troverà nella parte occidentale del verticale medeſimo a 75° dalla parte di nord del meridiano; ma allora ſi può dire che ha 105° d'azimuto verſo mezzodì, ſupplemento di 75°.

187. Per il mezzo dell'azimuto ſi può trovare l' ora, in cui un muro comincia ad eſſere illuminato in un dato giorno, o perde il lume, ſupponendo che ſi ſappia l' angolo che fa colla meridiana che ſi chiama la *declinazione del piano*, o del muro, ſuppoſto verticale. Se il muro declina 75° da mezzodì a levante, biſogna trovare per il problema precedente, a qual ora il ſole avrà 75° di azimuto verſo levante, e a qual ora 105° verſo ponente. Saranno queſte le ore, nelle quali la ſuperficie del muro comincierà e terminerà d' eſſer illuminata; ſi avrà per conſeguenza la prima e l'ultima ora che potrà vederſi in un orologio ſolare, che declina da mezzodì a levante 75° gradi. Molti ſcrittori di Gnomonica prendono la declinazione, non nella linea del muro, ma nella perpendicolare all' iſteſſo muro, cioè dello ſtilo: facile è la riduzione.

188. Le ſtelle, che ſono poſte nei globi celeſti, vi ſono marcate per mezzo dell' altezza meridiana, e dell' aſcenſione retta, trovata dall' ora in cui ſi oſſervarono paſſare per il meridiano, come ſi è detto (88 e 92) e ſi dirà più a lungo (231).

189. Facendo girare il globo celeſte poſto all' altezza del luogo, ſi vedrà quali ſtelle paſſano per il zenit, e ſono quelle che anno la declinazione uguale alla latitudine geografica del luogo.

190. Si vedrà pure, quali ſono le ſtelle che non tramontano mai in un luogo, e ſono quelle che anno maggior declinazione dell' altezza del polo da quella parte; così dall' altra quelle che anno maggior declinazione dell' altezza dell' equatore non leveranno mai.

191. Il *quarto di cerchio mobile* ZV (Fig. 12) può anche ſervire a marcare il ſito d'un pianeta, (o d'una cometa) quanto ſe ne conoſca la longitudine e la latitudine. Si mette il polo dell' ecclittica nel meridiano, ed ivi s' attacca il cerchio mobile, che allora rappreſenta un cerchio di latitudine; facendo girare queſto cerchio intorno il polo dell'ecclittica fino al punto di longitudine cognita, colla latitudine pur cognita lungo i gradi del quadrante, ſi avrà il ſito del pianeta. In ſimil guiſa ſi vedrà la longitudine e la latitudine di qualunque ſtella.

192. *Tro-*

192. *Trovare, qual ſia l' altezza d' un aſtro in un iſtante dato.*

Si marcherà ſul globo il luogo del ſole nell' ecclittica per il giorno dato (171), e il luogo dell' aſtro, di cui ſi cerca l' altezza (191). Si porrà ſotto il meridiano il luogo del ſole, e l' indice dell' ore ſul mezzodì: ſi girerà il globo fin che l' indice moſtri l' ora data; accoſtando il verticale (185) al luogo marcato dell' aſtro ſi vedrà nel verticale il grado d' altezza.

193. Perchè la roſetta dei globi è piccola, volendo maggior eſattezza, ſarà bene convertire le ore in gradi, a ragione di 15 per ora, notando qual grado dell' equatore ſi trova col ſole nel meridiano, e facendo girar il globo per tanti gradi d' equatore quanti ne richiede l' ora data. Gli aſtronomi ſteſſi ſi vagliono talora del globo quando non ſi tratta d' eſtrema preciſione, per eſempio per trovar un aſtro in pien giorno col mezzo dell' altezza, o di ſapere il piccolo abbreviamento che la rifrazione ha potuto produrre ſulla diſtanza oſſervata tra due aſtri. Si può ſervirſi del globo anche per cercare la poſizione delle ſtelle in tempi rimoti, come quando nei poeti antichi ſi trovano dei paſſi difficili da intendere ſenza queſto ſoccorſo.

194. Coll' iſteſſo metodo ſi troverà l' inverſo, cioè a qual ora l' aſtro avrà un' altezza data, mettendo il luogo dell' aſtro ſul grado del verticale, e riguardando l' indice, che prima deve eſſere ſtato poſto ſul mezzodì col ſole. Si trova pure per tal mezzo il principio, ed il fine del crepuſcolo (108), poichè baſta trovare a qual ora il ſole ſia quel giorno 18° ſotto l' orizzonte, avanti che levi, o dopo tramontato.

195. Si può col globo anche ſapere l' ora che è al ſole, e ciò in due maniere. La prima è per mezzo dell' altezza del ſole cognita, o per via d' un quadrante (25) o per l' ombra d' un Gnomone (72): girando il globo all' altezza oſſervata nel verticale, che ſi ſuppone poſto all' azimuto pure oſſervato del ſole, l' indice marcherà l' ora. La ſeconda maniera conſiſte in oſſervare la ſola ombra del globo (quando il meridiano ſia ſulla meridiana e in pien giorno): poichè mezzo il globo ſarà illuminato, e mezzo adombrato. Se il confine della luce e dell' ombra dell' equatore cadono nell' orizzonte, ſarà mezzodì; ſe ſono a 15 gradi lungo l' equatore, ſarà un' ora, ſe a 30, due ore ec. ſe il ſole ſia dalla parte d' occidente; dalla parte di levante ſaranno 11 ore della mattina, 10 ec.

196. *Trovare l' ora della culminazione d' una ſtella o del ſuo paſſaggio per il meridiano.*

1°. Si marcherà ſul globo il luogo del ſole e della ſtella. 2°. ſi metterà il ſole nel meridiano, e l' indice dell' ore, ſul mezzodì. 3°. ſi condurrà il luogo della ſtella ſotto il meridiano, e l' indice moſtrerà l' ora che è nel momento che la ſtella paſſa per il meridiano. Queſto problema è di mol-

molto uſo. Se in vece della ſtella conducete ſotto il meridiano il punto equinoziale, avrete ciò che gli aſtronomi chiamano *l'ora del paſſaggio dell' equinozio per il meridiano*, di cui ſi troverà una tavola qui dopo (233).

197. Si può ottener una maggior eſattezza in queſta operazione, e nelle ſeguenti, ſervendoſi, in vece dell' indice, dei gradi d' equatore compreſi tra il ſole e la ſtella.

198. *Trovare in qual giorno una ſtella ſi leva ad una certa ora.*

Avendo poſto il polo all' altezza del luogo, e la ſtella nell' orizzonte orientale, ſi porrà l' indice ſu l' ora data verſo l' oriente, ſe ſia un' ora della mattina: quindi facendo girar il globo ſin che l' indice arrivi al mezzodì, o alle XII, ſi vedrà qual punto dell'ecclittica è nel meridiano: ſi ſaprà il giorno in cui il ſole è in queſto punto d' ecclittica, che è quello in cui la ſtella leva alla data ora. Per eſempio il giorno in cui Sirio leva per Parigi a 7 ore della ſera, con 11 gradi di capricorno per il ſole, ſi troverà eſſer il primo di Gennajo.

199. Per l' iſteſſa ragione, ſapendoſi il luogo del ſole per un giorno dato, ſi troverà a qual ora leva una ſtella. Poſto l' indice ſul mezzodì col ſole, ſi conduca la ſtella all'orizzonte dalla parte di levante, l'indice marcherà l'ora che è.

200. Il levar e tramontar delle ſtelle, o dei pianeti, ſi troverebbe ancor meglio nel modo indicato, rimarcando i gradi d' equatore, che paſſano tra il ſole e la ſtella. Per eſempio li 13 Ottobre 1764 ſi vuol trovare, a qual ora Saturno deve paſſar per il meridiano, e a qual ora tramontare. Si marcherà ſul globo il luogo del ſole, che è 20° di libra, e condotto al meridiano il luogo del ſole, ſi marcherà il luogo d' equatore, che vi è inſieme. Si marcherà ſul globo pure il luogo di Saturno, ſuppoſto cognito dall' oſſervazione, dalle tavole aſtronomiche, o dall' efemeridi, e ſarà il 50° dopo l' equinozio d' ariete, o ſia a 20° di toro, 2° $\frac{1}{2}$ al ſud dell' ecclittica. Si conduca queſto punto al meridiano, notando il punto d'equatore, che vi corriſponde. Si trova la diſtanza tra i detti due punti d'equatore 150°, che ſono uguali a 10^h a ragion di 15° per ora: perchè allora Saturno paſſa per il meridiano avanti il ſole, come ſi può vedere facendo girare il globo all'occidente, Saturno paſſa per il meridiano in quel dì a 2^h della mattina, cioè 10^h avanti che vi paſſi il ſole.

Conducendo Saturno ſino all'orizzonte a levante, paſſano 100° d'equatore, che fanno 6^h 40'; dunque Saturno leva di tanto avanti, che vuol dire a 7^h 20' della ſera precedente.

201. Queſta pratica è fondata in ciò che gli archi d' equatore ſono la miſura naturale del tempo. Speſſo in vece dell' arco ſi prende l' *angolo orario* (366) di cui quell' arco è miſura; e in vece di un' ora ſi mette 15°, in vece di 2 ore, 30°, ec. Vi ſono tavole in tutti i libri d' efeme-

ridi, o di tavole aſtronomiche, per convertire le ore in gradi, e i gradi in ore.

202. In tal modo per mezzo dell' ore ſi trovano le longitudini in mare, confrontando l'ora del vaſcello coll'ora cognita d'un dato porto (54). Suppongo che ſi abbia una di quelle *moſtre marine* che in due meſi di navigazione non variano due minuti (ne ha fatto Harriſon in Inghilterra, Berthoud e le Roy in Francia, provate in mare con gran ſucceſſo, e che danno la longitudine del vaſcello in capo a due meſi preſſo a un mezzo grado). Poſta la moſtra all' ora del porto da cui ſi parte, ſempre ſi ha l'ora d'eſſo porto; per il ſole ſi vede l' ora ch' è ſul vaſcello: ſe la differenza è di 6 ore, ſi trova a 90° dal meridiano del porto preſo per confronto.

203. Le ſtelle circonpolari nella loro rivoluzione diurna ſi trovano ſovente in un medeſimo verticale; è un problema d' utile applicazione di ſaper l'ora, in cui devono trovarſi così una ſotto l' altra, poichè oſſervandole ſi può conoſcer l'ora della notte, il qual problema ha luogo anche per altre ſtelle lontane dal polo, come *arturo*, e la *ſpica della vergine*. Queſta ora ſi conoſcerà col globo avendolo diſpoſto, come conviene all' altezza di polo, col ſole, e col raggio dell' ore ſul mezzodì, e poi facendolo girare ſinchè col quadrante mobile ſi trovino le due ſtelle in un medeſimo verticale; l'indice moſtrerà l'ora.

204. Per maggior eſattezza ſi potrà prender la differenza di aſcenſione retta in gradi, tra il ſito del ſole nel meridiano, ed il punto d' equatore culminante allora che le ſtelle ſono nel detto verticale. Così ſi può coſtruir una figura, quale ſi dava nell' antica *Connoiſſance des temps*, che ſerve a conoſcer l' ora della notte. Vi ſi vedono le principali ſtelle circonpolari, e la quantità che ſi ha da aggiungere per ogni ſtella al paſſaggio dell' equinozio affine d' aver l' ora che è nel momento in cui ſi vede la ſtella corriſponder perpendicolarmente ſotto la ſtella polare: per eſempio l' ultima ſtella dell' orſa maggiore notata *n* nella figura prima, trovandoſi ſotto la ſtella polare, è 1^h 33′ che l' equinozio è paſſato per il meridiano (196).

205. *Trovare il giorno del tramontare eliaco d' una ſtella, cioè, il giorno, in cui ceſſerà di vederſi la ſera dopo il tramontar del ſole.*

Gli antichi avevano già oſſervato, che una ſtella della prima grandezza come Sirio, o il cane maggiore, può ſcoprirſi all' orizzonte, purchè il ſole ſia 10° in 12° gradi di ſotto. Si porrà dunque la ſtella preſſo l orizzonte occidentale, e per via del verticale ſi oſſerverà qual punto d'ecclittica ſi trova 10° gradi ſotto a perpendicolo. Cognito queſto punto ſi troverà il giorno in cui v' era il ſole (79) e queſto ſarà il giorno del tramontare eliaco, o della diſparizione della ſtella, poichè il giorno dopo eſſendole il ſole più vicino, dovrà trovarſi involta nel lume del crepuſcolo, e nei raggi del ſole.

206. Supponiamo che ſi cerchi il tramontare eliaco di Sirio ſotto la lati-

latitudine di Parigi nel 1750. Diſpoſto il globo convenientemente, e poſta la ſtella all' orizzonte ſi troverà che il grado di ecclittica, 10 gradi ſotto l' orizzonte, è il grado 19 del Toro, in cui ſi trova il ſole li 5 di maggio.

207. Nell' iſteſſo modo ſi troverà il giorno del *levare eliaco* facendo la ſteſſa operazione dalla parte di levante. Una volta ſi facea grand' uſo di queſti fenomeni, e il globo ſolo può baſtare ad intendere gli antichi autori, e certi paſſi difficili ſenza queſto ſoccorſo.

208. L'anno *cinico*, o ſia *canicolare* degli Egizj, cominciava dal levare eliaco di Sirio; ma l'anno civile compoſto continuamente di 365 giorni non poteva accordarſi coll' anno naturale, ed ogni quattro anni il levare eliaco di Sirio doveva arrivare un giorno più tardi nell' anno civile. Dopo un giro di 1460 anni, che Cenſorino chiama il grand' anno degli Egizj, l'anno naturale ricominciava nello ſteſſo punto dell' anno civile. Così l'anno 1322 avanti G. C. e l'anno 138 dopo G. C. il levare di Sirio arrivò il primo giorno del meſe *Thoth*, o ſia il primo giorno dell' anno civile, che corriſpondeva ai 20 di Luglio. E queſto è il periodo canicolare o *Sothiaco* di 1460 anni, di cui ſi trovano dei veſtigj negli antichi autori. Realmente in vece di 1460 anni erano 1425, ma gli antichi non avevano in queſti oggetti gran preciſione.

209. Quando ſi calcola il levare di Sirio per l' anno 138, in cui comincia il nuovo periodo Sothiaco, nel giorno in cui Sirio cominciava a vederſi la mattina trovaſi la longitudine del ſole di 3^s 24°, quale è di preſente ai 16 di Luglio. Rimontando 1460 anni avanti al principio del periodo precedente trovaſi queſta longitudine minore di $12^o \frac{1}{4}$, il che proviene dal moto proprio delle ſtelle.

210. Benchè il levare eliaco foſſe il più rimarcabile tra gli antichi, diſtinguevano ancora altre ſpezie di levare, e di tramontare (*Gemini elementa*). I moderni a loro imitazione anno diſtinto il *levare coſmico* che ſi può chiamare il levar della mattina, e il *tramontare coſmico*, o ſia della mattina, come pure il *levare* e *tramontare acronico*, che ſono della ſera. Il momento del levare del ſole regola il levare e tramontare coſmico, quando le ſtelle levano, o tramontano levando il ſole; e ſe levano o tramontano tramontando il ſole, ſi dice levare o tramontare acronico. Donde ſegue, che il tramontare acronico ſuccede 12 in 15 giorni dopo il tramontare eliaco, almeno per le ſtelle vicine all' ecclittica, come il levar coſmico precede l'eliaco. Ma conviene aver riguardo alle latitudini dei luoghi, alle latitudini delle ſtelle, e a molte altre circoſtanze, ſulle quali ſi può vedere Ricciolo ed altri autori.

211. Si trovano eſempj di queſte ſorte di levare nei poeti latini, nominatamente nei Faſti d' Ovidio. Per eſempio parla del levar eliaco della coſtellazione del Delfino ai 9 di Gennajo:

Interea delphin clarum ſuper æquora ſidus
Tollitur, & patriis exerit ora vadis. I. 457.

La coſtellazione del delfino ſi levava verſo le 6 ore della mattina in quella ſtagione, vale a dire, aſſai avanti del ſole per eſſere veduta, ed era il ſuo levare eliaco. All' oppoſto mette ai 10 di Giugno il ſuo levare acronico, cioè della ſera, dicendo:

Navita puppe ſedens, delphina videbimus, inquit,
Humida cum pulſo nox erit orta die. VI. 470.

212. Il tramontar coſmico ſembra indicato per il primo d' Aprile di mattina nel cuor dello ſcorpione:

Dum loquor, elatæ metuendus acumine caudæ
Scorpius, in virides præcipitatur aquas. IV. 163.

e pure al tempo di Ceſare ciò per la ſtella *antares* col calcolo ſi trova ai 15 Aprile. Ma in queſta ſorte di calcoli ſi trova una gran varietà negli autori latini, che prendevano le coſe da diverſi ſecoli, e da diverſi paeſi.

213. Per fare l' iſteſſe operazioni ſu i pianeti, biſogna prendere nella *Connoiſſance des temps*, o in altra efemeride, la longitudine, e la latitudine del pianeta, ed averla ſegnata ſul globo; allora ſi farà per il pianeta tutto ciò che s' è detto delle ſtelle fiſſe.

Del globo terreſtre artifiziale, e dei ſuoi uſi.

214. Il globo terreſtre artifiziale è fatto per rappreſentare la terra, i continenti, i mari, le città ec. Per mezzo di queſto globo ſi riſolvono diverſi problemi relativi alla terra, come s' è fatto per le ſtelle. Facendo girare il globo ſi conduce qualunque luogo della terra, come Parigi, ſotto il meridiano univerſale fiſſo, d' ottone, o di cartone, che circonda il globo, e in cui paſſano i perni dell' aſſe; queſto meridiano allora diventa quello di Parigi, e corriſponde a tutti i paeſi, che anno mezzodì, o mezza notte nell' iſteſſo iſtante che Parigi; poichè anche li paeſi dove il ſole non tramonta ſi può dir mezza notte l' ora del paſſaggio al meridiano di ſotto. Solamente nei due poli non ſi può diſtinguer nè mezzodì nè mezza notte, ma ſolamente i meſi, e gli anni.

215. Conoſcendo l' ora, che è a Parigi, ſi può conoſcer che ora ſia in qualunque altro paeſe. Per eſempio ſiano 9 ore della mattina a Parigi: metto Parigi ſotto il meridiano, e l' indice a 9 ore della mattina, o ſia a levante. Giro il globo fin che il luogo, per eſempio Geruſalemme, ſia ſotto il meridiano; l' indice moſtrerà l' ora di Geruſalemme $11^h \frac{1}{4}$. Tut-

te

te le città dell' Aſia o ſia a levante, contano più ore, tutte quelle a ponente, come in America, contano meno ore.

216. Per trovare la latitudine d' un luogo baſta metterlo ſotto il meridiano del globo; nel meridiano ſi vede il grado di latitudine cercato. La longitudine è notata dal punto d' equatore, che ſi trova inſieme nel meridiano.

217. Quando ſi conoſce la latitudine d' un luogo, per determinare le coſe relative ad eſſo, biſogna alzare il polo alla data latitudine, per eſempio 45° $\frac{1}{2}$ per Venezia, il che s' ottiene coi gradi ſegnati nel meridiano. Se il luogo è nell' emiſferio auſtrale, biſogna por di ſopra il polo antartico.

218. Facendo girare il globo ſi vedono tutti i luoghi che anno la medeſima latitudine, paſſando ſotto l' iſteſſo grado di meridiano, in cui fiſſando un lapis ſi deſcrive il paralello di cui ſi tratta.

219. Per trovare i paeſi della terra, che poſſono aver il ſole al zenit, che ſono quelli dentro i tropici, baſta condurre il luogo ſotto il meridiano, per vederne la latitudine; quando il ſole una volta avanti il ſolſtizio, e una volta dopo, avrà lo ſteſſo grado di declinazione, nel mezzodì gli diventa verticale.

220. Nell' iſteſſo modo ſi determinano i due giorni nei quali ciò accade.

221. Parimenti ſi trova il giorno dell' anno per un luogo nella zona glaciale in cui il ſole comincia a non più tramontare, per eſempio ſe il luogo ha 72° di latitudine, quando il ſole ne ha 18° di declinazione, il ſole a mezza notte raderà quell' orizzonte, e ciò ſarà li 11 Maggio; nè più tramonta ſino al primo d' Agoſto.

222. Per l' iſteſſa ragione, quando il ſole avrà 18° di declinazione auſtrale, non leverà più, dai 13 Novembre ſino al 28 Gennajo.

223. Così ſi ha il numero dei giorni compreſo in un giorno, o in una notte di meſi, dentro le ſteſſe zone.

224. Mettendo un lapis da una parte e dall' altra dell' equatore ſi ſegneranno i paralelli ultimi, che il ſole deſcrive in queſti confini.

225. Un maggior numero di problemi relativi alla ſituazione di differenti paeſi della terra, alle ore, ai giorni, ai meſi, ſi troverà nella geografia generale di *Varenio*, tante volte riſtampata, e nell' *uſo dei globi* di Bion.

226. Nel piede dei globi ſi ſuol porre una *buſſola*, per poterli orientare. Ma convien ſapere l' aberrazione dell' ago, per il tempo, e luogo dato. Nel 1773 per Parigi era di 20° a ponente, e pare coſtante, ma innanzi ha creſciuto d' un grado ogni 6 anni. Nella *Expoſition du calcul aſtronomique* v' è una tavola di queſta declinazione per differenti paeſi della terra.

227. Conoſcendo la declinazione dell' ago ſi moverà il piede del globo ſino a ciò che l' ago la moſtri: allora la linea principale della buſſola, o

la

la freccia, moſtrerà la tramontana, ed alzato il polo alla debita altezza, ſarà orientato il globo.

228. Volendo ſaper le ore, biſogna portare il luogo del ſole nell' ecclittica nel dato giorno ſotto il meridiano, e l' indice al mezzodì. Girando il globo ſino all' ora data, ſi vedrà quali ſtelle ſono nel meridiano, e tutta la rimanente poſitura del cielo, per il dato paeſe in quell' ora.

Delle Coſtellazioni.

229. Il numero delle ſtelle, che ſi ſcoprono in una bella notte, è così grande, che ſi avrebbe pena a diſtinguerle, e a riconoſcerle ſenza un metodo che aiuti la memoria; perciò s' è diviſo il cielo in molte gran parti o *coſtellazioni*, come l'orſa maggiore, e i ſegni del Zodiaco, di cui s' è parlato. Molte cagioni contribuirono a dividere il cielo in molte coſtellazioni: qualche leggiera raſſomiglianza ha fatto imaginare una corona, un carro, una freccia, un triangolo ec. per riconoſcer le ſtelle fu d' uopo fare una diviſione metodica dei differenti tratti del cielo: s' è voluto conſacrar la memoria d' illuſtri perſonaggi: finalmente s' è creduto riconoſcere delle proprietà, dell' influenze, dei rapporti: furono queſte tante occaſioni di formar le coſtellazioni, e diſegnarle con tali nomi.

230. I Greci aveano formato ſolamente 48 coſtellazioni di 1022 ſtelle cognite allora: le loro denominazioni rimontano a circa 1200 anni avanti G. C. eccetto forſe i nomi dei 12 ſegni del Zodiaco, che ſembrano aver un' origine Egiziana, e forſe più antica. I moderni anno aggiunto diverſe coſtellazioni all' antiche. I cataloghi di Flamſteed, e del Sig. de la Caille riuniti contengono quaſi 5000 ſtelle: il Sig. de la Caille dopo d' aver formato nel 1751 il ſuo gran catalogo delle ſtelle auſtrali, diſegnò 14 nuove coſtellazioni, che non ſono nel catalogo Britannico di Flamſteed. Tutte queſte coſtellazioni al numero di 100 ſi troveranno nella tavola ſeguente:

Tavo-

Tavola delle cento coſtellazioni, ſolite a porſi nei globi celeſti.

Le 12 coſtellazioni del Zodiaco.
L' Ariete
Il Toro
I Gemelli
Il Granchio
Il Leone
La Vergine
La Bilancia
Lo Scorpione
Il Sagittario
Il Capricorno
L' Aquario
I Peſci.

23 *Coſtellazioni Boreali degli antichi.*
Orſa maggiore
Orſa minore
Il Dragone
Ceſeo
Caſſiopea
Andromeda
Perſeo
Pegaſo
Il Cavalletto
Il Triangolo boreale
Il Cocchiere
La chioma di Berenice
Il Bifolco
La Corona Boreale
Serpentario, Ofiuco
Il Serpente
Ercole
L' Aquila
Antinoo
La Freccia
La Lira
Il Cigno
Il Delfino

15 *Coſtellazioni auſtrali degli antichi.*
Orione
La Balena
L' Eridano
La Lepre
Il Can maggiore
Il Can minore
L' Idra, femmina
La Coppa
Il Corvo
Il Centauro
Il Lupo
L' Altare,
Il Peſce auſtrale,
La Nave
La Corona auſtrale

22 *Coſtellazioni aggiunte dall' Evelio dall' Allejo ed altri.*
La Giraffa, camelopardo
Il Fiume Giordano
Il Fiume Tigri
Lo *ſcettro*, e fiordiligi
La Colomba
Liocorno, *Monacerote*
La Croce
Il Seſtante d'Urania
La Romboide;
I Cani da caccia,
Il Leon minore
La Lince
La Volpe
L' Oca,
Lo Scudo di Sobieski
Il Triangolo minore
Cerbero,
La Fraſca
La Lucertola, *ſtellio*
Il Monte Menalo
Il Cuore di Carlo II.
La Quercia di Carlo II.
In oltre di recente
Il Meſſier, mietitore,
Il Toro real di Poniatvvski.

14 *Coſtellazioni auſtrali di Teodoro, Bayero ec.*
L' Indiano
La Gru
La Fenice
La Moſca
Il triangolo auſtral.
L' Augello del paradiſo
Il Pavone
L' Oca toucan
L' Idro maſchio
Il Dorado; peſce
Il Peſce volante
Il Camaleonte
Vi ſi vedono pure la nuvola maggior, e minore.

14 *Coſtellazioni dell' Ab. De la Caille*
L' Attreccio dello ſcultore
Il Fornello chimico
L' Orologio aſtronomico
Il reticolo romboid.
Lo Scalpello dell' inciſore
Il Cavalletto del pittore
La Buſſola
La Macchina pneumatica
L' Ottante di rifleſſione
Il Compaſſo
La Regola, e la ſquara
Il Teleſcopio
Il Microſcopio
La Montagna della Tavola.

231. Tra

231. Tra le ſtelle che compongono queſte 100 coſtellazioni ſi diſtinguono molte grandezze, la prima, la ſeconda, la terza, la quarta, la quinta, la ſeſta, la ſettima; ma le ſtelle di ſettima grandezza non ſi ſcoprono ſenza ſoccorſo de' cannocchiali. Ordinariamente ſi contano 15 ſtelle della prima grandezza, *ſirio*, o la gola del can maggiore, la *ſpalla d' orione*, il piè d'orione o *rigel*, l'occhio del toro *aldebaran*, la *capra*, la *lira*, *arturo*, il cuor dello ſcorpione o *antares*, la *ſpica della vergine*, il cuor del leone o *regolo*, il can minore *procion*, il peſce auſtrale *fomahant*, e due che non ſi veggono mai in Europa, *canopo*, ed *acarnar*. Qualche aſtronomo mette nell' iſteſſa claſſe anche il *cuor dell' idra*, la *coda del leone*, e la *coda del cigno*.

232. Per imparar a conoſcer le differenti coſtellazioni per le loro figure, ſituazioni, nomi, il più ſemplice è d'impiegar un globo, o delle carte celeſti, come quelle di Flamſteed, di Senex, d' Evelio, del P. Pardies, o i due grandi emiſferj del Sig. Robert de Vaugondi; ma ecco una tavola che faciliterà la cognizione delle più belle ſtelle, moſtrando l' ora, in cui paſſano per il meridiano nel primo giorno di ciaſcun meſe, coll'altezza per Parigi, che è facile ridurre a quella di latitudine diverſa. L' ultima colonna di queſta tavola contiene l' ora del paſſaggio dell' equinozio per il meridiano, alla qual ora aggiungendo l' aſcenſione retta, o la diſtanza dal punto equinoziale, di qualunque ſtella in tempo, ſi ha l'ora del ſuo paſſare al meridiano (365). Per l'ora del paſſaggio dell' equinozio, s' intende il tempo a ragion di 15 gradi per ora, in cui paſſa il complemento dell' aſcenſione retta del ſole; rapporto alle ſtelle s' intende il vero momento del paſſaggio. L' altezza della ſtella è in cima alla colonna ſua.

Tavo-

Tavola dell' ora, in cui paſſano per il meridiano le principali ſtelle nel primo giorno di ciaſcun meſe, coll' altezza meridiana per Parigi.

Altezza merid.	Aldebaran Alt. 57° 12′	la Capra 86° 54′	ſ d'Orione 39° 46′	Sirio 24° 46′	Procione 47° 3′	Regolo 54° 15′
Gennajo	9h 38′	10h 9′	10h 34′	11h 44′	12h 36′	15h 4′
Febbrajo	7 20	7 57	8 22	9 32	10 25	12 53
Marzo	5 32	6 9	6 34	7 44	8 36	11 4
Aprile	3 39	4 16	4 41	5 51	6 43	9 11
Maggio	1 48	2 25	2 50	4 0	4 52	7 20
Giugno	23 41	0 22	0 47	1 57	2 50	5 18
Luglio	21 37	22 14	22 39	23 49	0 46	3 14
Agoſto	19 33	20 10	20 35	21 45	22 37	1 10
Settembre	17 37	18 15	18 39	19 50	20 43	23 10
Ottobre	15 50	16 27	16 51	18 2	18 54	21 22
Novembre	13 54	14 30	14 55	16 5	16 58	19 26
Decembre	11 50	12 27	12 51	14 2	14 54	17 22

ſegue

Altezza merid.	la Spica 31° 13°	Arturo 61° 34′	Antares 15° 16′	la Lira 79° 45′	Fomahant 10° 22′	l'equinozio — —
Gennajo	18h 21′	19h 13′	21h 23′	23h 36′	3h 55′	5h 11′
Febbrajo	16 9	17 1	19 11	21 24	1 43	2 59
Marzo	14 21	15 13	17 23	19 36	23 51	1 10
Aprile	12 28	13 20	15 30	17 43	21 58	23 17
Maggio	10 37	11 29	13 39	15 52	20 7	21 25
Giugno	8 34	9 26	11 36	13 50	18 5	19 23
Luglio	6 30	7 22	9 32	11 46	16 1	17 18
Agoſto	4 26	5 18	7 28	9 41	13 56	15 14
Settembre	2 30	3 22	5 32	7 46	12 1	13 18
Ottobre	0 42	1 34	3 44	5 58	10 13	11 30
Novembre	22 43	23 34	1 48	4 2	8 17	9 33
Decembre	20 38	21 30	23 40	1 58	6 13	7 29

233. Eſempio. Il primo d' Ottobre voglio conoſcere in cielo la ſtella chiamata Sirio, o il cane maggiore; vedo nella tavola precedente che nel primo giorno di Ottobre paſſa per il meridiano a 18h 2′, cioè ai 2 d' Ottobre a 6h 2′ della mattina, e che la ſua altezza meridiana per Parigi è di 24° 46′; alle 6h 2′ della mattina tengo diſpoſto il quadrante

nel piano del meridiano all' altezza di 24° $\frac{3}{4}$; m' accorgo nell' iſtante , che il quadrante è diretto verſo una bella ſtella , che riconoſco per Sirio. Ho ſcielto per la tavola un anno medio tra i due biſſeſtili , potendovi eſſer 2 minuti di differenza tra l'oſſervazione, e la tavola , in differenti anni. Queſta tavola potrà ſervire a trovar l' ora che è , quando ſi riconoſcano le ſtelle , ed il meridiano . Le altezze notate per Parigi ſi ridurranno ad un altro paeſe, conoſcendo la differenza di latitudine ; così a Venezia eſſendo l' altezza di polo 45° 26' , quella di Parigi 48° 50 colla differenza di 3° 26' , l' altezza di *aldebaran* , che per Parigi è 57° 12', aggiungendovi 3° 24', ſarà di 60° 36'.

234. Biſogna oſſervare , che i tempi notati nella tavola precedente ſono tempi contati all' aſtronomica , vale a dire da un mezzodì all' altro per 24 ore . Così nella prima colonna aldebaran paſſando al meridiano al 1 Giugno a ore 23 41' , vuol dire all' uſo ordinario , li 2 Giugno a 11^{h} 41' della mattina , o ſia all' italiana , 19 minuti avanti mezzodì dei 2 ; perchè all' aſtronomica il primo Giugno non comincia che a mezzodì, e termina nel mezzodì del giorno ſeguente.

235. Queſto metodo è lungo ; dunque s' indicheranno qui alcune collineazioni per conoſcere le principali coſtellazioni , ſenza il ſoccorſo d' iſtromenti , nè di carte ; dove non ſi dovrà eſigere un eſtremo rigore , baſtando un certo indizio.

Deſcrizione generale delle coſtellazioni , e metodo di conoſcere le ſtelle per via di certe collineazioni .

236. Suppongo , che in una ſera d' inverno nel meſe di Gennajo o di Febbrajo un ſi trovi in un luogo aperto verſo 7 in 8 ore della ſera : ſi vedrà dalla parte di mezzodì , almeno in Europa , la gran coſtellazione d' *orione* ; eſſa è formata da tre ſtelle di ſeconda grandezza aſſai vicine tra loro , e in linea retta , in mezzo d' un gran quadrilatero ; ſe ne vede la forma nella *figura* 19 , e ſenza queſta figura è impoſſibile sbagliarla coi caratteri indicati.

237. Queſte tre ſtelle che ſi chiamano la *cintura d' orione* , volgarmente la *falce* , o i *tre Re* , colla loro direzione , da una parte moſtrano *Sirio* , dall' altra le *plejadi* ; *Sirio* , la più bella ſtella del cielo , ſi fa rimarcare per il ſuo ſplendore , e la ſua ſcintillazione ; ſi trova alla parte di levante , al ſud-eſt rapporto ad orione.

238. Le *plejadi* , volgarmente la *chioccbetta* , ſono dalla parte di ponente , tirando verſo il nord : è un gruppo di ſtelle piccole , ma viviſſime che ſi diſtingue facilmente ; s' incontra nel prolungamento della linea tirata da Sirio per il mezzo delle ſtelle della cintura d' orione ; la direzione di queſte ſtelle tende un poco verſo mezzodì dalle plejadi ; ſono nel dorſo del Toro.

239. *Aldebaran* , o il *paliticio* de' latini , che forma l' occhio del Toro , è una ſtella di prima grandezza , ſituata aſſai preſſo le plejadi a levante ſci-

te ſcirocco, ſulla linea tirata dalla ſpalla occidentale d'orione γ alle plejadi ſteſſe. (Tutti gli aſtronomi per diſegnar le ſtelle ſi ſervono di lettere Greche, ad eſempio di Bayero nell' *Uranometria*, pubblicata nel 1603.) *Procione*, o il *can minore*, è una ſtella di prima grandezza ſituata al nord di Sirio, più orientale d' orione: con Sirio e la cintura d' orione fa un triangolo quaſi equilatero, il che baſta per diſtinguerla.

240. *Arturo*, che è la ſtella principale del bubulco, è una ſtella di prima grandezza, per conoſcer la quale ſi può impiegare l'orſa maggiore più toſto che orione; ella è quaſi diſegnata dalla coda dell' orſa che ſi gira con altre in cerchio ſino ad eſſa: le due ultime ſtelle dell' orſa ζ, ed η (*fig.* 1) formano una linea retta, che ſi dirige ad arturo.

241. I *Gemelli*, ſono due ſtelle della ſeconda grandezza, molto vicine, in mezzo l'orſa e l' orione. Si diſtinguono anche per mezzo d'orione, perchè tirando una linea da rigel o ſia ε d' orione, la più occidentale e meridionale del quadrilatero, per la ſtella ζ, la terza e la più orientale delle tre della cintura, ſi dirige verſo le due teſte de' gemini; finalmente le due prime ſtelle della coda dell' orſa ζ, ε, colla diagonale del quadrato tirata per δ, e ε forma una linea, che va pure a dirigerſi verſo le teſte de' gemelli, paſſando per una zampa dell' orſa.

242. La medeſima linea prolungata di là dalle teſte de' gemelli, paſſa per li piedi de' gemelli, che ſono quattro ſtelle in linea retta alla prima, e prolungata arriva alla ſpalla orientale d' orione, α.

243. La linea tirata da rigel per la ſpalla occidentale d' orione γ, va ad incontrare al nord il *corno auſtrale del Toro*, della terza grandezza, in egual diſtanza da una parte, che rigel dall'altra da γ, intorno 14°. Il corno boreale del Toro β, è della ſeconda grandezza, ſta ſulla linea, tirata per la ſpalla orientale α e per il corno auſtrale ζ, 8° ſopra. L' ecclittica paſſa tra i due corni del Toro.

244. La coſtellazione del *lione*, può riconoſcerſi da due ſtelle precedenti α, β del quadrato della grand' orſa; poichè queſte due ſtelle, che ſervono a trovar la ſtella polare dalla parte del nord, dalla parte di mezzodì colla loro linea moſtrano il lione, a 45° dell' orſa maggiore. Il lione è un gran trapezio, in cui ſi diſtingue una ſtella di prima grandezza chiamata *regolo*, o il *cuor del lione*.

245. Il cuor del lione α, è ſulla linea menata da rigel per procione, a 37° da queſta: così v'è una ſeconda maniera di conoſcerlo. La coda del lione β è una ſtella di ſeconda grandezza, ſituata un poco al mezzodì della linea tra regolo ed arturo: ella è 15° a levante da regolo.

246. Il *cancro* è una coſtellazione formata di piccole ſtelle, difficili da diſcernerſi. La *nebuloſa del granchio* è un ammaſſo di ſtellette, meno ſenſibile che le plejadi; ſi trova a preſſo poco andando dal mezzo de' gemelli al cuor del lione, e del can minore alla coda dell' orſa maggiore.

247. Al mezzodì delle tre ſtelle nella cintura d' orione ſi vede una liſta di ſtelle, che forma ciò che ſi chiama la *ſpada*, e la nebuloſa d'

orione (296): la direzione di queſte ſtelle prolungata ſopra la ſtella ε, al mezzo della cintura, va a paſſare ſul corno auſtrale ζ del Toro, e poi ſul mezzo della coſtellazione del *cocchiere*: queſto è un gran pentagono irregolare, di cui la parte più ſettentrionale ha una ſtella di prima grandezza chiamata la *capra*. La capra s' incontra ancora col mezzo d'una linea menata ſulle due ſtelle δ, α, le più boreali del quadrato della grand'orſa.

248. Il *montone*, o l'*ariete*, la prima delle 12 coſtellazioni del Zodiaco, ſi diſtingue principalmente per due ſtelle di terza grandezza, aſſai vicine, di cui la più occidentale ϵ è accompagnata d' una ſtella più piccola di quarta grandezza, chiamata γ, o la *prima ſtella d' ariete*, perchè una volta era la più vicina al punto equinoziale. Queſta coſtellazione ſi riconoſce per una linea tirata dal can minore a aldebaran, che ſi dirige all'ariete, 36° a ponente d'aldebaran.

249. La *cintura di perſeo* è compoſta di tre ſtelle, di cui una di ſeconda grandezza, paſſa vicino al zenit di Parigi: formano come un arco incurvato verſo l' orſa maggiore. La linea tirata dalla ſtella polare alle plejadi paſſa ſulla cintura di perſeo; ma ſi può fare un' altra collineazione tra i gemini e la capra. La linea tirata dalla cintura d' orione per aldebaran, va ſulla teſta di meduſa β, che perſeo tiene in mano.

250. Il *cigno* è una coſtellazione aſſai rimarcabile, forma una ſpecie di croce nella via lattea, ed ha una ſtella di ſeconda grandezza. Una linea tirata dai gemini alla ſtella polare va ad incontrare di là a pari diſtanza il cigno. Queſta linea non ſerve, che quando ſono ambedue ſopra l'orizzonte; or ora ſi darà un' altra linea (256).

251. Il quadrato di *pegaſo* è formato da quattro ſtelle di ſeconda grandezza, la più boreale è la *teſta d' andromeda*: la linea tirata dalle due precedenti dell'orſa maggiore ζ, ed α, per la ſtella polare va di là dal polo a paſſare per il mezzo del quadrato di pegaſo. Una linea tirata dalla cintura d' orione, per il montone, va ſulla teſta d' andromeda: una linea tirata dalle plejadi per il medeſimo montone, va ſull' ala di pegaſo γ, detta *algenib*, una delle quattro del quadrato: le due altre ſono all' occidente, la più boreale delle quali β, ſi chiama *ſcheat*, la più meridionale α, *markab*.

252. *Caſſiopea* è una coſtellazione direttamente oppoſta all' orſa maggiore, rapporto alla ſtella polare, in modo che una linea, o un cerchio, che dal mezzo dell' orſa o dalla ſtella ε paſſa per la ſtella polare va nel mezzo di caſſiopea. Queſta coſtellazione viene formata da ſei ſette ſtelle d' un γ largo, o d' una ſedia roveſciata; forma aſſai equivoca; ma le ſtelle di caſſiopea eſſendo molte di ſeconda grandezza la fanno facilmente diſtinguere.

253. *Cefeo* è una coſtellazione compreſa tra la ſtella polare, caſſiopea, ed il cigno. Una linea tirata dalla ſtella polare alla coda del cigno α, paſſa preſſo delle ſtelle β ed α di cefeo, una ſul ventre, l' altra ſulla ſpalla, laſciandole ambedue un poco verſo caſſiopea. Avanti d' arrivare a ζ, ſi laſcia più lungi dall' iſteſſa parte la ſtella γ, che ſi trova ſulla li-

la linea tirata dalle *guardie* dell' orſa minore per il mezzo di caſſiopea.

254. L'*orſa minore* ha quaſi l'iſteſſa figura, che l'orſa maggiore, e le è paralella, ma in ſituazione inverſa. La ſtella polare (6) ch'è di terza grandezza, forma l'eſtremità della coda; le quattro ſtelle ſeguenti ſono aſſai picciole, non eſſendo che di quarta grandezza; ma le due ultime del carro piccolo ſono ancora di terza grandezza, chiamanſi le *guardie* dell' orſa minore.

255. Il *dragone* ſta in parte tra la lira e l' orſa minore, colla teſta, ove quattro ſtelle fanno un paralellogrammo aſſai viſibile; la coda è tra la ſtella polare, e il quadrato dell' orſa maggiore. Una linea tirata per le guardie dell' orſa minore ζ, e γ, ſi dirige verſo la ſtella ν del dragone (nel planiſferio di Senex marcata ϵ per errore). Queſta ſtella giace tra θ, più meridionale, e ζ più boreale, in una linea diretta quaſi nel polo dell' ecclittica (281), e un poco più avanti verſo δ, ed ϵ del dragone, per andare in ſeguito a traverſare cefeo tra β, ed α.

256. Una delle diagonali del quadrato di pegaſo ſi dirige verſo maeſtro verſo la coda α del cigno, l'altra diagonale verſo la cintura di perſeo: queſta paſſa prima verſo la ſtella ζ della cintura d' andromeda, e poi verſo il piede γ di andromeda. Queſte due ſtelle β, e γ, della ſeconda grandezza dividono in tre parti eguali lo ſpazio compreſo tra la teſta d'andromeda e la cintura di perſeo; la linea che le giunge, paſſa tra caſſiopea ed ariete.

257. Le coſtellazioni, che ſi veggono in eſtate la ſera, non anno caratteri così marcati, come quelle d' inverno: ma ſi conoſceranno per mezzo delle precedenti. Quando il mezzo della coda del carro, o la ſtella ζ, ſi trova nel meridiano ſopra la ſtella polare al più alto del cielo, ciò che accade a 9^h della ſera alla fine di Maggio, ſi vede nel meridiano a mezzodì la *ſpica della vergine*, ſtella di prima grandezza. La diagonale del quadrato del carro tirata per α, e γ, va a ferire appreſſo poco la ſtella medeſima, benchè lontana di 68°. Finalmente queſta ſtella forma appreſſo poco un triangolo equilatero con arturo e la coda del leone, da cui è lontana intorno 33°.

258. Un poco a dritta e più baſſo della *ſpica* ſi vede un trapezio formato dalle 4 principali ſtelle del *corvo*, che ſi trovano continuando la linea della lira e della ſpica.

259. Una linea tirata dall'ultime ſtelle del carro δ, γ, per regolo, va ad incontrare il *cuor dell' idra* 22° più a mezzodì. La teſta dell' idra ſi trova a mezzodì del granchio, tra procione e regolo, un poco più meridionale. L' idra s' eſtende dal can minore ſin ſotto la ſpica della vergine.

260. La *coppa* giace tra l' idra, e il corvo, a ponente di queſto: 4 ſtelle della coppa formano un trapezio aſſai viſibile.

261. La *lira* è una ſtella di prima grandezza, una delle più belle del cielo, che fa quaſi un triangolo rettangolo con arturo e la ſtella polare, l' angolo retto eſſendo nella lira verſo oriente.

262. La

262. La *corona* è una piccola coſtellazione ſituata preſſo di arturo ſulla linea d' arturo, e della lira. Si conoſce facilmente per le 7 ſtelle in forma di ſemicerchio che la compongono; ve n' è una di ſeconda grandezza. Le due prime ſtelle della coda dell'orſa ε, e ζ, formano un' altra direzione alla corona.

263. L' *aquila* contiene una bella ſtella di ſeconda grandezza, che ſta a mezzodì della lira, e del cigno: ſi diſtingue facilmente, perchè giace tra due ſtelle β, e γ, della terza grandezza, che formano una linea retta colla bella ſtella, e le ſono vicine.

264. *Antinoo* è una piccola coſtellazione ſituata ſotto l'aquila.

265. Una linea, o un cerchio, che paſſa per regolo e per la ſpica della vergine (queſta è appreſſo poco l' ecclittica) va a trovare a levante la coſtellazione dello *ſcorpione*, aſſai oſſervabile: è compoſta di tre ſtelle nel fronte dello ſcorpione, di cui una di ſeconda grandezza, che formano un grand' arco dal nord al ſud, ed una ſtella più orientale, ch' è come il centro dell' arco; è ſtella di prima grandezza, e ſi chiama *antares* (tutti nomi arabi) o il cuore dello ſcorpione. Le ſtelle del fronte, cominciando da nord ſono β, δ, π, ρ.

266. La *bilancia* contiene due ſtelle di ſeconda grandezza, che ne formano i due bacini: la linea di queſte due ſtelle è appreſſo poco perpendicolare al mezzo di quella che da arturo va alla fronte dello ſcorpione; vale a dire che ſono al mezzo dell' intervallo benchè un poco all' occidente. Il bacino auſtrale giace tra la ſpica ed antares, tutte tre aſſai vicine all' ecclittica: vi ha $21^{\circ}\ \frac{1}{2}$ tra la ſpica e il bacino auſtrale, e $24^{\circ}\ \frac{2}{3}$ tra queſta ed antares.

267. Il *ſagittario* è una coſtellazione che ſeguita lo ſcorpione a levante: ella è ſulla direzione della ſpica ed antares dietro l' ecclittica. Il ſagittario contiene molte ſtelle di terza grandezza, che formano un gran trapezio, e due ſtelle del trapezio ne formano un più piccolo con due altre ſtelle; ma queſto ſecondo trapezio è in un ſenſo perpendicolare al primo.

268. Queſta coſtellazione viene marcata ancora da una linea tirata dal mezzo del cigno per il mezzo dell' aquila; poichè il ſagittario è 35° al mezzodì dell' aquila, come queſta del cigno. Il ſagittario viene ancora indicato dalla diagonale del quadrato di pegaſo tirata dalla teſta d'andromeda per α di pegaſo, e prolungata verſo mezzodì; la medeſima diagonale prolungata al nord indicava la cintura di perſeo (256).

269. Il cerchio tirato da antares fino alla ſtella polare traverſa prima la coſtellazione d' *ofiuco*, o del *ſerpentario*, e più in alto incontra *ercole*. Queſte due coſtellazioni ſono un poco difficili da diſtinguere; perciò le ſeguirò con qualche dettaglio. La linea tirata da antares fino alla lira, paſſa tra le due teſte d' ercole e d' ofiuco, che ſono due ſtelle di ſeconda grandezza, aſſai vicine, e la linea delle quali ſi dirige verſo la corona: la più meridionale ed orientale è la teſta d' ofiuco.

270. Una

270. Una linea tirata per le due teſte va ad incontrare γ d' ercole 13° più lungi, e la ſtella ζ d' ercole è 3° al nord-eſt di γ. La linea menata per γ e ζ verſo il nord trova ε d' ercole, e verſo mezzodì, o piuttoſto a ſcirocco, α del ſerpente: queſt' anche forma un triangolo equilatero colla teſta d' ercole, e la corona. La linea tirata dalla teſta d' ofiuco al bacino auſtrale della bilancia, paſſa ſopra le ſtelle ε, e δ del medeſimo ofiuco, una della quarta grandezza, l' altra della terza, che ſono diſcoſte una dall' altra 1° $\frac{1}{3}$, ſopra una direzione perpendicolare al mezzo di queſta linea: la ſtella δ è la più ſettentrionale e più occidentale. Queſte ſtelle ſi dirigono al ſud-eſt verſo ζ al ginocchio occidentale d' ercole, che ſta a 7° $\frac{1}{2}$ di ε, e quaſi verſo η nel ginocchio orientale che è 9° $\frac{1}{2}$ più lontano che ζ dalla parte di maeſtro. Queſt' iſteſſe ſtelle ſi dirigono un poco ſotto α del ſerpente, l' iſteſſo gruppo di ε, e δ d' ofiuco forma appreſſo poco un triangolo equilatero con ζ della bilancia nel bacino boreale, ed α del ſerpente, preſſo di queſta è la δ del ſerpente, 4° $\frac{1}{2}$ a maeſtro, ed ε che ſta 2° a ſcirocco. La direzione di queſte tre ſtelle indica ancora δ ed ε d' ofiuco che ſono diſcoſte 10° da ε del ſerpente.

271. Le ſtelle β, e γ ſulla ſpalla orientale d' ofiuco, ſi trovano ſopra la linea menata dalla teſta d' ercole a quella del ſagittario (267) ſul medeſimo meridiano che la teſta d' ofiuco; β ſta lungi 8°, e γ 10° più al mezzodì che la teſta d' ofiuco; la loro direzione paſſa tra le due teſte d' ofiuco, e d' ercole.

272. La linea tirata dalla teſta d' ercole a quella d' ofiuco, ſi dirige verſo θ eſtremità della coda del ſerpente, lontana 21° dalla teſta d' ofiuco verſo occidente: è una ſtella cangiante (291) che ſi diſegnerà ancora qui dopo (276).

273. Una linea tirata dalle ſtelle più orientali della corona, che guardano la lira, ſino ad α del ſerpente, paſſa ſopra la teſta del ſerpente tra γ, e ζ della terza grandezza; queſta β è la più occidentale, il piede occidentale d' ofiuco giace tra antares, e ζ, o la boreale nel fronte dello ſcorpione; il piede orientale tra antares ed μ, che è la ſuperiore ed occidentale, o ſia la precedente dell' arco del ſagittario. I due piedi d' ofiuco ſono ſull' ecclittica iſteſſa.

274. Il *capricorno* è diſegnato dal prolungamento della linea che paſſa per la lira, e per l' aquila: ſonovi due ſtelle della terza grandezza α, e ζ, due gradi diſtanti l' una dall' altra poſte in queſta linea prolungata, che marcano la teſta del capricorno, e due a levante per 20° ſegnate γ, e δ, che marcano la coda del capricorno, diſtano 2° l' una dall' altra, in ſenſo d' oriente e d' occidente.

275. *Fomahant*, o la bocca del *peſce auſtrale*, ſtella di prima grandezza, viene indicata da una linea menata dall' aquila, per la coda di capri-

pricorno, prolungata 20° di ſotto. Ticone la chiama *fomahant*, il Sig. Hyde *Pham-Al-Hut*, Flamſtedio *fomalhaut*.

276. Il *delfino* è una piccola coſtellazione, 15° in circa a levante dell' aquila, formata con un paralellogramo di 4 ſtelle della terza grandezza. Una linea tirata dal delfino per mezzo le tre ſtelle dell' aquila perpendicolare alla linea di queſte, va a paſſare verſo θ, eſtremità della coda del ſerpente, dalla parte d' occidente.

277. L' *acquario* è indicato da una linea tirata dalla lira ſul delfino, prolungata verſo mezzodì 15 gradi: l'acquario è un poco a levante. Andando dal delfino a ſomahant, ſi traverſa in tutta la ſua lunghezza la coſtellazione di acquario, paſſando toſto tra le due ſpalle α, e β, che ſono due ſtelle di terza grandezza, diſcoſte l' una dall' altra 10°, le più oſſervabili di tutta queſta coſtellazione; l' acqua ſparſa dall' urna d' acquario va a terminare nella bocca del peſce auſtrale, o ſomahant.

278. La *balena* è una gran coſtellazione ſituata al mezzodì d' ariete, ſotto lo ſpazio tra le plejadi, ed il quadrato di pegaſo. Una linea tirata dalla cintura d' andromeda, tra le due ſtelle d' ariete, va a paſſare ſulla ſtella α, nella maſcella della balena, che è una ſtella di ſeconda grandezza, 25° diſcoſta dai corni dell' ariete. Viene indicata ancora dalla linea, che dalla capra paſſa per le plejadi. Una linea tirata per aldebaran e la maſcella della balena paſſa ſulla coda ζ, altra ſtella di ſeconda grandezza, 42° di là, vicina all' acqua di acquario.

279. I *peſci*, che formano il duodecimo ſegno del Zodiaco, ſono poco rimarcabili; uno è poſto lungo il lato meridionale del quadrato di pegaſo, ſotto α, e γ d' eſſo; l' altro giace al levante dell' iſteſſo quadrato, tra la teſta d' andromeda, e la teſta dell' ariete. La ſtella α, nel nodo del *lino* dei peſci, che è della terza grandezza, giace ſulla linea tirata dal piede d' andromeda, per la teſta d' ariete, e ſopra un' altra per li piedi dei gemelli, e d' aldebaran, 40° all' occidente; fa anche un triangolo rettangolo con α della balena e ζ, o γ d' ariete, al mezzodì di queſte: è queſta la ſtella più rimarcabile nella coſtellazione dei peſci.

280. Io non m' eſtenderò più a lungo nel dettaglio delle coſtellazioni, perchè l' altre eſſendo più piccole, e meno oſſervabili, per ben diſtinguerle vi vorrà l' ajuto delle carte celeſti.

281. Avendo conoſciuto il polo del mondo (5) ſarà molto bene conoſcere il *polo dell' ecclittica*, eſſendo un punto de' più rimarcabili in cielo. Il *polo boreale dell' ecclittica* dunque è ſituato nella coſtellazione del dragone, ſopra una linea tirata per le due ſeguenti γ, e δ dell' orſa maggiore; fa un triangolo quaſi equilatero colla lira ed α del cigno; è anche ſopra la linea tirata per le due precedenti del quadrato dell' orſa maggiore, e le guardie dell' orſa minore, 3° di là dalla ſtella ι del dragone, che giace appreſſo poco ſulla medeſima linea delle ſtelle θ, η, ζ, ε, ϕ del dragone, la direzione delle quali s' eſtende da arturo a cefeo, e caſſiopea: la ſtella η è quella, a cui ſi dirigono le guardie dell' orſa minore. Finalmente il polo dell' ecclittica fa un triangolo rettangolo, ed iſoſcele

ſcele colla ſtella polare, e ζ o ſia la maggior guardia dell' orſa minore, la più ſettentrionale; e l'angolo retto è in queſta.

282. Per metterſi a portata di eſtimare le diſtanze delle ſtelle in gradi, biſogna miſurarli ſul globo, ed avvezzarſi a riportarli in cielo: ſi vedrà, per eſempio, che arturo è lontano 300 29' dall' ultima ſtella » della coda dell' orſa maggiore; le due eſtreme ſtelle delle tre nella cintura d' orione ſono lontane 2° $\frac{3}{4}$; le due ſpalle d'orione 7°; aldebaran da Sirio 46°; molte altre diſtanze ſi ſono indicate negli articoli precedenti; ſi può rifletter anche che il diametro del ſole e della luna è d' incirca mezzo grado.

Delle ſtelle cangianti e nebuloſe.

283. L' iſtoria fa menzione di molte ſtelle rimarcabili, che ſono comparſe di nuovo, e poi diſparſe totalmente: ancora ne conoſciamo di quelle, che ſpariſcono di tempo in tempo, che creſcono di grandezza ſenſibilmente, e poi diminuiſcono. Ve ne ſono altre deſcritte dagli antichi come ſtelle rimarcabili, che non compariſcono più; altre finalmente, che ſi vedono coſtantemente in oggi, benchè non deſcritte dagli antichi; ſi può però attribuire una parte di queſte differenze alla loro diſattenzione, o all' error del catalogo degli antichi, che non ſi ha ſe non dall' Almageſto di Tolomeo con molti falli.

284. Gli autori più antichi come Omero, Attalo, e Gemino, non contavano ſe non 6 plejadi; Simonide, Varrone, Plinio, Arato, Ipparco, e Tolomeo nel teſto Greco, le mettono 7; e ſi preteſe che la ſettima era comparſa avanti l' incendio di Troja; ma queſta differenza ha potuto venire dalla difficoltà di diſtinguerle, e di contarle colla ſemplice viſta.

285. L' iſtoria racconta più preciſamente apparizioni di ſtelle nuove, 125 anni avanti G. C. all'età d'Ipparco (Ved. Plinio lib. II. c. 24. 26); e all'età dell'Imperatore Adriano, 130 anni dopo G. C.

286. Fortunio Liceto celebre medico morto a Padova nel 1656 ha compoſto un trattato *de novis aſtris*, in cui ſi trova un' ampia tradizione ſulle ſtelle nuove, delle quali anno parlato gli antichi. Riferiſce pag. 259, che Cuſpiniano offervò una ſtella nuova l' anno 389 preſſo dell' aquila; ella parve riſplendente quanto Venere, per tre ſettimane, in ſeguito diſparve. Ne cita molte altre di differenti ſecoli.

287. Ma la più famoſa tra tutte le ſtelle nuove è ſtata quella del 1572: ſcoperta al principio di Novembre, e faceva un rombo perfetto colle ſtelle α, ζ, γ, di Caſſiopea: comparve con grande ſplendore, come ſorta all' improvviſo, ſorpaſſava Sirio, e Giove iſteſſo perigeo; ſi vedeva anche di giorno. Dal meſe di Decembre 1572 cominciò a diminuire ſino al Marzo 1574, in cui ſi perdette di viſta. Non aveva parallaſſi ſenſibile (§. 441) nè alcun moto proprio apparente; donde è facile concludere, che era molto più lontana da noi, che Saturno il più rimoto di

tutti i pianeti, ſenza di che avrebbe avuto una parallaſſe annua ſenſibile: non aveva capigliatura, come le comete, ma brillava come le ſtelle fiſſe.

288. La nuova ſtella del ſerpentario, che comparve li 10 Ottobre 1604, fu quaſi tanto riſplendente, come quella del 1572. Keplero aſſicura, che non aveva veruna parallaſſe, nè moto, rapporto altre ſtelle; e perciò era molto al di ſopra della ſfera di ſaturno; perchè la parallaſſe annua prodotta dal moto della terra l' avrebbe fatta variare in apparenza di molti gradi, ſe foſſe ſtata alla diſtanza di ſaturno (447).

289. Si ſono oſſervate nel cigno tre ſtelle cangianti; la più rimarcabile è quella ſegnata χ da Bayero, e di cui ſi oſſervano ancora le variazioni. Il Sig. Kirch oſſervò le diverſità di lume nel 1686. Dopo, i Sigg. Maraldi e Caſſini avendo oſſervato molte volte queſta ſtella, trovarono il periodo del ſuo più grande ſplendore di 405 giorni; negli anni proſſimi il ſuo ſplendore cade ai 29 Aprile 1773; 9 Giugno 1774; 19 Luglio 1775; 27 Agoſto 1776; 7 Ottobre 1777. (mem. Accad. 1759). Si oſſervi, che queſti ritorni vanno ſoggetti a delle irregolarità fiſiche.

290. La ſeconda ſtella cangiante del cigno è ſituata preſſo la ſtella γ, che è nel petto. Fu ſcoperta da Keplero nel 1600; per 19 anni, che l' oſſervò, parve ſempre della ſteſſa grandezza, meno grande di γ nel petto, ma più grande di quella che è nel becco. Il Sig. Caſſini la oſſervò di nuovo nel 1655; l' Evelio nel 1665; nel 1677, 1682, 1715 non era che come una ſtella di ſeſta grandezza.

291. La terza cangiante del cigno fu ſcoperta dal P. Anſelmo li 10 Giugno 1670 preſſo la teſta del cigno, dalla parte della freccia: ella era di terza grandezza; e li 10 Agoſto non più che di ſeſta: la rivide li 17 Marzo 1671, e la giudicò di quarta grandezza. Il Sig. Caſſini in quell' anno vi oſſervò molte variazioni: dopo il 1672 non comparve più. Il Sig. Caſſini il figlio ha parlato di molte altre ſtelle, o nuove, o che ſono perdute, o che appariſcono cangianti, come quelle di caſſiopea, dell' eridano, della balena ec. (*Elem. d' aſtron.*)

292. E' difficile formarſi un' idea chiara della cagione che può far cangiare, e ſparire le ſtelle, o moſtrarcene di nuove. Il P. Riccioli credeva, che vi fieno forſe delle ſtelle, che non ſono luminoſe in tutta la loro eſtenſione, e delle quali la parte oſcura poteva voltarſi più o meno verſo di noi nella loro rotazione (931). Il Sig. di Maupertuis nel ſuo *diſcorſo ſulle differenti figure degli aſtri* pubblicato a Parigi nel 1732, avendo fatto vedere, che il moto di rotazione d' un aſtro ſul proprio aſſe, può produr in eſſo un appianamento conſiderabile, ſe ne ſerve per iſpiegare il fenomeno delle ſtelle nuove: ſe alcuna di queſte ſtelle piane ha intorno d' eſſa un qualche groſſo pianeta, in un' orbita aſſai eccentrica, ed inclinata al piano dell' equatore della ſtella, l' attrazione del pianeta quando s' accoſta al ſuo perielio, cambierà l' inclinazione della ſtella ſchiacciata, che perciò apparirà più, o meno luminoſa: ed una ſtella, che noi non iſcoprivamo, perchè ci ſi preſentava di taglio, può diventar viſibile, preſentando una parte del ſuo diſco: così ſi può render ragione

del-

della mutazione di grandezza, oſſervata in alcune ſtelle, delle loro diſparizioni, dei loro ritorni, benchè a prima viſta l'ipoteſi ſembri poco veriſimile.

293. La *via lattea* è una bianchezza irregolare, che circonda tutto il cielo in forma di faſcia. Democrito pensò, che il candore di queſta faſcia doveſſe eſſer prodotto da una moltitudine di piccoliſſime ſtelle impercettibili; così penſava anche Manilio. Per quanto ciò ſia probabile, biſogna confeſſare, che non è niente meno, che dimoſtrato; poichè per tutto il cielo, coi teleſcopj ſi ſcoprono appreſſo poco tante ſtelle, come nella via lattea, e un tal candore rimane ſempre nel fondo come dietro alle ſtelle. La via lattea ſi troverà diſegnata nel mio *nuovo globo celeſte*, più eſattamente che altrove.

294. Come la via lattea forma un candore intorno del cielo, così in altre parti, dove la via lattea non arriva, s' incontrano delle piccole macchie bianche, che alla viſta ſemplice ſomigliano a delle ſtelle poco luminoſe, e che nel teleſcopio fanno un candore ſparſo, in cui non ſi trova ſtella, o pure forma degli ſpazj miſti di bianchezza, e di piccole ſtelle. Sono queſte, che propriamente ſi chiamano ſtelle *nebuloſe*; perchè alcune in vero nel cannocchiale non appariſcono altro, che ammaſſi di piccole ſtelle.

295. La prima nebuloſa propriamente detta, che ſi ſcoprì dopo l'invenzione del cannocchiale, fu quella d'andromeda, viſta da Simon Mario nel 1612: all'occhio nudo compariva una nuvoletta, ma nel cannocchiale pareva formata da tre raggi bianchi, pallidi, irregolari, che erano più chiari verſo il centro. Il Sig. Gentil dice che cambia forma (*mem.* 1759); occupa in circa un quarto di grado: il Bullialdi fu perſuaſo, che era ſtata veduta più di 600 anni avanti.

296. La nebuloſa d'orione ſta ſotto la cintura (247): è la più rimarcabile di tutte le nebuloſe; e pure l'Ugenio fu il primo che la oſſervò per caſo nel 1656; ella è d'una figura irregolare, bislunga, e curva; ſa ſua bianchezza nel cannocchiale rieſce viva, e pure non vi ſi diſcernono, che 7 piccole ſtelle d'una chiarezza pallida, ma uniforme. Vi ſono molte altre nebuloſe in ſagittario, antinoo, ercole, centauro, andromeda, ſerpentario ec. Il Sig. de la Caille, mentre travagliava al ſuo catalogo delle ſtelle auſtrali al capo di Buona ſperanza, ne ha rimarcato 42, di cui ha dato la poſizione; e il Sig. Meſſier ne ha oſſervato molte nell'emiſfero boreale.

297 Il *lume zodiacale*, che il Sig. di Mairan compara a quello delle nebuloſe, è una chiarezza o un candore ſovente aſſai ſimile a quello della via lattea; ſi vede dopo il tramontar del ſole, finito il crepuſcolo, ſopra tutto al principio di Marzo, in forma di piramide, o di mezzo fuſo, alla cui baſe è il ſole; ha talora più di 100° in lunghezza. Pare, che queſto lume non ſia altro, che l'atmoſfera del ſole, poichè ha una ſituazione ſimile a quella dell'equatore ſolare (959) e appariſce in forma di ſferoide appianata, come lo eſige la rotazione del ſole (945).

Queſto lume zodiacale ſi trova ampiamente deſcritto nel *trattato dell' aurore boreali* del Sig. di Mairan.

298. Le *aurore boreali*, che fanno il ſoggetto principale di queſt' opera, ſono un fenomeno luminoſo così chiamato, perchè ſuol apparire nella parte boreale del cielo, ed il ſuo lume preſſo l'orizzonte ſomiglia a quello dell' aurora. Si vedono ſovente dell' aurore boreali nei paeſi del nord, di rado in Italia. Se ne vide una famoſa li 19 Ottobre 1726 a Parigi, ſeguitata da molte altre, che induſſero il Sig. di Mairan a ricercare la cagione di queſti fenomeni, e pensò d' averla ritrovata nell' atmoſfera del ſole, che venendo ad incontrare le parti ſuperiori della noſtr' aria, vi deponga delle particelle luminoſe, che cadendo nell' atmoſfera terreſtre, più o meno avanti ſecondo la loro gravità ſpecifica, formano tali fenomeni.

299. Ma le aurore boreali ſembrano più legate coi ſenomeni elettrici: fanno variare ſenſibilmente la direzione degli aghi calamitati; elettrizzano delle punte iſolate, piantate in gran tubi di vetro; ſi crede anche aver ſentito uno ſcoppiamento ſimile a quello delle ſcintille elettriche. Su i rapporti, che ſi oſſervano tra la materia magnetica, ed elettrica, non ſarei ſtupito, che la materia elettrica ſi portaſſe al nord, e ſortiſſe per li poli della terra, verſo le parti ſpecialmente, ove v'è copia di minerali; in tal caſo potrebbe produrre le aurore boreali, che ſono quaſi continue nei paeſi ſettentrionali, come ſi vede nella *figura della terra del Sig. Maupertuis* ec.

In queſto primo libro abbiamo compreſo i primi principj della ſfera, e la cognizione più ſemplice delle ſtelle fiſſe: il dettaglio dei loro moti, reali o apparenti, ſi troverà nel libro VII. ſecondo l' ordine dei tempi, e delle difficoltà, in cui ſi preſentarono.

LIBRO SECONDO.

I fondamenti dell'aſtronomia, e i ſiſtemi del mondo.

300. I primi fondamenti dell'aſtronomia ſono quelli, l'applicazione dei quali deve eſſer la più generale, e maggiormente influire in tutto il rimanente dell'opera. Sotto queſto titolo dunque ho compreſo 1°. la ricerca dei moti del ſole, a cui ſiamo sforzati di riferire tutti gli altri moti; 2°. le poſizioni delle ſtelle fiſſe che ſervono a conoſcere eſattamente quelle di tutti gli altri aſtri; 3°. la miſura del tempo, le ſue ineguaglianze, e l'equazione, ch'è un preliminare d'ogni calcolo aſtronomico; 4°. la maniera di trovar l'ora del paſſaggio per il meridiano, del levare, e del tramontare d'un aſtro; finalmente, a miſura che l'occaſion lo portava, ho aggiunto i problemi, che ſono i più uſitati nell'aſtronomia sferica.

301. Parerebbe che non ſi poteſſe leggere queſta parte ſenza ſapere un poco le regole di trigonometria sferica, o almeno ſaperle adoprare, che vuol dire, fare una regola del tre coi ſeni, e coi logaritimi. Ma ſi può avere un'idea aſſai completa dell'aſtronomia ſenza eſeguire i calcoli, e ſi può anche eſeguirli ſenza conoſcere le dimoſtrazioni della trigonometria sferica. Nei trattati del Sig. des Parcieux, Mauduit, Ozanam, Rivard, de la Caille, Bezout, come nella mia grand'opera d'aſtronomia ſi troverà ciò che occorre (e ſenza ricorrere ai libri Franceſi, nell'introduzione alle *tavole trigonometriche* 1769, 1773 in Padova appreſſo Giovanni Manfrè, dove ſi troverà una quantità d'eſempj dettagliati, ed applicazioni). Dopo una prima lettura dei principj di queſta ſcienza, ſi potrà eſercitarſi in problemi sferici, per ripaſſare con frutto maggiore l'aſtronomia, ſpezialmente volendo internarſi in queſta ſcienza.

302. Importa ſolo di ben oſſervare tre coſe prima d'entrare in materia. 1°. Gli angoli sferici in cielo s'intendono formati dall'incontro di due cerchi maſſimi, e ſono miſurati da un altro arco di cerchio maſſimo, che ha il polo nel vertice dell'angolo medeſimo, che vuol dire lontano 90° gradi. Così l'angolo ♈ (*Fig.* 18) formato dall'equatore ♈Q, e dall'ecclittica ♈C, è di tanti gradi che l'arco CQ deſcritto in diſtanza di 90° dal vertice ♈; quell'arco è la miſura dell'angolo ♈. 2°. Gli archi perpendicolari ad un cerchio vanno ad incontrarſi nei poli di queſto cerchio. 3°. In ogni triangolo sferico conoſcendo tre coſe preſe ad arbitrio tra i tre angoli e i tre lati, colle regole della trigonometria sferica, ſi poſſono ſempre trovare le tre altre. Queſte tre regole generali baſtano per intendere tutto ciò che s'ha a dire in queſto libro: non ho voluto imbarazzare i principj di queſto trattato con un dettaglio nojoſo di formole, e di calcoli.

Del

Del moto, e delle diſuguaglianze del ſole.

303. Un oſſervatore che voglia da ſe ſolo formarſi un corſo d' oſſervazioni, e ſeguire il progreſſo degli aſtronomi antichi nelle loro ricerche, deve cominciare da determinare l' altezza del polo, o ſia la latitudine del luogo del ſuo oſſervatorio; riconoſcerà la direzione dell' ecclittica, o del cerchio che deſcrive il ſole in un anno; finalmente riconoſcerà i punti, in cui l' ecclittica taglia l' equatore (66), l' angolo che eſſa fa con queſto cerchio, o ſia la ſua lontananza nei punti ſolſtiziali (70); allora ſarà in iſtato di determinare il progreſſo del ſole nell' ecclittica e i punti, nei quali ſi trova ciaſcun giorno; queſta è la prima ſpecie d' oſſervazione, di cui ha biſogno.

Sia EQ (fig. 21) l' equatore, HO l' orizzonte, ES l' ecclittica inclinata in E di $23° \frac{1}{2}$ ſopra l' equatore; S il ſole a mezzodì nel momento che paſſa il meridiano SAB. Se io oſſervo (23) quanti gradi ha di altezza ſopra l' orizzonte, vale a dire, la miſura dell' arco SB, e da queſto ſottraggo l' altezza AB dell' equatore, che in un dato luogo è ſempre la medeſima (a Parigi di 41° 10') io conoſcerò SA diſtanza del ſole dall' equatore che ſi chiama *declinazione del ſole* (91). Ora nel triangolo ſferico SEA, formato dagli archi dell' equatore, dell' ecclittica, e del meridiano, ſi conoſce l' angolo E di $23° \frac{1}{2}$, e il lato oppoſto SA che è la declinazione del ſole, con l' angolo retto A, perchè i meridiani ſono perpendicolari all' equatore (21); colla trigonometria ſferica ſi troverà l' ipotenuſa ES, che è la longitudine del ſole che ſi cerca, vale a dire, la ſua diſtanza dal punto equinoziale E, miſurata lungo l' ecclittica.

304. Eſempio: li 22 Marzo 1752 nell' oſſervatorio Reale di Berlino con un quadrante di 5 piedi di raggio io ho oſſervato l' altezza del lembo del ſole, ed ho conchiuſo dall' oſſervazione, che l' altezza vera del centro del ſole era di 38° 22′ 27″; precedentemente avevo determinato l' altezza dell' equatore 37° 28′ 30″; levando queſta da quella del ſole, reſta 0° 53′ 57″ per la declinazione vera del ſole; e ſupponendo l' obliquità dell' ecclittica per quell' anno 23° 28′ 11″, per iſciogliere il triangolo ſferico ESA, colle regole della trigonometria, ho fatto queſta proporzione; il ſeno di 23° 28′ 11″, o ſia dell' angolo E, ſta al ſeno di 53′ 57″, che è il lato AS, come il ſeno tutto, che è ſempre l' unità, è al ſeno dell' ipotenuſa ES, o ſia della longitudine del ſole, che dunque s' è trovata di 2° 15′ 29″.

305. Il lato ES trovato con queſta proporzione non è che la diſtanza dall' equinozio più vicino E; ſe l' oſſervazione foſſe ſtata fatta nel meſe di Settembre, tempo in cui il ſole s' accoſta all' equatore e la ſua declinazione va calando, il riſultato della noſtra proporzione ſarebbe ſolamente la diſtanza dall' equinozio d' autunno, miſurata lungo l' ecclittica. Sia

YDKCB

♈ D K C B ♎ N R (*fig.* 22) l' equatore diſteſo in linea retta , ♈ H ♎ ♑ l' ecclittica , di cui la metà prima ♈ H ♎ eſſendo ſopra , o ſia al nord dell' equatore , ha una declinazione boreale , quando gli altri ſei ſegni l' anno auſtrale ; ſe il ſole foſſe ſtato in G colla declinazione B G, la regola precedente avrebbe fatto trovare l' ipotenuſa G ♎ , di cui il ſupplemento a 6 ſegni , o ſia 180°, ♈ S H G, ſarebbe la longitudine del ſole. Se la declinazione del ſole foſſe auſtrale come A F , la ſua altezza ſarebbe minore dell' altezza dell' equatore nei noſtri paeſi ſettentrionali ; biſognerebbe ſottrarre l' altezza oſſervata del ſole dall' altezza dell' equatore ; l' ipotenuſa trovata coll' analogia precedente ſarebbe ♎ A , diſtanza dall' equinozio d' autunno , e biſognerebbe aggiungervi 180° o ſia il ſemicerchio ♈ H ♎ per aver la longitudine del ſole , che ſi deve ſempre contare dall' equinozio di primavera , o ſia da ariete , e ſarebbe l' arco ♈ H ♎ A. Finalmente ſe la declinazione del ſole , parimente auſtrale, foſſe come P Q , tra il ſolſtizio d' inverno ♑ , e l' equinozio di primavera ♈ , colla noſtra regola non ſi troverebbe che l' ipotenuſa P R ; e per aver la vera longitudine biſognerebbe prender il complemento di queſt' arco a 12 ſegni , o ſia 360°, cioè tutto l' arco ♈ S H G A P , contato da occidente in oriente dal principio delle longitudini , cioè da ariete.

306. Tal è il metodo adoprato dagli aſtronomi antichi , per ritrovare giorno per giorno la longitudine del ſole , col mezzo della ſua altezza e della ſua declinazione (*Copernico lib.* II. c. 14) . Gli aſtronomi moderni anno cercato di ſopprimere in queſto metodo la neceſſità di conoſcere l' altezza dell' equatore , e in conſeguenza la declinazione del ſole . Secondo il metodo di Flamſtedio , ſeguito dal Sig. de la Caille , e da tutti gli aſtronomi , ſi confronta il ſole con una ſtella E ; o pur L (*fig.* 22) , quando ſi trova nel medeſimo paralello della ſtella , o almeno egualmente diſcoſto : con queſte due oſſervazioni , fatte 4 in 5 meſi l' una dall' altra , ſi anno le differenze d' aſcenſioni rette B C , C D , vale a dire il moto totale B D del ſole in aſcenſione retta , di cui la metà B K è il complemento di B ♎ o ſia ♈ D che dunque ſi conoſce . Così ſi determina il luogo del ſole , e per conſeguenza le ſue inegualità . Conoſcendo poi la durata dell' anno ſolare , cioè il tempo che impiega a deſcrivere 360° , è facile trovare , quanti gradi di longitudine deve avere ogni giorno dell' anno , e conoſcere ſe s' accordano coi gradi di longitudine vera oſſervata di giorno in giorno. Preſto s' accorſero , che il ſole ſi trovava talor più avanzato , ſin quaſi 2° , di quello doveſſe eſſere ſecondo queſta longitudine media uguale e uniforme , diſtribuita proporzionalmente per tutti i giorni dell' anno , e che ſei meſi dopo la longitudine vera ſi trovava all' oppoſto meno avanzata , o minore 2° , della longitudine media .

307. Quando ſi dividono 360°, o ſia 1296000″, in $365\frac{1}{4}$ parti , ſi trova , che il ſole deve fare ogni giorno 59′ 8″ $\frac{3}{10}$; onde ſommando di ſeguito queſta quantità , è facile trovare per ciaſcun giorno , quanti gradi e minu-

minuti deve avere la longitudine del ſole, ſupponendo che creſca regolarmente e in modo uniforme, cioè ogni giorno della ſteſſa quantità (tale longitudine per il ſole, e per tutti i pianeti ſi ritrova calcolata nelle tavole aſtronomiche). La longitudine così trovata per ogni giorno coll' addizione ſucceſſiva del moto diurno, o ſia di 59' 8", ſi chiama la *longitudine media*.

308. Avendo gli aſtronomi oſſervato per un anno di ſeguito col metodo precedente (303) il vero luogo del ſole nell' ecclittica, tutti i giorni a mezzodì, trovarono, come ſi accennò, che queſta longitudine vera ed oſſervata non era ſempre uguale alla longitudine media calcolata innanzi; non era uguale ſe non al principio di Gennajo e di Luglio; nel meſe di Aprile la longitudine vera è maggiore di 2 gradi, o più eſattamente 1° 55' 31", vale a dire, che al primo di Aprile il ſole è realmente nel punto, in cui ſecondo la longitudine media doveva eſſer ai 3, due giorni dopo; all' oppoſto verſo il principio d' Ottobre la longitudine vera è minore della longitudine media della ſteſſa quantità: queſta inegualità del ſole, o queſta differenza ſi chiama *equazione dell' orbita*, o ſia *equazione del centro*.

309. La prima idea, che ſi dovette avere ſulla cagione di queſta inegualità, fu ch' era ſolamente apparente: il ſole, dicevano i primi filoſofi, deve deſcrivere un cerchio vero, perchè queſta è la più perfetta di tutte le figure, e deve deſcriverlo uniformemente, perchè il moto uniforme è il più perfetto di tutti. Or ſe la terra, da cui noi vediamo il moto del ſole, non foſſe nel centro di queſto cerchio, le parti più rimote di eſſo devono apparire più picciole delle parti più vicine, quindi il moto del ſole nelle parti più lontane ſembrare più lento e più piccolo. Sia E (*fig.* 23) il centro del cerchio N A P B, che il ſole deſcrive ogni anno, ed F un altro punto in cui ſi trovi la terra; il ſole trovandoſi in N ſarà più lontano da noi, che ſe foſſe nel punto P; e però gli ſpazj, che ivi avanza ciaſcun giorno pareranno più piccioli, ed il ſole ſtarà più lungo tempo a percorrere la porzione B A, che la parte C D, benchè eguali, l'una e l' altra di 90°, eſſendo ſuppoſti angoli retti B F A, C F D. Se per il centro E ſi tirano le linee G E, H E, paralelle alle prime, ſi vede che un quarto della rivoluzione media ſi compie da G, in H, benchè il quarto della rivoluzione vera ed oſſervata non ſi verifica ſe non da A in B, in uno ſpazio di tempo più lungo del quarto. Queſti ſpazj A G, H B, o ſia gli angoli A F G, B F H, o i loro eguali E G F, H E B, fanno l'inegualità, o l' equazione del ſole. Prendendo il moto del ſole dal punto N, giunto che ſia in H, il ſuo moto medio è miſurato dall' angolo N E H; il moto vero ed oſſervato dall' angolo N F H, minore del primo dell' angolo E H F, che forma l'equazione, ed è da ſottrarre dal moto medio per avere il vero, ſino ad un ſegno; dopo il quale ſarà viceverſa da aggiugnere, come ſe il ſole foſſe arrivato in G, perchè l' angolo G F P del moto vero è maggiore dell' angolo G E P del moto medio; e però queſta equazione dai Greci fu detta *proſtaferesi*, *addiſottra*. Il tutto ſarà ſpiegato ancora più chiaramente nel ſeguito.

310. Il

310. Il punto N dell' orbita il più lontano dalla terra ſi chiama *apogeo* (lungi dalla terra) , e il punto P oppoſto ed il più vicino , ſi chiama *perigeo* (preſſo la terra); la quantità E F , cioè la diſtanza tra il centro dell' orbita , ed il punto in cui ſi ſuppone l' oſſervatore che qui è la terra , diceſi *eccentricità* ; la diſtanza del ſole dal ſuo apogeo diceſi *anomalia* (irregolarità, inegualità) (che qui è più toſto l' indizio o l' argomento dell' inegualità) ed il corſo del ſole , o d' un altro aſtro preſo da queſto punto dell' apogeo , ſi chiama *rivoluzione anomaliſtica* . Quando avremo dimoſtrato in ſeguito , che è veramente la terra quella che deſcrive un' orbita ſimile intorno del ſole ſituato in F , noi chiameremo *afelio* (lungi dal ſole) il punto N , in cui farà la terra più lontana che poſſa eſſere dal punto F ; e *perielio* (preſſo del ſole) il punto P in cui ſarà più proſſima ; gli ſteſſi termini ſerviranno per le orbite degli altri pianeti . In genetale chiamanſi *apſidi* (curvature) queſti due punti eſtremi N , P , d' un orbita conſiderata relativamente al punto F , mentre l' aſtro arrivato al più lontano ricomincia ad avvicinarſi , e giunto al più vicino ricomincia ad allontanarſi .

311. E queſta è l' *ipoteſi dell' eccentrico* . Si può ancora cogli antichi ſpiegare l' iſteſſa irregolarità del ſole con un *cerchio omocentrico* , il cui centro cioè riſponde al centro iſteſſo della terra , ma allora biſogna caricare queſto cerchio d' un *epiciclo* . Sia F (*fig.* 24) il centro del cerchio A B L che il ſole ſi ſuppone deſcrivere e quello inſieme della terra ; G H K un piccolo cerchio chiamato *epiciclo* (ſopra cerchio) , il cui centro B percorre uniformemente la circonferenza A B L da occidente in oriente , nell' atto che il ſole iſteſſo col ſuo centro ſcorre l' epiciclo in ſenſo contrario , e con eguale moto angolare da G in H , o ſia da oriente in occidente . Supponeſi che il punto G dell' epiciclo chiamato l' apogeo , perchè è il più lontano dalla terra , ſiaſi trovato al principio ſul raggio prolungato F A in N ; ſi prende l' arco G H dell' iſteſſo numero di gradi , che l' arco A B ; ed il punto H è il luogo in cui ſupponeſi il ſole nell' atto che il centro dell' epiciclo è nel punto B . Ora ſe prendiamo F E paralella ed eguale a B H , e dal punto E , come centro , ſi deſcriva un altro cerchio N H P C , il cui raggio E H ſia uguale ad F B , o F A ; queſto cerchio N H C ſarà preciſamente l' iſteſſo , che l' eccentrico deſcritto nell' ipoteſi precedente , come Tolomeo lo ſupponeva : l' angolo H E N è il medeſimo in ambi i caſi , cioè il moto uniforme del ſole in ſe ſteſſo ſull' arco N H , miſurato dall' angolo H E N , mentre il moto veduto dal punto F della terra , miſurato dall' angolo N F H più piccolo , appariſce minore : l' arco N H dell' eccentrico è l' iſteſſo , che l' arco A B nell' ipoteſi dell' epiciclo , l' uno e l' altro proporzionale al tempo , creſcente di 59' 8'' per giorno .

312. Queſta inegualità del ſole , che gli antichi ingegnoſamente ſpiegavano per il mezzo d' un' orbita eccentrica , o d' un epiciclo , fu egualmente oſſervata nei pianeti , che tutti in effetto anno dell' orbite eccentriche . Ma queſta loro inegualità non ſi può miſurare , ſe non nei tempi delle loro congiunzioni , ed oppoſizioni col ſole , cioè quando ſono nel-

la medeſima linea col ſole. Fuori di queſta linea, quando ſono a deſtra o ſiniſtra rapporto a noi, i pianeti ſoffrono un' altra irregolarità, ancóra più conſiderabile: eſſa naſce dall' eſſer noi fuori del ſole, al quale ſi riferiſcono i moti, e l'orbite de' pianeti, che girano intorno il ſole; ma gli antichi non conoſcendo queſta ſpiegazione, e non comprendendo la cauſa di queſta *ſeconda inegualità*, ſi contentavano di ſpiegarla, ponendo un ſecondo epiciclo ſopra il primo, o pure con un eccentrico che inſieme portaſſe un epiciclo (380).

313. L' altezza meridiana del ſole, che ha ſervito a determinare la ſua longitudine (303) può ſervire egualmente a trovare la ſua aſcenſione retta. Quando ſi conoſce la declinazione AS (fig. 21) nel triangolo SEA in cui ſi conoſcono tre coſe, ſi può egualmente trovare il lato AE, che è la diſtanza del ſole dall' equinozio contata ſull' equatore, e l'angolo S formato dall'ecclittica ES, e dal meridiano, o cerchio di declinazione SA: il complemento di queſt' ultimo angolo, che ſarà formato dal cerchio di latitudine, che paſſa per l' iſteſſo punto col cerchio di declinazione, chiamaſi *angolo di poſizione*. Si tenga bene a mente, poichè ſe n'avrà biſogno nel calcolo dell'eccliſſi.

314. Conoſcendo ciaſcun giorno la longitudine, o l'aſcenſione retta del ſole, è facile vedere il giorno e l'ora dell' equinozio, vale a dire il punto, in cui il ſole non ha nè longitudine, nè aſcenſione retta, nè declinazione. Gli antichi oſſervavano gli equinozj per mezzo d'un cerchio, o anello di bronzo inclinato come l' equatore, di cui però la concavità ceſſava d'eſſere illuminata dal ſole nel giorno in cui ſi trovava nel piano dell'equatore; ma queſta maniera era fallace per le rifrazioni.

315. La *lunghezza dell' anno* è una conſeguenza della determinazione degli equinozj, poichè l' intervallo tra un equinozio, e quello dell'anno proſſimo, forma la durata dell' *anno ſolare*, o del ritorno delle ſtagioni. Prendendo due equinozj oſſervati mille anni uno dall'altro, e dividendo l'intervallo totale in mille parti, ſi avrà più eſattamente la lunghezza dell' anno; ſi trova con queſto metodo di $365^g\ 5^h\ 48'\ 45''$. Si parlerà dopo dell' *anno ſiderale*, che ſi rapporta alle ſtelle, e non agli equinozj, ciò che fa una piccola differenza nei ritorni del ſole (321).

316. L' aſcenſione retta del ſole trovata immediatamente col metodo precedente, ſerve a trovar quella delle ſtelle, e a formare i noſtri cataloghi. Di fatto per conoſcere la longitudine d' una ſtella, o di qualunque aſtro, biſogna oſſervarne l' aſcenſione retta, e la declinazione. Per conoſcer l'aſcenſione retta d' un aſtro, baſta compararlo con il ſole, di cui l'aſcenſion retta ſi può conoſcer ogni giorno col metodo dell'art. 313, o pure con una ſtella, che ſiaſi determinata nello ſteſſo tempo. Così il problema ſi riduce a trovare l'aſcenſione retta del ſole: queſto è il termine ſuggerito dalla natura, dal quale biſogna aſſolutamente partire, ed a cui tutto ſi deve riferire. Di fatto le longitudini ſi contano da un punto che non è dato e cognito ſe non che per il moto del ſole (eſſendo l' interſezione della ſtrada del ſole coll' equatore); queſto punto non è marcato nel cielo, il ſole ce ne moſtra ſolo il luogo: dunque ſolamente

per

per mezzo del sole si può determinare la distanza d' un astro dal punto equinoziale, determinando separatamente la distanza dell' astro dal sole, e quella del sole dall' equinozio.

317. Quando una volta si conosce esattamente l' ascensione retta del sole, o d' una stella, si osserva la differenza di tempo tra il suo passaggio per il meridiano, e quello d' altre stelle, e si conchiude l' ascensione retta di ciascuna. Per aver l' ora del passaggio d' una stella per il meridiano si potrebbe servirsi d' una meridiana sopra la quale fossero elevati dei fili a piombo, o un triangolo filare; ma al giorno d' oggi si adopra il metodo dell' altezze corrispondenti (322) o pure un cannocchiale meridiano, che gira sopra un asse ben orizzontale senza scostarsi dal piano del meridiano. Per aver la declinazione basta osservare l' altezza meridiana della stella, e prender la differenza tra l' altezza dell' equatore, e questa, come si è detto per il sole (303).

318. Conoscendo l' ascensione retta, e la declinazione d' un astro, colla trigonometria sferica si troverà la longitudine e la latitudine; ma per l' uso dei seni bisogna guardare di prendere talora, in luogo dell' ascension retta data, la distanza dall' equinozio più vicino (305). Sia AE (*fig.* 25) l' ascensione retta d' un astro qualunque, o la sua distanza dall' equinozio più prossimo, contata sull' equatore, e minor di 90°; AS la declinazione dell' astro, EC l' ecclittica, SB la latitudine cercata, e misurata per un arco perpendicolare all' ecclittica; EB la longitudine, o la distanza dall' equinozio prossimo contata sull' ecclittica: s' immagini un cerchio massimo ES, che passi per il punto equinoziale più vicino, e per la stella, per formar un triangolo sferico SAE, rettangolo in A, coll' ascensione retta, e la declinazione dell' astro; ed un altro triangolo sferico SBE, rettangolo in B, colla longitudine, e la latitudine. Si risolverà prima il triangolo SAE, in cui, oltre l' angolo retto in A, sono cogniti due lati AS, AE; e si troverà l' angolo SEA, coll' ipotenusa SE; per mezzo dell' angolo SEA ora trovato, e BEA (che è l' obliquità dell' ecclittica di 23° $\frac{1}{2}$ o meglio determinata per quell' anno) si conoscerà l' angolo SEB, che è la differenza loro, se il punto S, ed il punto B sono dall' istessa parte dell' equatore, ma che sarà la somma, se uno sia da una parte, l' altro dall' altra dell' equatore come nella *fig.* 26. Formato l' angolo SEB coll' ipotenusa SE, e l' angolo retto B, si troverà la longitudine EB, e la latitudine BS d' una stella rapportata all' ecclittica. Così si sono formati i *cataloghi delle stelle*, nei quali sono marcate le longitudini e le latitudini di tutte, in segni, gradi, minuti, e secondi: i più considerabili sono il *Catalogo Britannico di Flamstedio*, e quello delle *stelle australi del De la Caille*. Nell' atto poi che si calcola la longitudine d' una stella, facile è il calcolare l' *angolo di posizione* BSA, o BSF, formato dal cerchio di latitudine BS, e dal cerchio di declinazione SA. Si troverebbe egualmente per la *figura* 27 supponendo BZ sia il coluro dei solstizj, P il polo del mondo, Z il polo dell' ecclittica, l' angolo P il complemento dell' ascensione retta, l' angolo Z il comple-

mento della longitudine, PS il complemento della declinazione, ZS il complemento della latitudine: ſi poſſono prendere tre qualunque di queſte coſe per trovar l'angolo di poſizione PSZ.

319. Quando ſi furono così determinate le poſizioni delle ſtelle, non ſi tardò molto ad accorgerſi, che le loro longitudini poco a poco creſcevano. Ipparco di Rodi, il più celebre tra gli aſtronomi antichi, 120 anni avanti l'era volgare, riconobbe, che le longitudini delle ſtelle rapporto agli equinozj, erano maggiori di quello portavano le oſſervazioni di Timocari e d' Ariſtillo, 294 anni avanti G. C. e la ſfera d' Eudoſſo, che ha ſcritto 400 anni avanti G. C. ma aveva preſo la deſcrizione delle ſtelle da ſecoli più rimoti. Al giorno d' oggi il cambiamento delle ſtelle in longitudine è troppo ſenſibile, confrontando il catalogo di Tolomeo coi noſtri, e le oſſervazioni ch' ei riferiſce con quelle che facciamo noi. La ſpica della vergine, ſecondo le oſſervazioni d' Ipparco 128 anni avanti G. C. precedeva di 6 gradi l'. equinozio d' autunno, vale a dire, che la ſua longitudine era di $5^s\ 24^g\ 0^m$

ma ella ſi trova nel 1750 di $6\ 20\ 21$

la differenza in aumento è di $0\ 26^o\ 21'$

320. Dopo un gran numero di ſimili comparazioni io trovo che queſto cambiamento delle ſtelle, che ſi dice la *preceſſione degli equinozj* è di 1° 23' 10" per ſecolo, e che la rivoluzione totale delle ſtelle (o piuttoſto quella degli equinozj rapporto alle ſtelle e contro l' ordine de' ſegni) ſi compie in 25972 anni. Queſta quantità non è perfettamente uniforme, e vi ſi trova qualche differenza d' un ſecolo all' altro (758).

321. Le ſtelle non eſſendo ſempre nella medeſima diſtanza dagli equinozj ed allontanandoſene ogni anno 50", il ſole non ritorna alle ſteſſe ſtelle ſe non 20 minuti di tempo più tardi che agli equinozj, poichè ci vuole il tempo di 20' per correre 50" di grado. Queſto ritorno è ciò che ſi chiama l' *anno ſidereo*, e la ſua durata è di $365^g\ 6^h\ 9'\ 11''$; quando il ritorno delle ſtagioni, che ſi chiama anche l' *anno tropico*, non è che di $365^g\ 5^h\ 48'\ 45''\ \frac{1}{2}$; per formare l' anno civile ſi adopra queſt' anno tropico, e ſi anno gli anni di 365 giorni, talvolta di 366.

Metodo delle altezze corriſpondenti.

322. Poichè le differenze d' aſcenſione retta ſono il fondamento del metodo, col quale abbiamo determinato i luoghi del ſole, e delle ſtelle fiſſe (316), egli è neceſſario di ſpiegar qui il metodo il più naturale ed il più eſatto che ſi abbia per determinare queſte differenze d' aſcenſione retta, o ſia i paſſaggi per il meridiano di due aſtri, che vuol dire, il momento, in cui ciaſcun dei due aſtri è paſſato per il meridiano. Si è veduto all' occaſione del metodo di diſegnar una meridiana (155), che gli aſtri ſono egualmente elevati un' ora avanti che paſſino per il meridiano, come un' ora dopo. Perciò per aver rigoroſamente il tempo,

po, in cui un astro è passato per il meridiano, basta osservare col mezzo d'un orologio a pendulo, il momento, in cui s'è trovato ad una certa altezza verso levante ascendendo e avanti che passi per il meridiano, ed osservar dopo, il momento in cui si trova alla medesima altezza discendendo verso ponente, dopo il suo passaggio per il meridiano: il mezzo tra questi due istanti dell' orologio, sarà il tempo che l' orologio mostrava, quando l' astro fu nel meridiano.

323. Supponiamo, che il lembo del sole sia stato osservato alla mattina col quadrante che or ora si descriverà, e che siasi trovata la sua altezza di 21°, l' orologio mostrando 8^h 50′ 10″; supponiamo che molte ore dopo, il sole essendo passato per il meridiano, si ritrovi ancora la sua altezza di 21° verso ponente, nel momento, che l' orologio mostrava 2^h 50′ 30″: bisogna sapere quanto tempo è scorso tra 8^h 50′ 10″ della mattina, e 2^h 50′ 30″ della sera; si prenderà il mezzo di questo intervallo, e questo sarà il momento del mezzodì sull' orologio adoprato, sia che corrispondesse, o no, all' ora del cielo, purchè il suo moto sia regolare.

324. Per prendere il mezzo tra questi due istanti, basta con una regola della più semplice aritmetica sommare insieme questi due numeri, e prender la metà della somma; ma in vece di 2 ore dopo mezzodì bisogna scrivere 14 ore, perchè si suppone, che l' orologio abbia marcato l' ore di seguito nell' ordine naturale da 8 fino 14, quando in fatto, e nell' uso finite le 12, comincia a segnare 1, 2 ec. Questa irregolarità dell' orologio si regola come s'è detto.

Ora, in cui il lembo del sole era a 21°, la mattina,	8^h 50′ 10″
Ora, in cui il lembo era a 21°, nella sera	14 50 30
Somma dei due numeri	23^h 40′ 40″
Metà della somma	11 50 20

Perciò quando il sole era nel meridiano nella maggior altezza, in distanza eguale dalle due altezze eguali osservate, l' orologio mostrava 11^h 50′ 20″, e ritardava 9′ 40″ dal sole. Gli astronomi s'inquietano poco, che i loro orologi avanzino, o ritardino, purchè conoscano esattamente la quantità dell' avanzo, o del ritardo, e la conoscono sempre col metodo precedente. Questa operazione non ha bisogno d'esser dimostrata. Si vede assai, che da 8^h 50′ 10″ fin a 11^h 50′ 20″, vi sono 3^h 0′ 10″ d'intervallo, e che il medesimo intervallo v'è tra 11^h 50 20″, e 2^h 50′ 30″ della sera.

325. Gli astronomi non si contentano ordinariamente, per determinar l'istante del mezzodì, di prender una sola altezza la mattina, ed una la sera: ne prendono 8, 10 la mattina, ed altrettante la sera nel medesimo lembo, superiore, o inferiore del sole, e nei medesimi gradi corrispondenti; paragonano ciascuna altezza della mattina colla corrispondente della sera, e si anno tanti risultati differenti quante sono state le altezze differenti paragonate. Se si avesse operato rigorosamente bene in tutte, si troverebbe per ciascuno lo stesso risultato; ma è raro, che non vi sia

diffe-

differenza d' un ſecondo ; allora ſi prende il mezzo di tutti i riſultati ſommati inſieme, e diviſa la ſomma per il numero d' eſſi , ſe non ve ne ſia alcuno di troppo eſorbitante.

326. La precedente operazione ſuppone , che il ſole abbia deſcritto la mattina e la ſera un ſolo e ſteſſo paralello , che l' arco aſcendente ſia ſtato eguale all' arco diſcendente , cioè che dopo ore 9 della mattina , ſino a 3 ore della ſera , ſia ſtato egualmente diſtante dall' equatore , affinchè il ſuo angolo orario (201) ſia ſtato l' iſteſſo nell' iſteſſa altezza avanti e dopo . Queſta ſuppoſizione per tanto non è rigoroſamente eſatta , perchè il ſole deſcrivendo ogni giorno obliquamente nell' ecclittica un arco d' intorno 1 grado , s' accoſta o s' allontana neceſſariamente dall' equatore, e la quantità talora arriva a 1 minuto di grado per ora.

327. S' è veduto (119) che l' arco diurno del paralello che un aſtro deſcrive nella ſfera obliqua , è tanto maggiore , quanto l' aſtro è più vicino al polo elevato , il ſettentrionale rapporto a noi ; l' iſteſſo è dell' arco *ſemidiurno* , compreſo tra il meridiano e l' orizzonte . Se il ſole tramontando è più vicino al polo che non era levando , l' arco ſemidiurno della ſera è maggiore dell' arco ſemidiurno della mattina , vale a dire , che il tempo dal mezzodì al tramontare fu più lungo di quello dal levare al mezzodì : perciò il vero mezzodì non fu a diſtanza uguale tra il levare è il tramontare , e prendendo il mezzo tra il levare ed il tramontar del ſole , non ſi ha il giuſto momento del mezzodì : tanto ſarebbe ſommare i due archi diſuguali , e prenderne la metà . Se uno dei due numeri foſſe maggior dell' altro di 40″ , la metà della ſomma ſarà maggiore di 20″ del primo numero , e nel riſultato ſi avranno 20″ di troppo ; biſognerebbe dunque levar 20″ (nel caſo che il ſole ſiaſi avvicinato al polo elevato) dalla metà della ſomma , o dal mezzo trovato tra il levare ed il tramontare , per avere il momento del vero mezzodì . Il mezzo preſo tra i due iſtanti è ben in mezzo tra i momenti del levare e del tramontare , ma non già il meridiano , il quale è più vicino al ſole che leva , che al ſole che tramonta in queſto caſo ; il ſole dunque è arrivato al meridiano più preſto , che non ſia giunto al mezzo dei due momenti del levare e del tramontare ; biſogna dunque ſottrarre qualche coſa da queſto mezzo , per aver il momento del vero mezzodì .

328. Quanto s' è detto del levare , e del tramontare del ſole , è da dirſi a proporzione di qualunque altezza per eſempio di 21° ; il tempo , che il ſole impiegherà per paſſare da un paralello all' orizzonte , alto 21° , fino al meridiano , ſarà minore del tempo che impiegherà dopo dal meridiano ad arrivare a queſto paralello a ponente , ſe il ſole s' è accoſtato al polo elevato ; di tanto l' angolo orario della ſera ſarà creſciuto ; biſognerà ſottrarre come ſi è detto qualche coſa dal mezzo tra i due tempi di queſte due altezze eguali . Il contrario poi ſi dovrà fare , ſe il ſole in vece d' accoſtarſi al polo elevato dalla mattina alla ſera , ſe ne ſia ſcoſtato , e biſognerà in vece aggiungere qualche coſa all' iſtante del mezzo per aver quello del mezzodì .

329. Sia P il polo elevato (*fig.* 27) , Z il zenit , S il ſole , H O l' oriz-

orizzonte, A S B C un paralello all'orizzonte, di modo che i punti B ed S sieno all'istessa altezza ; P S sia la distanza del sole dal polo alla mattina, P B la distanza dal polo diventata più piccola alla sera. Nel momento, in cui il sole sarà pervenuto alla sera nel punto B, che suppongo alto 21° come la mattina, l'angolo orario della sera Z P B, cioè la distanza del sole e del suo cerchio orario P B dal meridiano P Z A, sarà maggiore dell'angolo orario della mattina Z P S ; dunque si anno due triangoli Z P S, Z P B, che anno ciascuno il lato comune P Z, e i lati eguali Z S, Z B, ambedue di 69°, essendo complementi di 21°, d'altezza ; i due lati P S, P B differiscono della quantità, cui s'è cambiata la declinazione del sole nell'intervallo delle due altezze ; risolvendo separatamente questi due triangoli, si troveranno differenti i due angoli orarj Z P S, Z P B; la metà della loro differenza, ridotta in tempo a ragione di 15° per ora, sarà la correzione da farsi al tempo del mezzo tra le due altezze eguali, per aver il vero istante del mezzodì.

330. Per esempio, nel principio di Marzo, tempo in cui il sole cangia declinazione 22′ 53″ per giorno, se si prendono delle altezze a 9 ore della mattina, e a 3 ore della sera, si troveranno 20″ da levare dall'ora trovata coll'altezze corrispondenti. Vi sono delle formole per trovare questa *equazione del mezzodì* senza risolvere i due triangoli ; ma basta aver indicato il metodo più facile da comprendere.

Descrizione del quadrante mobile.

331. Il principale istromento d'astronomia che serve per le altezze corrispondenti delle quali abbiamo parlato, è il *quadrante mobile :* questo tra tutti i nostri istromenti è quello, il cui uso è il più antico, il più generale, il più indispensabile, il più comodo : perciò ne darò la descrizione: già s'è veduto la maniera di concepir l'uso del quadrante per misurare le altezze (23). Ora resta solo di descrivere in dettaglio l'istromento condotto alla sua ultima perfezione.

Suppongo un quadrante di 3 piedi di raggio C B A (fig. 33 Tav. III.): il lembo, che forma la circonferenza A D B è legato con il centro C per via di tre verghe di ferro C A, C D, C B, larghe due pollici, fortificate ciascuna per di dietro da un regolo in taglio, che loro impedisce di piegarsi. Verso il centro di gravità X della massa intiera del quadrante, è fissato un asse, o cilindro grosso due pollici, lungo sei, perpendicolare al piano dell'istromento; questo cilindro entra in un tubo, o cilindro vuoto E rappresentato seperatamente in E E (*fig.* 37); questo pezzo, che si chiama il *ginocchio*, è composto non solo d'un tubo orizzontale E, ma d'un altro cilindro *e*, che porta il tubo d'un pezzo solo di getto, e fuso col tubo istesso, che si pone verticalmente in *n* sul piede dell'istromento che si vede di sotto, sul quale gira liberamente. Per impedire, che il quadrante non si muova fuori di luogo dietro il cannone E (fig. 33) si pone una placa di ferro, che copre tutto, e che viene fermata da una forte

vite,

vite; che penetra nell'aſſe del quadrante e che gira coll'aſſe iſteſſo ſolamente, impedendoli d'uſcire dal canale.

Il *doppio ginocchio* rappreſentato in T S V (fig. 37.) non ſerve, ſe non nei caſi, nei quali ſi voglia porre il quadrante orizzontalmente o inclinarlo all'orizzonte, per prender degli angoli ſul terreno.

Vi ſono delle viti di preſſione ſopra il canale orizzontale E, ed a fianco del canale verticale F, come ſi vede nella Figura, con le quali ſi preme il cannone ſopra il cilindro quando ſi vuol fiſſare il quadrante ad un'altezza data, o in un dato verticale; ed impedirli di girare.

332. Verſo uno de' raggi C B del quadrante ſi fiſſa un cannocchiale M G; ſerve queſto di traguardo, e fu un'importante ſcoperta, che fece l'Abbate Picard nel 1667. Queſto cannocchiale paſſa in un tubo d'ottone in G fiſſato con delle ſponde, ove per mezzo di forti viti reſta attaccato fermamente al corpo dell'iſtromento. All'altra eſtremità M ſta la caſſetta del micrometro, fiſſata anche eſſa per li ſuoi ſporti. Riſpetto al tubo del cannocchiale, che s'eſtende da M in G non importa di qual maniera ſia fatto, perchè non ſerve ſe non a dar dell'oſcurità al cannocchiale: ma la poſizione dei due pezzi G, M, che portano le lenti del cannocchiale, è eſſenziale, perchè la loro ſolidità aſſicura l'aſſe ottico del cannocchiale medeſimo, che deve eſſere eſattamente paralello al piano dell'iſtromento, e al primo raggio che paſſa per il punto B di 90°.

333. Nel centro C dell'iſtromento ſta un cilindro d'ottone, eſattamente torniro, che nel ſuo centro deve avere un delicatiſſimo e finiſſimo punto. In queſto punto ſi mette la punta d'un ago, in cui ſi fa paſſare l'*aſola* del *filo* a piombo. Queſto pezzo ſi vede ſeparatamente nella *fig.* 34, col cilindro A A; e l'ago poſto nel centro, portato da un pezzo d'acciajo *a* curvato, e traſorato a traverſo il quale paſſa l'ago per penetrare nel centro del cilindro. Quando l'ago è ben poſto ſi ſerra bene con una vite che ſi vede ſopra di *a*, intorno l'ago *a* ſi fa un'aſola, o bucola, con un capello o fil d'argento finiſſimo. A queſta bucola poſta in faccia del cilindro ſi ſoſpende il filo a piombo, caricato d'un peſo come ſi vede in *q* (*fig.* 33); queſto filo ſulla diviſione del lembo moſtra il grado di altezza, a cui è diretro il cannocchiale M G.

L'eſtremità del cilindro A A (fig. 34) che porta il punto di centro, e la punta d'ago, deve eſſere un poco rotondata, o conveſſa, perchè il filo non abbia mai a provare reſiſtenza, o ſregamento. In vece dell'ago *a* ſi può porre una vite, che termina in una punta finiſſima, e che giri nel pezzo *a*, come in una ſpezie di ponte.

334. Intorno del cilindro, che porta il centro del quadrante, ſi mette una laſtra d'ottone più larga, rotonda, e fiſſata ſul corpo dell'iſtromento. Su queſto pezzo è ſoſpeſo il *guarda piombo* C H (*fig.* 33); è queſta una caſſettina lunga d'ottone, ſottile, ſoſtenuta verſo il centro, intorno il quale gira liberamente, per metterſi ſempre a piombo, e contenere e difender dal vento il filo a piombo, o capello, che pende dal centro, per moſtrare i gradi. Queſto guarda-piombo ha una lunga porta, che ſi chiude con due uncini, per garantire meglio il filo dall'agitazione dell'aria;

ve-

vedeſi aperta a ſiniſtra. Nella parte inferiore H, tiene una caſſetta più larga, nella quale alcuni aſtronomi pongono un vaſo d'acqua, in cui s' immerge il piombo, affine che la reſiſtenza dell'acqua tolga, o abbrevj le oſcillazioni. Queſta caſſetta inferiore ha una porta, o feneſtra Z, in cui ſta attaccata una lente, o microſcopio, e una lampana con due miccie; la lampana ſerve ad illuminare il lembo, e il filo a piombo, per vedere ſu qual grado caſca; il microſcopio ſerve a ingroſſare i punti, per metter facilmente ed eſattamente il filo del quadrante ſul punto che ſi vuole.

335. L' *aſta di richiamo* L K I ſi adopra per far girare il quadrante, e mettere il filo ſul punto del lembo, che ſi vuole; ſi vede rappreſentata ſeparatamente in I L (*fig.* 35 36, che ne ſanno una ſola) con tutte le ſue parti; e biſogna ſupporre che la parte L (*fig.* 35) ſta collocata in continuazione della parte I (*fig.* 36) La riga o aſta interna ha tre piedi di lunghezza, ed è inſerita per li due capi nelle buſſole di ottone I, L. Quando queſt'aſta è fiſſata a un dato ſito in I, (*fig.* 33) per mezzo della vite *c*, che non la laſcia ſcorrere nel braccio I, fiſſato anch'eſſo all'albero dell'iſtrumento, l'eſtremità inferiore ſerve di punto d' appoggio: allora girando nella parte ſuperiore la vite femmina in B, ſi fa muovere la buſſola L (fiſſata per una maſcella o morſa *r* dietro il quadrante al regolo del lembo per via d'un cavicchio che traverſa la morſa, ed il regolo) facendo muover così la buſſola L, ſi fa avanzare il quadrante giù per l'aſta.

336. La maniera, con cui la vite femmina è tenuta ſulla buſſola L, ſi vede nella *fig.* 35. Queſta buſſola è ſcavata in alto; e nella baſe ſuperiore è fatta una ſcannellatura, in cui gira la vite, ritenuta per mezzo d'un colletto, o ſolamente per eſſer ritorta dentro, e di ſotto. Queſta vite, che neceſſariamente tiene alla buſſola, avanza quando ſi gira ſul maſchio vite B, che è all'eſtremità dell'aſta, eſſendo queſta fiſſa nell'eſtremità inferiore; La vite così fa avanzare il quadrante, obbligato a ſeguire la buſſola L, fiſſata per la parte *r* ſull'iſtromento. Così ſi opera per dare un più lungo tratto di moto all'iſtrumento.

337. Per li piccioli moti, ben fermato tutto alla parte ſuperiore B, ſi fa muover la parte inferiore. Perciò all'eſtremità inferiore I dell'aſta ſi applica un moto ſimile affine che l'oſſervatore occupato a guardare il filo a piombo in *q*, poſſa far girare il quadrante per poco ſpazio, volendo porre il filo eſattamente ſu quel punto della diviſione che più s'avvicina all'altezza dell'aſtro che ſi vuol oſſervare. A tal fine la buſſola I (*fig.* 36) è fiſſata ed unita ad una zanca, o pezzo di ferro angolato *f*, che paſſa in un' altra buſſola *g*; e che ſi termina in una vite *m* maſchio e femmina, che gira, e perciò fa avanzare la verga; poichè girando la vite madre *m* da una parte, ſi fa avanzare il braccio o la verga *f* colla buſſola I, in cui è ben ſerrata l' aſta colla vite *c*: con ciò ſi muove tutto il quadrante.

338. Il piede O N del quadrante è un albero di ferro, groſſo 2 pollici, lungo 3 piedi e mezzo, che termina in quadrato al baſſo; paſſando

per le traverſe del piede P P, e fermato di ſotto colla chiave Q; queſta chiave ſi ſerra a colpi di martello quando l' albero è paſſato di ſopra per li contraforti R R, ciò che fa che ſi ſtringa ad eſſi, e formi un' unione ferma ed invariabile tra l' arco, e i contraforti R R, e le traverſe P P.

339. Per livellare l' iſtromento s' impiegano le quattro viti all' eſtremità delle traverſe del piede P P, che ſono di ottone d' un pollice di diametro: ſervono a ſoſtentare il piede dell' iſtromento, ad inclinarlo, a render l' albero O N eſattamente verticale, perchè girando l' iſtromento reſti ſempre il ſuo piano verticale, almeno ſenſibilmente. Le quattro viti non terminano in punta, ma in conchette di ferro, che per la maggior baſe ſtanno più ferme.

340. Il cerchio azimutale *p b* ha 6 pollici di diametro: è fiſſato in una canna d' ottone, attaccata nell' albero. Il cannone F del ginocchio deſcritto da principio (E E *e*, *fig.* 37) porta un' alidada, o raggio *k*, che gira con il quadrante ſopra il cerchio azimutale fiſſo, e così moſtra il grado di azimuto, o il punto d' prizzonte, al quale è diretto il piano del quadrante, a cui il raggio deve eſſer paralello.

341. Il lembo A D B del quadrante è la parte più eſſenziale; ha due pollici di larghezza, 4 linee di groſſezza, ed è formato da due lamine, una ſopra l' altra, l' una di ferro di ſotto, l' altra di ſopra di ottone; e queſta, in cui devono eſſer le diviſioni, deve eſſer ben liſcia, e pulita, affine che tutte le ſue parti ſi trovino in un ſolo e iſteſſo piano col centro. Per pervenire a queſta operazione difficile, biſogna far girare una riga ben retta intorno un aſſe ben diſpoſto, e vedere ſe l' eſtremità della riga ſi trova ſempre egualmente vicina al lembo in tutti i ſuoi punti. Per conoſcere, ſe il lembo d' un iſtromento è in un ſolo e ſteſſo piano, poſtolo orizzontale ſi può circondare con un canale d' acqua, che parte dal centro e tocca la circonferenza: in queſt' acqua, che è ſempre orizzontale, ſi fa nuotare una barchetta, che per albero porta un fil di ferro incurvato, che toccando quaſi tanto il centro, che il lembo, colla ſua diſtanza in diverſi punti indica, ſe tutti ſono nell' iſteſſo piano orizzontale: queſto è anche il modo di livellare le grandi meridiane.

342. Le diviſioni più ordinarie del lembo conſiſtono in finiſſimi punti, ſegnati di 10 in 10 minuti, ma che nella figura non ſono che di 2 in 2 gradi. Il filo del micrometro M, ſuppliſce per li minuti intermedj. Quando non ſi ha micrometro, ſi divide il lembo in minuti per via di *traſverſali* come nella *fig.* 38. *Tav.* II. l' arco A B, e l' arco C D, eſſendo ciaſcuno di 10 minuti, e la linea A C diviſa in 10 parti uguali tirando una traſverſale A D, con 10 cerchi concentrici nell' intervallo A C, il filo a piombo A C, moſtrerà un minuto, 6 minuti ec. ſecondo che caſcherà ſulla prima interſezione *a*, o ſulla ſeſta *f*.

343. In Inghilterra i quadranti ſi tengono fermi, e in vece del quadrante, ſi fa girare l' alidada, o il cannocchiale, come nel quadrante murale, fiſſo nel muro. Allora baſta un filo a piombo (ſull' ultimo punto della diviſione, paralello al raggio verticale di 90°; talora in vece di piom-

piombo s'adopra un livello, che è ancora più comodo, purchè sia ben fatto. In un tal quadrante bisogna impiegar la divisione del *Nonio*, o sia del *Verniero*.

344. Questa divisione fu immaginata nel 1631 ad imitazione d'un'altra divisione insegnata dal Nonio nel 1542. L'autore ne fu *Pietro Vernier*, di cui si dà il nome a questa parte de' nostri istromenti: è il Verniero un'alidada, o pezzo di ottone AB (*fig.* 39), che scorre sul lembo del quadrante, e di cui le divisioni in numeri pari corrispondono a un numero impari della divisione del lembo: se il Verniero è diviso in 20 parti uguali, si porrà sotto una porzione di parti 21 nel quadrante; e con ciò dividerà ciascuna di queste in 20 parti. Di fatto, se si avanza l'alidada d'un ventesimo della divisione, si vedrà concorrer la seconda divisione del Verniero con una divisione del lembo; e se sia la terza che concorre, sarà segno, che l'alidada è avanzata di 2 parti, o di 2 ventesimi della divisione.

Della misura del Tempo.

345. Il sole, come quello che è il più illustre oggetto dell'universo, è stato preso in tutti i secoli, e appresso tutti i popoli del mondo, per la misura naturale del tempo. I giorni marcati dalle sue apparizioni, sono state le prime porzioni di tempo che sensi contate; in seguito i mesi lunari, in fine gli anni solari anno servito a contare i tempi rimoti, come le ore sono state introdotte per suddividere i giorni, ed esprimere piccoli intervalli di tempo.

Tutti questi intervalli sono supposti prima uguali tra loro: le 24 ore del giorno sono 24 intervalli uguali, le ore d'oggi devono esser eguali a quelle di jeri, e il moto diurno del Sole intorno la terra, che si divide in 24 parti uguali, deve esser supposto uniforme per formare tutti i giorni 24 parti uguali, ciascuna delle quali corrisponde a 15° dell'equatore, o d'un angolo pari al polo (202). Questo cambiamento diurno è prodotto, come si farà vedere qui dopo, dalla rotazione della terra intorno il suo asse, rotazione supposta uniforme, perchè non s'è ancora scoperto fenomeno, che possa dinotare qualche inegualità, e si suppone egualissima, tanto per il tempo in cui siamo, che per li secoli passati.

346. Il sole col suo moto proprio da occidente in oriente avanza tutti i giorni in circa un grado, o 59′ 8″, rispetto alle stelle fisse (61. 307): perciò quando una stella, che era passata per il meridiano con il sole, sembra aver fatto il giro del cielo, ed esser ritornata al meridiano il giorno seguente, il sole non v'è ancora giunto per esser rimasto addietro un grado verso levante; e perchè ricerca 4 minuti di tempo per percorrere un grado di moto diurno (202), il sole passerà per il meridiano 4′ più tardi che la stella, o la stella 4′ più presto del sole: il sole essendo il principale, si contano le 24^h con esso; e perciò si dirà, che le stelle ritornano all'istesso meridiano in 23^h 56′. Gli orologi a pendolo, per compendio detti *Pendoli*, usati nella società, e regolati sul moto me-

dio del sole, marcano le ore solari medie, che vuol dire, a capo d'un anno si trovano d'accordo con il sole, come lo erano al principio; e in ogni giorno mostrano 23^h 56′ per l'intervallo tra due prossimi passagi d'una stella per il meridiano. Gli astronomi per lo più regolano i loro penduli in questo modo, per indicare presso poco l'ora che è, per gli usi della società, e dare presso poco il tempo vero delle differenti osservazioni che anno da fare. E pure le stelle essendo fisse intanto che il sole sembra avanzare ogni giorno d'un grado, più o meno, il ritorno d'una stella al meridiano sarebbe una misura più fissa, e più uguale che il ritorno del sole: il ritorno della stella indica l'intiero moto della sfera, e la rotazion completa della terra: perciò qualche astronomo celebre, come il Sig. de l'Isle, il Sig. de la Caille, regolavano i loro orologi sulle stelle, e per ciò li facevano avanzare di 4′ ogni giorno sopra il sole. Trovavano in ciò un vantaggio, ed è, che quando era scorsa un'ora su questo orologio, era sicuro, che erano passati per il meridiano 15° della sfera stellata: così si anno le differenze d'ascensione retta tra gli astri, che s'osservano, convertendo a ragion di 15° per ora, i tempi osservati tra i loro passaggi. Chiamasi questo il *tempo del primo mobile*, di cui un'ora, fa sempre 15° del cielo, che si chiamava il *Primo Mobile*.

347. Le ore solari sono più lunghe dell'ore del primo mobile: perchè il sole impiega 4′ di più, che una stella, a ritornare al meridiano. Parliamo prima dell'ore solari medie, cioè di quella che il sole indica facendo astrazione dalle disugualità del suo moto (308): parleremo poi delle ore solari vere (362).

348. Le 24 ore del sole corrispondono a 360° 59′ 8″, poichè in questo intervallo ritorna al meridiano non solo la stella, che compie 360°, ma il sole istesso che era indietro 59′ 8″. Un orologio regolato a questo modo non indica più 15° per ora, ma 15° 2′ 8″ che è la vigesima quarta parte di 360° 59′ 8″, e così dell'altre parti del tempo: questo è ciò, che si chiama *convertir le ore solari medie in gradi*; Inserviente a questo oggetto si trova una tavola nella *Connoissance des temps* di ciascun anno, ed è di un uso continuo per gli astronomi, gli orologi de' quali seguono le ore solari medie; perchè osservano la differenza d'ascensione retta da un astro all'altro prendendo per ciascun' ora del loro orologio 15° 2′ 8″ della sfera stellata.

349. Gli orologi regolati sull'ore del primo mobile, che seguono il moto diurno delle stelle, o la vera rotazione della terra (346) avanzano ogni giorno di 3′ 56″, al mezzodì medio, sul moto medio del sole, e non marcano mai l'ora del sole se non nel giorno dell'equinozio. V'è un vantaggio in questo metodo di regolare un orologio; le stelle passano ogni giorno all'istessa ora per il meridiano, in luogo che sugli orologi regolati al sole ritardano ogni giorno 3′ 56″: e ciò procura una gran facilità per quelli che osservano molte stelle, di vedere in un'occhiata sull'orologio l'ascensione retta della stella che sta per passare; ma vi è anche un inconveniente, di dover fare una regola del tre per sapere

pere il tempo vero d'ogni osservazione, e per prepararsi ad osservare il passaggio del sole, e d'ogni pianeta per il meridiano.

350. L'*accelerazione diurna delle stelle fisse* è la quantità, per cui una stella precede ogni giorno il sole, contata in tempo solare medio, nell'istante che la stella passa per il meridiano; la quantità, che manca al passaggio del Sole per il meridiano, o per iscorrere 59′ 8″, che rimane addietro a levante rapporto alla stella, in 24 ore solari medie; quest'accelerazione si trova facendo questa proporzione: 360°, 59′ 8″ $\frac{1}{5}$ sono a 24^h, come 360° a 23^h 56′ 4″, 098 (maniera di scrivere le decimali de'secondi) tempo, che la stella impiega a scorrere 360°. Per andare a 24^h vi vogliono 3′ 55″, 902, e questa è l'accelerazione delle stelle. Li 59′ 8″ impiegati per il moto diurno del sole sono di 0″, 1264 meno del moto diurno, che s'impiega nelle tavole astronomiche di 59′ 8″, 3305, rapporto agli equinozj; perchè nel calcolo dell'accelerazione si adopra il moto rapporto alle stelle, che è minore, essendo solo la differenza tra il moto del sole, e quello delle stelle (320).

351. L'orologio regolato sulle stelle fisse, o sul primo mobile, marca sempre 0^h 0′ 0″ nel momento che l'equinozio passa per il meridiano, e mostra sempre l'ascension retta del *punto culminante* (177) ridotta in tempo a ragione di 15° per ora: perciò nel momento che il sole è sul meridiano, l'orologio delle stelle mostra l'ascensione retta del sole in tempo, e per sapere qual ora mostrerà ciascun giorno a mezzodì, basta convertire in tempo l'ascension retta del sole per quel giorno. Nella *Connoissance des temps* si trova ogni anno una colonna col titolo, *distanza dell'equinozio dal sole*, che non è se non il complemento a 24 ore dell'ascension retta del sole. Per quelli dunque che avranno questo libro alla mano, basterà prender ciascun giorno il complemento a 24 ore della detta distanza dell'equinozio dal sole, e sarà questa l'ora dell'orologio a mezzodì. Così, il primo di Gennajo, la distanza dell'equinozio è 5^h 11′ (233), il complemento è 18^h 49′; questa è l'ora, che l'orologio deve mostrare a mezzodì, o piuttosto nell'uso comune 6^h 49′.

352. Le ore solari vere differiscono pure dalle ore solari medie; ma la differenza non va mai oltre li 30 secondi; se ne parlerà dopo di avere spiegato la differenza che passa tra il tempo medio ed il tempo vero (362).

Trovare il tempo vero d'un' osservazione.

353. Trovata l'ora del mezzodì per via dell'altezze corrispondenti del sole (322), si avrà facilmente l'ora vera d'ogni altra osservazione. Suppongo, che con tal metodo siasi trovato, che al primo Gennajo un orologio a mezzodì mostrasse 0^h 3′ 57″, e che ai 2 mostrasse a mezzodì pure 0^h 4′ 45″, vale a dire, 48″ di più che il giorno avanti: si vede, che l'orologio avanzava sopra il sole 48″ per giorno, facendo 24^h e 48″, mentre doveva fare 24^h giuste rispetto al tempo vero. Supponiamo ora,

che

che ſiaſi oſſervato la ſera un fenomeno celeſte, per eſempio, il principio d'un'eccliſſe, mentre l'orologio moſtrava 9^h 30′ 57″: ſi cerca, qual ſia il tempo vero, che corriſponde a queſt'ora dell'orologio. Si prende toſto, ſottraendo, la differenza tra 0^h 3′ 57″, e 9^h 30′ 57″, e ſi trova che l' eccliſſe cominciò 9^h 27′ dopo il mezzodì dell'orologio. Ma perchè l' orologio avanza 48″ per giorno, ſi farà queſta regola del tre: 24^h 0′ 48″ ſono a 48″, come 9^h 27′ 0″, intervallo tra l' ora dell' oſſervazione e il mezzodì dell' orologio, ſono a 19″, che è la quantità di cui l' orologio dovette avanzare tra il mezzodì e l'oſſervazione. Si aggiungeranno queſti 19″ a 0^h 3′ 57″, ora del mezzodì nell'orologio, perchè va avanzando, e ſi avrà 0^h 4′ 16″, quantità per cui l'orologio avanzava all'ora dell'oſſervazione; e tanto conviene ſottrarre dall' ora, che moſtrava al momento dell' oſſervazione, che era 9^h 30′ 57″; reſta 9^h 26′ 41″, per il tempo vero cercato.

354. Egli è indifferente per gli aſtronomi, che l' orologio ſia d' accordo, o no, coll'ora del ſole, che le ore ſieno più lunghe, o più corte; col metodo indicato ſi trova in ogni caſo la quantità, per cui l' orologio avanza, o ritarda, al momento dell' oſſervazione, nè gli aſtronomi cercano altro. Quel che ſi ſuppone neceſſariamente in queſto calcolo, è l' uniformità del moto dell'orologio: ſe in 24 ore avanza 48″, biſogna che in 12 ore avanzi 24″, ſenza di che non vi ſarebbe uniformità e il ſuo moto non potrebbe ſervire per miſurare il moto diurno degli aſtri, che è uniforme, o almeno ſuppoſto tale (345).

Dell'equazione del tempo.

355. Sin ora s'è parlato del tempo vero, o del tempo apparente, che noi oſſerviamo per via dell' altezze corriſpondenti, del tempo marcato dal ſole ſulle meridiane, e ſu gli orologi ſolari, che s' impiega nei differenti uſi della ſocietà non meno, che in aſtronomia. S'è ſuppoſto, che il ſole ritorna al meridiano a capo di 24^h, e che impiega l'iſteſſo tempo da un mezzodì al ſeguente, e da queſto al terzo; gli aſtronomi antichi per gran tempo dovettero così ſupporre. Ma oſſervando meglio ſi rimarcò, che il ſole non aveva moto uniforme (308), e che il tempo vero miſurato da queſto moto ineguale non poteva eſſere regolare ed eguale. Però il ſole a parlar propriamente non è una giuſta miſura del tempo, e l' ora che moſtra, non può ſervire a miſurare una coſa, di cui l' eſſenza è l' egualità. Non oſtante perchè il tempo vero ha il vantaggio di poter eſſere oſſervato ad ogni momento, s'adopra per trovar poi un *tempo medio*, ed uniforme per li calcoli.

356. Il tempo medio, o uguale, è quello che ad ogni iſtante moſtrerebbe un orologio aſſolutamente perfetto, che nel corſo d' un anno continuaſſe a muoverſi ſenza alcuna inegualità, moſtrando mezzodì il primo e l' ultimo giorno dell' anno nel momento che il ſole ſi trova nel meridiano. Tale orologio non ha potuto egualmente moſtrare mezzodì col ſole negli altri giorni, poichè per ciò il ſole dovrebbe aver avuto tutti i giorni l'

iſteſſa

iſteſſa velocità, il che non è (308); quando il ſole parte dal meridiano, e vi ritorna il giorno ſeguente, ha deſcritto 360° in apparenza, ma realmente ha percorſo non ſolo i 360°, che fanno una rivoluzione intiera del cielo ſtellato, ma ancora un grado di più, per cui nell' intervallo da un mezzodì all' altro, è rimaſo indietro dalle ſtelle fiſſe (61 346).

357. Affine che i ritorni del ſole al meridiano foſſero uguali, biſognerebbe, che queſto moto proprio del ſole verſo levante, foſſe ogni giorno della ſteſſa quantità, cioè di 59′ 8″; ma a cauſa dell' inegualità, di cui s' è parlato, ſuccede che al principio di Luglio il ſole non fa che 57′ 12″ per giorno verſo l'oriente, ed al principio di Gennajo ne fa 61′ 11″, che vuol dire 4′ di più che nel meſe di Luglio, lungo l' ecclittica di moto proprio. Tal è la prima cauſa, che rende i giorni diſuguali; ſi contano ſempre 24 ore da un mezzodì all' altro; ma queſte 24 ore ſono più lunghe, quando il ſole ha da fare 61′ 11″, che quando ha da fare ſolo 57′ 11′ a levante, perchè biſogna che ſcorra 4′ di più di moto diurno avanti d' arrivare al meridiano.

358. A queſta prima ſorgente, che dipende dall' inegualità del moto ſolare nell' ecclittica, ſe ne aggiunge un' altra, che dipende dalla poſizione dell' ecclittica: non baſta, che il moto proprio del ſole nell' ecclittica foſſe uguale, per render uguali i giorni; biſogna, che queſto moto ſia uguale rapporto all' equatore, e al meridiano, ove s' oſſerva.

359. Sia O il ſole (fig. 21), SB il meridiano, a cui deve arrivare il ſole quando il punto O ſarà avanzato, e il punto Q dell' equatore giunto al punto A del meridiano, eſſendo OQ un cerchio orario che al mezzodì ſi confonde col meridiano SA: qualunque ſia la lunghezza dell' arco SO dell' ecclittica; queſt' arco non impiegherà a paſſare, ſe non il tempo miſurato dall' arco AQ dell' equatore, per eſempio ſe l' arco AQ è d' un grado, l' arco SO, grande, o piccolo, ſtarà 4′ minuti a traverſare il meridiano; ora la ſua poſizione obliqua, o inclinata, può render la ſua lunghezza OS maggiore o minore di quella dell' arco AQ; la ſua diſtanza ancora dall' equatore può fare che l' arco OS ſia minore dell' arco AQ, per eſſer compreſo tra due cerchi di declinazione SA, ed OQ, che vanno ad unirſi nel polo, avendo minor diſtanza verſo O che verſo Q; comunque ſia, il ſolo arco AQ dell' equatore regola il tempo impiegato dal ſole per andare dal punto O, fino al meridiano SAB.

360. Per combinar inſieme queſte due cauſe, che rendono diſuguali i ritorni del ſole al meridiano, fingiamo un ſole medio ed uniforme, che giri di moto proprio nell' equatore, e faccia ogni giorno di moto diurno 59′ 8″ oltre li 360° nell' iſteſſo tempo, che il ſole effettivamente fa il ſuo cerchio col ſuo moto proprio nello ſpazio d' un anno, e parta dall' equinozio di primavera nel momento, che la longitudine media del ſole è nulla; ogni volta che queſto ſole medio arriverà al meridiano, ſi dirà che è mezzodì medio, e ſe il vero ſole ſi trova più o meno avanzato; allora la differenza ſi chiamerà *equazione del tempo*.

361. L' aſcenſione retta media del ſole è marcata dal luogo di queſto ſole medio, che gira uniformemente nell' equatore; l' aſcenſion retta vera

del

del ſole, quella cioè, che è marcata dal cerchio di declinazione, che paſſa per il luogo vero del ſole, per le due cagioni precedenti può differire dalla media di 4 gradi, e il ſole vero può paſſare un quarto d'ora più preſto, o più tardi, del ſole medio; l'equazion del tempo va ſino a 0^h 16' 10", in circa, al primo di Novembre. Segue da queſti principj, che la differenza tra l'aſcenſione retta media del ſole, e l'aſcenſione retta vera, convertita in tempo, dà l'equazione del tempo. Ma l'aſcenſion retta media è l'iſteſſa, che la longitudine media; perchè l'una e l'altra principia e finiſce nell'equinozio, l'una e l'altra è proporzionale al tempo, e creſce ogni giorno di 59' 8", perciò l'*equazione del tempo è la differenza tra la longitudine media, e l'aſcenſione retta vera del ſole, convertita in tempo*. Ma in pratica queſta differenza non ſi può trovare, che per una doppia operazione, e per due principj (357 358); perciò ha due parti; la prima è la differenza tra la longitudine media e la vera, o ſia l'equazion dell'orbita (308 497) convertita in tempo; la ſeconda è la differenza tra la longitudine vera, e l'aſcenſione retta vera, convertita pur in tempo. In tutte le tavole del ſole ſi trovano tavole dell'una, e dell'altra parte.

362. La prima parte, che ha per argomento l'*anomalia del ſole*, o ſia la ſua diſtanza dall'apogeo, va ſino a 7' 42" di tempo, quando il ſole è nelle ſue diſtanze medie, a 3, e 9 ſegni d'anomalia media; queſta parte è ogn'anno la ſteſſa, perchè l'equazion del centro è ſempre di 1° 55' 31", 6; ma il tempo dell'anno in cui cade, non è ſempre l'iſteſſo, perchè il ſole arriva ogn'anno un poco più tardi al ſuo apogeo, a cagion del moto progreſſivo di queſto (514).

La ſeconda parte dell'equazion del tempo, che ha per argomento la longitudine vera del ſole, va ſino a 9' 53", 7, quando il ſole è verſo 46° $\frac{1}{4}$ dagli equinozj. Ma come queſta parte dipende dall'obliquità dell'ecclittica, che a poco a poco diminuiſce, anche eſſa diminuiſce di 0", 014 per ogni ſecondo di diminuzione nell'obliquità dell'ecclittica, ciò che fa 1" di tempo nello ſpazio d'anni 71 incirca: è facile aſſicurarſene calcolando la differenza tra ES, ed EA (*fig.* 21), eſſendo ES 46° $\frac{1}{4}$; poichè queſta differenza è di 2° 28' 24", 8, ſuppoſto l'angolo E di 23° 28' 20", che fa 9' 53", 7 di tempo; ma ſarà minore, ſe l'angolo E ſia minore.

La combinazione di queſte due cauſe d'equazione, che ſi aumentano, o ſi diſtruggono ſcambievolmente, forma l'*equazione del tempo*, che non paſſa mai 16' 12", e che quattro volte all'anno diventa nulla. Queſta equazion del tempo, che varia talvolta di 30" per giorno, fa che le 24 ore ſolari vere differiſcono dalle 24 ore ſolari medie, ora in più, ora in meno; le ore ſolari vere ſono più lunghe alla fine di Dicembre, che alla fine di Marzo, di 2 ſecondi ciaſcuna.

Dei

Del paſſaggio per il meridiano, del levare e del tramontare degli aſtri.

363. Il paſſaggio per il meridiano ſi calcola per la differenza d' aſcenſione retta tra il ſole e la ſtella; ſe queſta differenza è di 15° nel momento, che la ſtella paſſa per il meridiano, la ſtella paſſa a 1 ora: tal è lo ſpirito del metodo generale; ſi aggiunga qualche rifleſſo. Da tutte le aſcenſioni rette, che ſi trovano nel catalogo delle ſtelle eſpreſſe in gradi, minuti e ſecondi, convertite che ſieno in tempo, ſottraendo l' aſcenſion retta del ſole, convertita anche eſſa in tempo, per il giorno dato, ſi avrà l'ora del paſſaggio di ciaſcuna ſtella per quel giorno. S' è veduto in che conſiſte la converſion dei gradi in tempo (202).

364. Sia ♈ (*fig.* 29) l' equinozio di primavera (che io pongo ſempre all' occidente, o ſia a deſtra, in tutte le figure), M una ſtella nel meridiano, ♈ M l' aſcenſion retta della ſtella in M, contata da occidente in oriente, o da deſtra a ſiniſtra, guardando mezzodì; ♈ ☉ l' aſcenſion retta del ſole; M ☉ la loro differenza, o l' aſcenſione retta della ſtella meno quella del ſole; queſta diſtanza M ☉ del ſole dal meridiano, marca ſempre l'ora, o il tempo vero (201); la diſtanza di 15° fa un' ora, di 30° fa due ore ec. La figura fa vedere, che per aver l'ora del paſſaggio al meridiano, baſta ſottrarre l' aſcenſion retta del ſole per quell' iſtante da quella della ſtella. Per evitar le converſioni di tempo in gradi, e di gradi in tempo, gli aſtronomi ſogliono impiegare queſte aſcenſioni rette del ſole, e delle ſtelle, già ridotte in tempo.

365. Si dimanda il paſſaggio della Lira per il meridiano il primo maggio 1760, contato all' aſtronomica, che vuol dire, dopo il mezzodì del primo maggio nello ſpazio di 24 ore. Suppongo l' aſcenſion retta apparente della lira per tal giorno 277° 12' 17", che convertita in tempo è 18^h 28' 49": la diſtanza dell' equinozio dal ſole al mezzodì del primo maggio, cavata dall' efemeridi, o ſia il complemento dell' aſcenſion retta del ſole, è di 21^h 23' 51". Sommo l' aſcenſion retta della Lira colla diſtanza dell' equinozio; la ſomma è di 39^h 53'; levo 24^h, che fanno un giorno, reſta 15^h 53' per l'ora cercata. Queſta prima regola d' approſſimazione potrebbe eſſer difettoſa di 4', ſe la ſtella paſſaſſe a 23^h, per eſſerſi preſa la differenza d' aſcenſion retta per il mezzodì, e non per 23^h ore, che era cambiata; la differenza d' aſcenſione retta dà il tempo vero per il momento, in cui la ſtella paſſa per il meridiano. Queſto cambiamento però non è conſiderabile nello ſpazio di poche ore, ſe non ſia per la luna; in tal caſo baſta rifar il calcolo, per correggere l' errore del primo.

Si fa talora un' idea poco giuſta di queſto calcolo: per eſempio, ſi dice, l' equinozio il primo maggio paſſava per il meridiano a 21^h 24'; la lira 18^h 29' più tardi; dunque paſſava ai 2 Maggio a 15^h 53'. Ciò andrebbe bene, ſe tutti queſti tempi foſſero tempi ſolari veri; ma come queſto tempo ſolare è troppo ineguale in differenti meſi dell' anno, ſi

preferiſce di convertire le aſcenſioni rette in tempo del primo mobile; ed allora non è più eſatto il dire, che l' equinozio paſſava a $21^h\ 24'$, e la lira a $18^h\ 29'$; v'è qualche minuto di differenza; ſi leva ogni imbarazzo calcolando la differenza d' aſcenſione retta per l' ora iſteſſa in cui la ſtella è nel meridiano. E' vero, che allora ſi ſuppone cognita la coſa ſteſſa che ſi cerca, cioè l' ora del paſſaggio; ma ſi ſuppone cognita a preſſo poco, indi ſi cerca eſattamente; per conoſcerla poi a preſſo poco, non è biſogno di queſte cautele, baſtando ſommare la diſtanza dell' equinozio dal ſole coll' aſcenſione retta della ſtella.

366. L'*angolo orario* d' un aſtro è l' angolo nel polo, formato dal meridiano del luogo dell' oſſervatore, e dal cerchio di declinazione che paſſa per l'aſtro; o ſia l' arco d' equatore compreſo tra queſti due cerchi, ed è la diſtanza dell' aſtro dal meridiano. Queſt' angolo orario è eſſenziale nei calcoli aſtronomici, per trovare l'altezza d'un aſtro nel momento dato, il ſuo azimuto, o il ſuo angolo parallattico. Sia QEM l' equatore (*fig.* 30), MCD il meridiano, M il mezzo del cielo, ME l'arco d' equatore, che miſura l'angolo orario, o la diſtanza d'una ſtella dal meridiano, contabile di ſeguito per tutti li 360° da oriente in occidente; ☉♈ è l'aſcenſione retta del ſole, ☉M l' angolo orario del ſole miſurato dal tempo vero dato; ſi ſommino per avere ♈M aſcenſione retta del mezzo del cielo; ſi ſotti l'aſcenſione retta ♈E della ſtella, ſi avrà l'arco ME, miſura dell'angolo orario della ſtella: d'onde riſulta la ſeguente regola: *il tempo vero ridotto in gradi, meno la differenza delle aſcenſioni rette (quella dell'aſtro meno quella del ſole) ſarà l' angolo orario dell' aſtro, contato fino a 24 ore, e da oriente verſo occidente*. Queſto è l' iſteſſo che ſommare l' aſcenſione retta del ſole col tempo vero ridotto in gradi; e ſottrarne l'aſcenſion retta dell'aſtro, per aver l'angolo orario.

367. Quando un pianeta o una ſtella ſi trova preciſamente nell' orizzonte, la ſua diſtanza dal meridiano, o il ſuo angolo orario (366) chiamaſi *arco ſemidiurno*; ed è la prima coſa, che biſogna conoſcere per calcolar l'ora del *levare*, o del *tramontare degli aſtri* (171). Sia HZO (*fig.* 31) la metà del meridiano, HO la metà dell' orizzonte, EQ la metà dell'equatore, P il polo, Z il zenit; L un aſtro nell'orizzonte nel momento del ſuo levare, ZL la ſua diſtanza dal zenit di 90°; intendo la ſua diſtanza apparente; poichè queſta diſtanza dal zenit appariſce creſciuta per la paralaſſi, e diminuita dalla rifrazione; PL è la diſtanza vera dell' aſtro dal polo boreale, che è il complemento della declinazione LA, ſe ſia boreale, ma la ſomma di 90°, e della declinazione, ſe ſia auſtrale (*fig.* 32). L' arco PZ è la diſtanza del polo dal zenit nel luogo, o il complemento della latitudine ZE, o ſia dell' altezza del polo PO. Or, conoſcendoſi i tre lati PL, PZ, ZL, s' inferiſce il valore dell'angolo P colle regole della trigonometria ſferica; e queſt'angolo P, o ZPL, è l'angolo orario dell' aſtro, la ſua diſtanza dal meridiano nel momento che leva, che vuol dire, l'*arco ſemidiurno*. Quando l'arco ſemidiurno del ſole è di 8^h, il ſole leverà a 4^h della mattina. L' iſteſſo deve dirſi dell'ora del tramontare, o dell' arco ſemidiurno della ſera.

Per-

Perciò per calcolare esattamente il levare, o il tramontare del sole, basta avere la sua declinazione per il momento che leva o tramonta; l'altezza di polo col suo complemento è sempre nota; il terzo lato Z L si farà di 90° 32′ $\frac{1}{2}$, perchè la rifrazione orizzontale innalza 32′ $\frac{1}{2}$ (744); la parallassi del sole 8″, 5, si può qui trascurare. Riguardo ai pianeti e le altre stelle fisse, bisogna conoscer l'ora del passaggio per il meridiano (363) non meno, che la declinazione: quando s'è trovato l'arco semidiurno, si aggiunge all'ora del passaggio per il meridiano per aver l'ora del tramontare, si sottra per aver quella del levare.

368. I calcoli dell'eccliffi, ed altre offervazioni, richiedono che si conosca l'altezza d'un astro sopra l'orizzonte per un momento dato. La si trova supponendo cognite le quantità seguenti: 1°. la distanza del polo dal zenit, o il complemento della latitudine del luogo; 2°. La distanza dell'astro dal polo, uguale a 90°, più o meno la declinazione; 3°. L'angolo orario formato nel polo del mondo dal meridiano del luogo e dal cerchio di declinazione che passa per l'astro: quest'angolo orario se sia del sole, dopo mezzodì, è uguale all'ora data convertita a ragion di 15° per ora; ma per la mattina è il complemento di 12^h convertito parimenti in gradi. Per una stella, è l'ascension retta del sole, meno quella della stella sommata col tempo vero ridotto in gradi (366). Bisogna allora risolvere il triangolo P Z S (*fig.* 31), in cui si conoscono due lati P Z, P S, coll'angolo intercetto P, onde si trova il lato Z S opposto all'angolo cognito, il cui complemento a 90° sarà l'altezza S L dell'astro sopra dell'orizzonte.

369. L'angolo formato dal verticale, e dal cerchio di declinazione, che passa per l'astro, si chiama talvolta *angolo parallattico*, perchè serve principalmente a calcolare le parallassi: tal è l'angolo P S Z; e si trova risolvendo il triangolo P Z S cogli stessi dati.

Nell'istesso triangolo P Z S, conoscendo l'angolo orario P, e i due lati adjacenti P Z, P S, si troverà l'angolo P Z S, o l'angolo H Z L, che è l'*azimuto*; esso è uguale all'arco L H dell'orizzonte, compreso tra il punto di mezzodì H (fig. 31. 32), ed il punto L dell'orizzonte, a cui l'astro corrisponde perpendicolarmente.

L'*amplitudine* è l'arco d'orizzonte Q L, compreso tra il vero punto di levante o di ponente Q, ed il punto dove l'astro L leva o tramonta (175); quest'amplitudine si trova come l'azimuto, essendo il complemento a 90° dell'azimuto, o l'avanzo di questo sopra 90°, quando l'azimuto si voglia sempre cominciare dal punto di mezzodì.

Del Sistema del Mondo.

370. La quistione *del moto della terra* è uno degli oggetti, che furono i più discussi tra gli astronomi. E pure non era cosa difficile per dei veri Fisici: ma la pena, che gli ingegni trovano sempre ad alzarsi sopra gli antichi pregiudizj, in seguito lo scrupolo mal inteso de' Teologi, anno

ritardato lungo tempo il progreſſo de' buoni lumi: finalmente da un ſecolo circa non vi fu aſtronomo un poco diſtinto, che ſiaſi oppoſto all'evidenza del *ſiſtema di copernico*: e queſto perciò è quello, ch'io chiamerò il *ſiſtema del mondo*; nè parlerò degli altri, ſe non perchè l'iſtoria dei progreſſi dello ſpirito è ſempre legata coll'iſtoria de' ſuoi errori.

371. Il ſiſtema del mondo, vale a dire, la *coſtituzione*, o la diſtribuzione de' corpi celeſti, abbraccia i pianeti principali, i ſatelliti, e le comete. I pianeti principali ſono, 1° il ſole, o la terra in luogo del ſole nel ſiſtema di copernico; 2° mercurio; 3° venere, 4° marte; 5° giove, 6° ſaturno: i loro particolari elementi, o il dettaglio di ciaſcuno faranno la materia del libro ſeguente: qui non ſi tratta ſe non che della loro generale diſpoſizione. La luna è riputata un ſatellite rapporto alla terra; e come ella ſoffre delle inegualità d'una ſpecie tutto differente, farà ſola la materia del libro IV. la teoria de' ſatelliti di giove, e di ſaturno, ſarà ſpiegata nel libro IX, e quella delle comete nel libro X.

372. Ma avanti di parlare della vera ſituazione dell'orbite planetarie, che per eſſer conoſciuta richiedeva delle oſſervazioni e delle rifleſſioni profonde, parleremo di ciò che v'è di più apparente e più ſemplice da concepire, e prima dell'ipoteſi antica, immaginata per rappreſentare il moto annuo del ſole: è queſto il ſiſtema, ſecondo il quale Tolomeo e molti antichi aſtronomi ſpiegavano la diſpoſizione generale del mondo; paſſeremo in ſeguito al ſiſtema di Copernico, e daremo le prove dei moti reali della terra, di cui importa che il lettore ſia ben convinto avanti di paſſare alla teoria de' pianeti. Il ſiſtema di Ticon-Brahe, poſteriore a quello di Copernico, ſi troverà confutato dalle prove iſteſſe di queſto; finalmente i fenomeni, che riſultano dal moto della terra, verranno naturalmente in ſeguito delle prove di queſto moto.

373. I filoſofi antichi che pochiſſimo conoſcevano le circoſtanze del moto de' pianeti, non avevano mezzi evidenti per conoſcere la vera diſpoſizione delle loro orbite, perciò molto variarono a queſto riguardo. Pitagora ed alcuni de' ſuoi diſcepoli ſuppoſero da principio la terra immobile nel centro del mondo, come ciaſcuno è portato a credere avanti d'aver diſcuſſo le prove del contrario. E' vero, che dopo molti diſcepoli di Pitagora abbandonarono queſto ſentimento, fecero della terra un pianeta, e collocarono il ſole immobile nel centro del mondo. Ma Platone fece rivivere l'immobilità della terra; Eudoſſo, Calippo, Ariſtorele, Archimede, Ipparco, Soſigene, Cicerone, Vitruvio, Plinio, Macrobio, e Tolomeo ſeguirono queſta ſentenza, (*Riccioli Almageſtum* tom. II. pag. 276.). Si può veder in Plinio (l. II. c. 22) e in Cenſorino (de *die natali* c. 13) la maniera, con cui Pitagora applicava gl'intervalli de' toni a quelli delle diſtanze de' pianeti dalla terra.

374. *Tolomeo*, che ſcriſſe intorno l'anno 140. di G. C. o verſo li primi anni dell'Imperator Antonino, è quello che ha dato il nome a queſto ſiſtema, perchè il ſuo *Almageſto* è il ſolo libro dettagliato che ci ſia pervenuto dell'aſtronomia antica: cerca di provare in due capitoli di queſt'opera, che la terra è veramente immobile nel centro del mondo, e met-

e mette gli altri pianeti intorno d'eſſa con queſt'ordine : la luna , mercurio, venere , il ſole, marte, giove, ſaturno . La principal ragione di porre mercurio e venere ſotto il ſole eta di ſeguire in ciò il ſiſtema più antico , e di porre il ſole in mezzo dei pianeti , in oltre di porlo tra i pianeti, che poco ſe ne ſcoſtano , e quelli che talora gli vanno oppoſti. Quanto a queſti tre altri pianeti pensò che dovevano eſſer tanto più vicini a noi, quanto meno durava il loro corſo : queſta legge almeno era indicata dall'eſempio della luna ; che girando molto più preſto del ſole, era manifeſtamente a noi più vicina, poichè sì ſovente ecliſſava il ſole: vedeva anche ſaturno eſſere il meno luminoſo di tutti i pianeti , ciò che lo faceva preſumere il più rimoto , nel mentre che era anche il più lento. Io riduco a queſto le nove ragioni apportate dal P. Riccioli nel ſuo *Almageſtum novum* (T. II. pag. 279) in favor di queſta parte del ſiſtema di Tolomeo . Eſſo è eſpreſſo nella *fig.* 40 ſecondo il Lib. IX. dell'Almageſto di Tolomeo ; ogni pianeta è marcato nella ſua orbita col ſegno che gli conviene (83), e però queſta figura non ha biſogno di ſpiegazione.

375. Platone aveva cangiato qualche coſa nel ſiſtema di Pitagora ; molti autori dicono , che metteva mercurio e venere di là dal ſole ; la ſua ragione, dicono , era , che venere e mercurio non avevano mai ecliſſato il ſole, ciò che doveva ſeccedere ſe queſti pianeti foſſero come la luna più baſſi del ſole . Queſto ſiſtema fu ſoſtenuto da *Teone* nel ſuo commentario dell' Almageſto , poſcia da *Geber* , il ſolo tra gli Arabi che ſi ſia ſcoſtato dal ſiſtema di Tolomeo.

376. I primi oſſervatori rimarcarono certamente che venere non s' allontanava mai dal ſole, che d'in circa 45° ; era però naturale di credere , che ſe giraſſe come il ſole intorno la terra , ſarebbe ſtata ſpeſſiſſimo oppoſta al ſole, o ſia lontana di 180° ; perciò gli Egiziani immaginarono che venere doveva girare intorno del ſole , come in un epiciclo , con che ſpiegavano beniſſimo perchè compariva più , o meno brillante in certi tempi, ſenza mai ceſſare di accompagnar il ſole, e lo ſteſſo era di mercurio . Macrobio racconta con elogio queſto ſentimento degli antichi Egiziani, (*Somn. Scip. Lib.* I. c. 19.)

377. Cicerone, facendo parlar Scipione ſul ſiſtema del mondo , ſembra dire , che le orbite di venere e di mercurio accompagnano , e ſeguono il ſole ; *hunc ut comites ſequuntur Veneris alter , alter Mercurii curſus* (*Somn. Scip.*) Vitruvio dice formalmente , che mercurio e venere circondano il ſole, e girano intorno il ſuo centro , ciò che produce le loro ſtazioni , e le loro retrogradazioni apparenti (*Archit. lib.* IX. c. 4), di modo che *Vitruvio* ſi può conſiderare come uno degli antichi , che anno ſoſtentato il ſiſtema degli Egizj.

378. Marciano Capella , autore che ſi crede aver viſſuto nel V. ſecolo , ſviluppa ancora meglio queſto ſiſtema , e v' è un capitolo eſpreſſo nelle ſue miſcellanee , di cui queſto è il titolo : *quod tellus non ſit centrum omnibus planetis* : ſpiega beniſſimo in queſto capitolo , che le orbite di venere e di mercurio non circondano la terra , ma ſolamente il ſole , ch'

ch' è nel centro de' loro cerchi; che questi pianeti sono ora di là, ora di qua dal sole; che nel primo caso mercurio è meno da noi lontano che venere, nell' altro più. Questo sistema degli Egizj fu il principio delle belle idee di Copernico sul sistema del mondo: indipendentemente dalla prova tratta dalla costante vicinità di venere al sole, vi si trovava il vantaggio di render ragione delle inegualità chiamate *stazioni*, e *retrogradazioni*, senza il mezzo assurdo degli Epicicli. Questo sistema Egizio è rappresentato nella *fig.* 41, quale si è descritto: la terra è posta nel centro della figura, è circondata dalle orbite della luna e del sole; il globo del sole descrivendo la sua orbita è circondato ed accompagnato dalle orbite di mercurio e di venere. Sopra il sole seguono le tre altre orbite situate come nel sistema di Tolomeo (374) disegnate coi caratteri indicati (83).

379. L' ipotesi degli Egizj soddisfaceva all' inegualità più osservabili di mercurio e di venere: riguardo a marte, giove, e saturno, restavano delle strane irregolarità da spiegare, tanto nel sistema di Tolomeo, che nell' Egizio. Ogni volta che questi pianeti s' accostano alla loro congiunzione con il sole, anno un moto proprio (85) veloce e *diretto* (che vuol dir verso oriente); pajono più piccoli, e più lontani. Ma quando sono opposti al sole cioè a 180°, sembrano più grandi, più risplendenti, mostrano di tornar addietro verso occidente, e diventano *retrogradi* (392); Nei tempi intermedj sembrano *stazionarj* cioè immobili in cielo, e d' una mediocre grandezza. Queste inegualità ritornando ogni volta che i pianeti si trovano all' istessa distanza del sole, pareva ad alcuni filosofi, che gli aspetti e i raggi del sole avessero una forza, o influenza da produrre queste inegualità costanti nei pianeti. Era questa la *seconda inegualità*, perchè la prima era simile a quella del sole, e non si discerneva sola se non nell' opposizioni.

380. Perchè il lettore potesse paragonare la semplicità del sistema di Copernico coll'assurda complicazione del sistema di Tolomeo, bisognerebbe esporre l' ipotesi della seconda inegualità secondo Tolomeo, col mezzo d' un epiciclo portato sopra un eccentrico; ma è meglio occuparsi in cose più sode. Basti il dire, che ogni pianeta, essendo in congiunzione col luogo medio del sole, si supponeva partire dalla sommità, o dall' apogeo del suo epiciclo; a scorrere questo epiciclo impiegava tutto il tempo, che s' osserva tra una congiunzion media, e la prossima, vale a dire, il tempo d' una *rivoluzione sinodica* (454), saturno un anno e 13 giorni, secondo gli antichi; giove un anno e 34 giorni; marte due anni e 59 giorni: venere un anno e 219 giorni; mercurio 116 giorni, ed intanto ogni epiciclo percorreva il cerchio chiamato allora *deferente* per tutto il tempo della rivoluzione periodica del pianeta (85. 454) Non parlerò dell' eccezioni a queste regole, nè delle supposizioni che bisognava aggiungervi, per ispiegare il moto degli apsidi; si troverebbe tutto questo da chi ne fosse curioso, nel primo Tomo dell' Almagesto nuovo del P. Riccioli, spiegato con un dettaglio immenso, ed un' estrema esattezza.

381. *Co-*

381. *Copernico*, che preferiva i cerchi concentrici agli eccentrici, ſi ſerviva d'un primo epiciclo per la prima inegualità, e facendo girare il centro d'un ſecondo epiciclo ſulla circonferenza del primo, avrebbe potuto eſprimere la ſeconda inegualità; ma ſi vedrà quanto felicemente abbia attribuita queſt'apparenza al moto della terra.

Tutti i pianeti deſcrivevano i loro epicicli, ſecondo gli antichi, preciſamente nell'intervallo di tempo, che loro occorreva per ritornare in congiunzione col ſole. Perciò la ſeconda inegualità ſembrava dipender dal ſole; e però potè inſpirare l'idea di eſaminare, ſe un occhio poſto nel ſole poteſſe veder le coſe in un ordine più ſemplice; e ſe il ſole non foſſe il vero centro di tutti queſti moti che avevano tanto rapporto con eſſo. Già s'era ricorſo a queſto eſpediente per ſalvare le inegualità di mercurio e di venere; era dunque naturale di ricorrervi per gli altri pianeti.

Del ſiſtema di Copernico.

382. *Copernico* fu moſſo dagli imbarazzi dell'ipoteſi antiche nello ſpiegare la ſeconda inegualità de' pianeti (380) a deſiderare d'immaginarne una, che foſſe meno aſſurda e meno complicata. Nella prefazione del ſuo libro de *Revolutionibus Orbium*, dice, che con queſto penſiero aveva cominciato a leggere tutto ciò che potè trovare a queſto propoſito ne' Filoſofi antichi, per vedere ſe alcuno aveſſe attribuito alle ſfere altri moti, che quelli de' quali ſi parlava tanto nelle ſcuole; ed ecco ciò che trovò di più rimarcabile.

Cicerone dice, che *Niceta* di Siracuſa, per detto di Teofraſto, avea penſato, che il cielo, il ſole, la luna, le ſtelle non giravano ogni giorno intorno della terra, ma che la terra ſola girando ſul ſuo aſſe con grandiſſima velocità faceva parere in moto tutto il reſto. Plutarco dice pure, che *Filolao*, il Pitagorico, avea preteſo, che la terra aveſſe un moto annuo intorno del ſole in un cerchio obliquo, come quello che s'attribuiva al ſole. *Eraclide di Ponto* ed *Ecfanto* Pitagoreo davano un moto alla terra, ma ſolamente intorno il ſuo aſſe, ſimile a quello d'una ruota. *Eraclide* pure cogli altri Pitagorei ſoſteneva che ogni ſtella era un mondo, che aveva, come il noſtro, una terra, un'atmoſfera, e un'eſtenſione immenſa di materia eterea: *Ariſtotele* (*de cœlo* Lib. II. c. 13) dice pure che i Filoſofi d'Italia chiamati Pitagorei, mettevano il fuoco nel mezzo dell'univerſo, e la terra nel numero de' Pianeti, che giravano intorno del ſole come loro centro comune.

383. Diogene Laerzio nella vita di *Filolao* dice, che alcuni attribuivano a lui la prima idea del moto della terra, ed altri l'attribuivano a Niceta. Filolao era ſtato diſcepolo di Pitagora, e viveva intorno 450 anni avanti G. C. A queſte idee ſublimi degli antichi ſi può aggiungere qualche paſſo di *Seneca*, ove in una maniera da gran Filoſofo ſpiega le retrogradazioni dei pianeti: „ſi trovarono dei Filoſofi che ci vennero „a dire, voi v'ingannate, credendo che vi ſieno degli aſtri, che retro-

„gra-

„ gradino, o ſi fermino; tal bizzaria non può aver luogo nei corpi ce-
„ leſti; queſti vanno dove ſono ſtati ſpinti; non ſoſpendono mai il loro
„ corſo, mai non cambiano direzione; perchè dunque ſembrano talora
„ tornar addietro? La cagione n' è il ſole; i loro cerchi ſono poſti in
„ modo da ingannarci in certi tempi nella guiſa, che ſpeſſo ſi crede im-
„ mobile un vaſcello che per tanto va a piene vele „ (*Sen. quæſt. nat.* L. VII. c. 25. 26). Autorità così poſitive diedero della confidenza a Copernico, e gli fecero toſto ammettere il *moto diurno*, o il *moto di rotazione* della terra ſul ſuo aſſe. Queſto ſemplice moto toglieva dalla Fiſica centinaja di moti ciaſcun giorno: baſtava la ſemplicità di queſt' ipoteſi per renderla veriſimile; ed in fatti è una vera dimoſtrazione per ognuno che voglia liberarſi dai pregiudizj dell' infanzia.

384. Realmente quando ſi vede la concavità immenſa del cielo riempita d' una moltitudine di ſtelle, che ſono tutte in diſtanze prodigioſe da noi, di pianeti, che tutti anno dei moti contrarj a queſto moto giornaliero; quando ſi riflette alla piccolezza della terra in confronto di queſte enormi diſtanze; diventa impoſſibile il concepire che tutto ciò poſſa girare d' accordo, con un moto comune, regolare e coſtante in 24 ore di tempo, intorno un atomo tale come la terra. Non ſolamente il moto diurno di tutti gli aſtri in 24 ore intorno della terra è una coſa poco veriſimile, ma oſo dire, che ella è aſſiurda, e che biſogna eſſer acciecati dal pregiudizio o dall' ignoranza, per poter preſtarſi a queſt' idea. Tutti i pianeti che ſono in diſtanze così differenti, e i moti proprj dei quali tanto differiſcono gli uni dagli altri; tutte queſte comete, che ſembrano non avere quaſi veruna raſſomiglianza cogli altri corpi celeſti; tutte queſte ſtelle fiſſe, che i cannocchiali ſanno vedere a millioni in tutte le parti del cielo; tutti queſti corpi, dico, che non anno alcun rapporto gli uni cogli altri, che differiſcono quanto il cielo e la terra, che ſono indipendenti gli uni dagli altri, in diſtanze che l' imaginazione ſtenta a concepire, s' accorderebbero dunque a girare ogni giorno tutti inſieme, e come ſe foſſero inchiodati in una tavola, intorno ad un aſſe, che anche muta di luogo? L' inegualità nel moto di tanti corpi per ogni conto così diſuguali, doveva ſola indicare ai filoſofi che non v' era niente di reale nei moti diurni; e quando ben ſi riflette, prova la rotazione della terra in un modo, che non laſcia verun ſoſpetto, e che non ammette replica. Finalmente dopo che col ſoccorſo dei cannocchiali noi vediamo, ſenza veruna ſpecie d' incertezza, giove ed il ſole girare ſul loro aſſe (970) rieſce ancora più difficile rivocare in dubbio la rotazion della terra, che indubitabilmente è meno groſſa del ſole.

385. Gli antichi erano ſforzati a ſupporre delle ſfere ſolide e traſparenti come il criſtallo, ove incaſſavano tutti gli aſtri, e facevano girare queſte galotte ſferiche, le une dentro l' altre; il P. Riccioli ſteſſo dovette ricorrervi (*Almag. novum* II. 288). Ma dopo che ſi ſono veduti i pianeti accoſtarſi viſibilmente a noi, e poſcia ſcoſtarſene; dopo che ſi ſono vedute delle comete diſcendere fin preſſo la terra, e poſcia riſalire a perdita di viſta, i cieli ſolidi ſono un' aſſurdità dimoſtrata. Diventa dunque egual-

men-

mente aſſurdo il ſupporre, che il ſole intiero poſſa girare ciaſcun giorno tutto inſieme col ſuo ſiſtema compoſto di tante migliaja di pezzi diſtaccati, e in tanti cerchi differenti, quando non ſi voglia applicarvi dell' intelligenze conduttrici, occupate inceſſantemente ad impedire l' effetto delle leggi del moto, ſtabilite per altro in tutta la natura.

386. Il P. Riccioli oppone a tutto queſto i paſſi della ſcrittura, ove è detto che il ſole leva e tramonta (410), propone in ſeguito 77 argomenti contro il moto della terra, e ne confuta 49, che ſuppone poterſi fare in favor del ſiſtema di Copernico.

Tra tutte le prove, che produce contro il moto della terra, le ſole che ſembrano meritar qualche rifleſſo, ſi riducono al ſolo argomento di Tolomeo (Almageſto lib. I.) che Buchanam ha eſpreſſo nei ſeguenti verſi:

Ipſæ etiam volucres, tranantes aera leni
Remigio alarum, celeri vertigine terræ
Abreptas gemerent ſylvas, &c. Sphær. l. I.

„ Gli augelli dell' aria vedrebbero fuggir ſotto i loro piedi la terra, e i „ boſchi, ec.

387. Copernico (l. 1. c. 8), Keplero, Tolomeo iſteſſo avevano già riſpoſto a queſto argomento. E' impoſſibile che i corpi terreni e l' atmosfera della terra da tanto tempo attaccati ad eſſa, girando con eſſa, non abbiano ricevuto un moto comune, un' impreſſione e una direzione comune. La terra gira con tutto ciò che le appartiene, e tutto ſuccede nella terra mobile, come ſe foſſe in quiete. E' da ſtupire, che Ticone, il P. Riccioli, e tutti quelli che anno ripetuto lo ſteſſo argomento ſotto tante forme, non abbiano ſaputo, che quando ſi gioca alle palle o al bigliardo in un vaſcello, che va forte, l' incontro de' corpi ſuccede colla ſteſſa forza tanto in un ſenſo che in un altro, e quando ſi getta una pietra dall' alto dell' albero di un vaſcello in moto, cade direttamente a piè dell' albero come quando il vaſcello era in quiete: il moto del vaſcello è comunicato innanzi all' albero, alla pietra, a tutto ciò che eſiſte nel vaſcello, in modo, che tutto in eſſo accade come ſe foſſe immobile. Il ſolo urto degli oſtacoli ſtranieri fa concepire il moto del vaſcello. Ma come la terra non incontra verun oſtacolo ſtraniero, non v' è aſſolutamente niente in natura, nè ſulla terra, che poſſa colla ſua reſiſtenza, col ſuo moto, col ſuo urto farci percepire il moto della terra. Queſto moto è comune a tutti i corpi terreſtri: anno un bell' alzarſi in aria; anno ricevuto innanzi l'impreſſion del moto della terra, la ſua direzione, e la ſua velocità, e quando anche ſono al più alto dell' atmoſfera, continuano a moverſi come ſulla terra. Una palla di cannone, che foſſe gettata perpendicolarmente verſo il zenit, ricaderebbe nella bocca del cannone, benchè, durante il tempo che la palla foſſe in aria, il cannone aveſſe fatto verſo levante colla terra molte leghe (deve fare

leghe 6 $\frac{1}{4}$ per minuto ſotto l' equatore). La ragione è chiara ; queſta palla alzandoſi in aria non ha perduto niente della velocità circolare che il moto della terra le avea comunicato : queſte due impreſſioni non ſono contrarie ; può far una lega in alto , mentre ne fa 6 a levante ; il ſuo moto nello ſpazio aſſoluto è la diagonale di un parallelogramo , di cui un lato ha una lega , e l' altro 6 ; ricaderà per la ſua gravità naturale ſeguendo un' altra diagonale , e ritroverà il cannone che colla palla è ſempre ſtato nella linea , che va dal centro della terra fino all' altezza ove fu lanciata.

388. Perchè la palla reſtaſſe in aria ſopra la perpendicolare nel punto , in cui è partita , ſenza girar colla terra , biſognerebbe che vi foſſe una cauſa nell' aria , che diſtruggeſſe l' impreſſion generale , che ha ricevuto dal moto della terra , ma non ſe ne conoſce alcuna ; la palla dunque deve continuare a girar intorno il centro della terra , ſebbene ſe n' allontani per l' impulſo della polvere : la prima , e la più general legge del moto è , che un corpo determinato una volta a moverſi in una direzione , continua uniformemente , e nell' iſteſſa linea , ſe non v' è cagione che ritardi , o diſtrugga il ſuo moto ; queſta legge ſi oſſerva , e ſi verifica da per tutto ; non è dunque maraviglia che gli augelli , le nuvole , i corpi gettati continuino ad avere lo ſteſſo moto che la terra quand' anche ſe n' allontanino.

389. Ma ſe i corpi terreſtri non poſſono ſcoprire il moto della terra , tutto ciò che è lungi dalla terra ce lo moſtra : noi ſiamo ſopra un vaſcello , che ſi move tranquillamente , ſenza che ſe n' accorgiamo ; ma chi è ſul vaſcello vede le rive , e le caſe allontanarſi : *provehimur portu , terræque urbeſque recedunt ;* iſteſſamente noi vediamo i pianeti , le ſtelle , e tutto il cielo , ſenza eccezione , moverſi dall' iſteſſa parte , e tutto ciò che è fuori della terra ci avverte del noſtro moto.

390. Quando non ſi vede contro il ſiſtema di Copernico veruna ſorte d' argomento , noi all' oppoſto abbiamo una prova ben fiſica , e ben dimoſtrativa della rotazion diurna della terra nella *diminuzione di peſo* dei corpi che ſono ſotto l' equatore , diminuzione che ſi trova proporzionale alla forza centrifuga che naſce dalla rotazione della terra (816. 1011) che produce anche la *figura appianata* della terra , che è una nuova prova del moto diurno . L' *aberrazione* delle ſtelle (783) , e l' *attrazione univerſale* , di cui daremo tante prove nel Libro XII , ſono ancora dimoſtrazioni fiſiche e poſitive del moto della terra.

391. Ammeſſo una volta il *moto diurno* della terra ſul ſuo aſſe , diventava più facile d' ammettere un ſecondo moto , il *moto annuo della terra* nell' ecclittica . Queſto era indicato dal fenomeno delle ſtazioni , e retrogradazioni dei pianeti (380) che diventano pure apparenze , quando ſi ammette il moto della terra , e che ſono ſingolarità ineſplicabili in ciaſcun pianeta , quando ſi ſuppone la terra immobile.

392. E' queſto un fenomeno oſſervato dal tempo d' Ipparco in tutti i pianeti , che dopo d' aver avanzato qualche tempo da occidente in oriente

secondo l' ordine dei segni, a poco a poco si rallentano, si fermano, e poi retrocedono (379) : la retrogradazion di saturno dura 136 in 140 giorni, da una congiunzione all' altra ; quella di giove, 118 in 122 ; quella di marte, tra 59 e 79 ; quella di venere, 42 in 44 ; quella di mercurio, 22 per 115 giorni che dura la sua rivoluzione sinodica. L'arco di retrogradazione è di 6 in 7 gradi per saturno, di 10 per giove, di 10 a 19 per marte, di 16 per venere, tra 9 e 16 per mercurio. Queste retrogradazioni ritornano ogni volta, che i pianeti si trovano in congiunzione col sole, vale a dire che dipendono dal moto annuo del sole. Per ispiegarle nel sistema di Tolomeo bisognava far movere ogni pianeta in un epiciclo, per un moto che dipendeva dalla lunghezza dell' anno, differente per ciascun pianeta (380). Tutta questa complicazione sparisce nel sistema di Copernico (462) ; perciò questo astronomo doveva esser più portato ad ammetterlo dei Pitagorici, che non conoscevano questa inegualità dei pianeti. Di fatti fu questa la prima ragione che ebbe Copernico di cercare verso l'anno 1507 altra ipotesi, che quelle di Tolomeo, per ispiegare i moti planetari. Il suo libro venne alla luce nel 1543 ; e dal tempo di Galileo e di Keplero nel 1600 tutto ciò, che v'era di più abile in astronomia, era del sentimento di Copernico, e non dubitava più del moto della terra : i progressi fatti dopo in astronomia anno prodotto nuove dimostrazioni : non v'è più ragione da dubitare, nè obbiezione ragionevole da farsi contro il moto della terra.

393. Il sistema di Copernico è rappresentato nella *fig.* 42 : il sole è nel centro del mondo ; i pianeti girano intorno il sole nell'ordine seguente : mercurio, venere, la terra, marte, giove, saturno, in distanze dal sole, come 4, 7, 10, 15, 52, 95, benchè queste proporzioni non siano osservate nella figura. Ogni unità di questi numeri vale un poco più di 3 millioni di leghe, da 25 al grado, o di 2263 pertiche ciascuna : Si vedrà qui dopo la maniera di trovar queste distanze (450). Nella figura si vede la terra circondata dall' orbita della luna che trasporta seco, come giove dalle 4 orbite dei suoi satelliti, saturno da 5. Parlerò dei fenomeni che risultano da questo sistema (412) dopo d' aver esposto quello di Ticone.

Del sistema di Ticone-Brahe.

394. Il sistema di Ticone ha del rapporto con quello di Tolomeo, perchè l'uno e l'altro adotta il moto del sole, e suppone la quiete della terra : ma ha rapporto ancor più con quello di Copernico, poichè in ambedue i cinque pianeti girano intorno il sole ; e senza le dimostrazioni di Copernico, Ticone forse non si sarebbe elevato così alto. Il sistema di Ticone rappresentato nella *figura* 43., che ho tratta dalla sua opera sulla cometa del 1577., impressa in seguito delle sue lettere astronomiche, col titolo : *Tychonis-Brahe Dani, de mundi ætherei recentioribus phænomenis, liber secundus.* La terra T è posta nel centro della figura : ella è circondata prima dall'orbita della luna, poscia da quella del sole. Intorno il

ſole S, come centro, ſono deſcritti cinque altri cerchi per rappreſentare le orbite di mercurio, di venere, di marte, di giove, di ſaturno; e il ſole accompagnato da tutte queſte orbite è ſuppoſto girare intorno la terra T, che tuttavia è più vicina ad eſſo che le orbite di giove e di ſaturno. Io non ho rappreſentato in queſta figura i ſatelliti di giove e di ſaturno, come nè pure le grandezze proporzionali dell' orbite, per non ingrandire troppo la figura.

395. Il ſiſtema di Ticone in ſoſtanza era quello degli Egizj (376). Avendo conoſciuto com' eſſi, che venere e mercurio manifeſtamente giravano intorno il ſole, credette ch' era lo ſteſſo degli altri tre pianeti; la concluſione era aſſai naturale, rendeva uniformi le ipoteſi di tutti i pianeti, ſopprimeva tutti gli epicicli indotti a ſpiegar la ſeconda inegualità, col ſolo moto del ſole. Ticone aveva una ragione di più: Copernico avendo 50 anni avanti dimoſtrato, che ſi ſpiegavano colla maniera più naturale e più ſemplice i bizzarri e ſingolari ſenomeni delle ſtazioni e retrogradazioni di tutti i pianeti, facendoli girare tutti intorno del ſole; Ticone era troppo illuminato per non veder la bellezza, la ſimplicità, e per conſeguenza la verità di queſto ſiſtema. L' avrebbe anche adottato intieramente; ma trattenuto per riſpetto di qualche paſſo mal inteſo della ſcrittura, accoſtumato col volgo a conſiderare la terra come la baſe eterna e il fondamento immobile d' ogni ſtabilità, rigettò i moti della terra, ritenendo il reſto del ſiſtema di Copernico.

396. Ticone non oſtante non voleva che ſi credeſſe non aver lui fatto altro, che voltare il ſiſtema di Copernico. Ecco in qual occaſione dice d' averlo immaginato. Avendo oſſervato nel 1572 marte in oppoſizione lo ritrovò più vicino a noi che il ſole: dunque cadeva l' ipoteſi di Tolomeo che fa marte più lontano del ſole. D' altra parte credette rilevare, che il moto delle comete oſſervate in oppoſizione rapporto al ſole, non era alterato dal moto annuo della terra, come doveva ſuccedere nel ſiſtema di Copernico (ſi vedrà, che ciò accade) (406): ciò gli fece rigettare anche l' ipoteſi di Copernico; ed allora non reſtava altro mezzo di ſpiegare la proſſimità di marte, ſe non col ſiſtema che propoſe. Nell' opera indicata all' occaſione della cometa 1577 parla Ticone a lungo del ſuo ſiſtema immaginato verſo il 1582. „ Avevo, dice, oſſervato che l' „ antico ſiſtema di Tolomeo non era punto naturale; la multitudine de- „ gli epicicli de' quali ſi ſerve per iſpiegare i moti de' pianeti rapporto al „ ſole, le loro ſtazioni ecc. è ſuperflua: queſte ipoteſi peccano anche „ contro i principj dell' arte, ſupponendo queſti moti eguali, non intor- „ no il loro centro proprio e naturale, ma intorno un punto ſtraniero, „ cioè un centro d' un altro cerchio eccentrico, che ſi chiama l' *Equante*. „ Ma nè pure io approvava la novità introdotta dal gran Copernico, all' „ eſempio d' Ariſtarco Samio, di cui parla Archimede nel ſuo *Arenario* „ indrizzato a Gelone Re di Sicilia, benchè corregga dottamente quanto „ v' è d' inutile e difettoſo nel ſiſtema di Tolomeo, e che niente rin- „ chiuda di contrario alla matematica: queſta peſante maſſa della terra, „ tanto poco atta al moto, non potrebbe eſſer agitata da tre moti, come

„ i cor-

„ i corpi celesti, senza offendere i principj della Fisica, l'autorità ancora „ delle scritture s'oppone: parlerò altrove di questi diversi inconvenien- „ ti, come anche di quello che vi sarebbe nel supporre uno spazio im- „ menso tra l'orbita di saturno e l'ottava sfera, che non sarebbe occu- „ pato da verun astro. Vedevo dunque da una parte e dall'altra degli „ assurdi; mi posi però ad esaminare seriamente se ci fosse qualche ipo- „ tesi, che fosse d'accordo coi fenomeni e i principj di matematica, „ senza offender la fisica, nè la teologia: vi sono riuscito oltre la spe- „ ranza, ed ecco come. Io penso prima, che senza esitanza bisogna por- „ re la terra immobile nel centro del mondo, secondo il sentimento de- „ gli antichi, ed il testimonio della scrittura. Ma non ammetto con Tolo- „ meo e gli antichi, che la terra sia il centro dell'orbite del *secondo mo-* „ *bile* (dei pianeti): penso che la luna ed il sole solamente coll'ot- „ tava sfera abbiano il centro del loro moto nella terra: i cinque altri „ pianeti gireranno intorno del sole, come loro capo e re, e il sole „ sarà perpetuamente nel mezzo de' loro cerchi, che l'accompagneranno „ nel suo moto annuo. Così il sole sarà la regola e il termine di tutte „ queste rivoluzioni; e come Apollo in mezzo alle Muse, regolerà solo „ tutta l'armonia celeste di questi moti. „

397. Nel mentre che Ticone riguardava il moto della terra come un paradosso di Teologia e di Fisica, riconosceva la sua utilità in astrono- „ mia. „ Confesso, dice (*Progymn.* T. I. pag. 661) che le rivoluzioni „ de' cinque pianeti, che gli antichi attribuivano a degli epicicli, si spie- „ gano facilmente e con poca spesa col semplice moto della terra; che „ gli antichi matematici anno adottato molte assurdità, e contraddizioni „ che Copernico salva, e che soddisfa meglio all'apparenze celesti. „ Ma poi Ticone teneva, che il testimonio della scrittura era un grande ostacolo al sistema di Copernico.

398. Si vede ancora in una lettera di Ticone a Rothmanno, mate- matico del Langravio, in data 21 Febbraro 1589, ciò che Ticone pen- „ sava del sistema di Copernico: „ quando tratterò, dice, ex *professo* „ dei moti celesti, farò vedere, che le mie ipotesi soddisfanno pienamen- „ te all'apparenze celesti; ch'esse sono di molto preferibili a quelle di „ Tolomeo e di Copernico, e meglio s'accordano colla verità. Ma se „ esse tanto vi dispiacciono, se voi amate meglio di far girare la terra „ e i mari, accompagnati dalla luna, con un moto annuo e dare un „ triplice moto ad un corpo semplice ed unico; se voi volete che questa „ terra, benchè così poco atta al moto, e tanto al di sotto degli astri, „ sia non ostante portata come un astro nella regione eterea, siete pa- „ drone . . . ma non è questo confondere le cose di quaggiù con le „ cose celesti, e rovesciare da capo a fondo tutto l'ordine della natura? „ Guardate di non ingannarvi, credendo, che Copernico abbia bastante- „ mente risposto alle assurdità fisiche, che risultano dalla sua ipotesi: „ vi dimostrerò un giorno, che quanto dite per difenderla, non basta „ per metter la cosa fuor di dubbio; molto meno sono da accordarvi le „ interpretazioni, che voi date ai passi della scrittura contrarj al vostro

„ siste-

„ ſiſtema „ ec. e quivi Ticone ſi sforza di provare al ſuo amico, che il ſtema di Copernico è incompatibile colla ſcrittura. Leggendo le lettere di Ticone e di Rothmanno, ſi può oſſervare, quanto queſto matematico foſſe più ſodo nel ſuo ragionare di Ticone.

399. *Longomontano* aſtronomo celebre che viſſe per 10 anni con Ticone a Uraniburgò, grato al ſuo maeſtro, e che contribuì all' edizione delle ſue opere; non potè indurſi ad abbracciar intieramente il ſentimento di Ticone. Come Niceta ammiſe il *moto di rotazione della terra* (*Aſtron. Danica* pag. 161. 220) per evitare di dar a tutta la macchina celeſte queſta velocità incredibile del moto diurno, che per la ſua forza centrifuga diſperderebbe ben toſto le ſtelle, e i pianeti, quando non ſi voleſſe ſupporre i cieli ſolidi come l' iſteſſo P. Riccioli fu sforzato, o dell' intelligenze conduttrici. Queſto ſiſtema *ſemi-Copernicano* che fu adottato da *Origano* nella Dedicatoria delle ſue Effemeridi, e dall' *Argolo* nel ſuo *Pandoſium* Cap. 3. ſoffre meno difficoltà del Ticonico; ma il moto annuo non è meno manifeſto del diurno (392).

Obbiezioni contro il ſiſtema di Copernico.

400. La ſimplicità e l' eleganza del ſiſtema di Copernico, col ſuo accordo perfetto a tutti i fenomeni, forma una dimoſtrazione per ogni ſiſico non prevenuto; riſpondendo alle difficoltà niente reſterà a deſiderar nelle noſtre prove. Riſpondo volentieri ſopra tutto all' obbiezioni di Ticone; perchè il ſuo teſtimonio è d' un peſo sì grande, la ſua fama in aſtronomia merita tanto riſpetto, che importa per il ſiſtema di Copernico dimoſtrare che ſe Ticone aveſſe avuto meno pregiudizj, e aveſſe ſaputo ciò che ſi oſſervò dopo la ſua morte, non ſarebbe rimaſa alcuna delle obbiezioni, che faceva contro queſto ſiſtema.

401. Dimanda a Rothmanno (Epiſt. aſtron. p. 167.), come può darſi, che una palla laſciata cadere da una torre, cade perpendicolarmente al piede della torre, ſe la terra intanto è ſcappata verſo levante? ſi è riſpoſto coll' eſempio dal vaſcello (387.).

402. Si dirà, che la terra ſi roveſcierebbe tutti i giorni, e che in 12 ore noi avreſſimo la teſta a baſſo: ma è dimoſtrato, dall' eſperienza de' viaggiatori, che vi ſono degli antipodi (147).

403. La terra, diceva Ticone, è una maſſa peſante, inerte, vile, groſſolana, inetta al moto, fatta per eſſer il ſolo fondamento d' ogni ſtabilità; voi volete farne un aſtro, e porla nel cielo. Che ſolidità v' è mai in queſto diſcorſo? Non ſi vede un uomo prevenuto, come il popolo, dall' idee ricevute nell' infanzia? Perchè la terra molto più picciola del ſole; per conſenſo di Ticone, ſarebbe meno propria al moto, del ſole? E perchè ſarebbe più vile e più groſſolana dei pianeti, che ſono opachi ed oſcuri, come la terra, quando il ſole non gli illumina, e che ſono la maggior parte, per confeſſion di Ticone, tanto e più groſſi della terra, rotondi come eſſa?

404. Ticone era offeſo dalla diſtanza enorme, in cui devono trovarſi

le

le ſtelle nel ſiſtema di Copernico, perchè l'orbe annuo della terra vi appariſca come inſenſibile: non è veriſimile, dice, che lo ſpazio compreſo tra il ſole e ſaturno ſia 700 volte più piccolo della diſtanza delle ſtelle fiſſe, ſenza che in tale intervallo ſianvi degli altri aſtri, e pure così convien ſupporre. In oltre le ſtelle della terza grandezza, delle quali il diametro apparente è d'un minuto, ſarebbero eguali all'orbe annuo della terra tutto intiero, ſe ſolamente anno una paralliſſi annua di mezzo minuto: che ſarà dunque delle ſtelle di prima grandezza, che anno 2, o 3 minuti di diametro apparente?

Queſte obbiezioni di Ticone, per altro ſpecioſe, non avrebbero avuto luogo in queſto ſecolo: avrebbe ſaputo, che le comete con orbite molto più eſteſe di quella di ſaturno riempiono una parte dello ſpazio immenſo, il cui moto gli pareva inconcepibile; avrebbe ſaputo colla ſcoperta de' cannocchiali, che il diametro apparente delle ſtelle di prima grandezza non arriva a un ſecondo (769), e che perciò niente obbliga a ſupporle d'una grandezza sì prodigioſa. Ma quand' anche biſognaſſe ammettere un intervallo immenſo vuoto di ſtelle e di pianeti, e convenire, che le ſtelle fiſſe che vediamo, ſono incomparabilmente più groſſe del ſole, non vedo, che riſultaſſe niente di poſitivo contro il ſiſtema di Copernico; le ſtelle, che nel ſiſtema di Ticone diventano più vicine e più picciole, ſono una coſa troppo indifferente per formare una prova in ſuo favore, poichè non abbiamo altronde alcun' idea della loro grandezza reale, nè della loro diſtanza.

405. Ticone dimanda ancora, come poſſa concepirſi il *moto di paralleliſmo dell' aſſe della terra*, e come un ſolo e iſteſſo corpo può avere così tre moti differenti, uno intorno l'aſſe, uno che traſporta il centro del globo, ed il terzo che cambia la poſizione dell'aſſe. Ma il paralleliſmo dell' aſſe della terra non è punto nè un terzo moto, nè un moto particolare, come Ticone lo ſuppone: non è altro che una ſituazione dell' aſſe che non cambia, perchè non v'è cauſa, che lo faccia cambiare; baſta che l'aſſe ſia ſtato diretto una volta verſo un punto del cielo, perchè continui ad eſſervi ſempre diretto (417), benchè la terra abbia un moto annuo in certa direzione: non v'è ragion fiſica nè matematica, che provi l'aſſe del moto diurno doverſi dirigere perpendicolarmente all'orbe annuo; non v'è tra queſti moti nè conneſſione nè dipendenza: nel tempo che tutte le parti della terra ſono lanciate dall'iſteſſa parte per un moto di projezione, acquiſtano tutte direzioni paralelle; queſto nulla cambia nella loro ſituazione. Si può ſupporre che la terra (che aveſſe girato prima intorno un aſſe immobile) ſia ſlanciata in una qualunque direzione; tutte le parti ricevendo le ſteſſe impreſſioni, v'è un'intiera compenſazione tra le parti ſuperiori ed inferiori; conſervano tutte il moto di rotazione, che avevano avanti, cioè, ciaſcuna particella ſi move in una direzione paralella a quella che aveva prima quando la terra era fiſſa. Quando una trottola gira ſopra una tavola col moto di rotazione, che le fu impreſſo, queſta tavola può eſſer traſportata, gettata da alto al baſſo, da deſtra a ſiniſtra, obliquamente, circolarmente, ſenza che il moto della trot-

trottola ſi alteri; ſi può ſlanciare la trôttola in qualunque direzione, ſenza che perciò ceſſi di girare ſullo ſteſſo aſſe. Una palla di cannone gira quaſi ſempre ſul ſuo aſſe, ma ora in un ſenſo, ora in un altro, ſecondo gli oſtacoli incontrati nell' uſcir dal cannone; ciò non è incompatibile coll' eſploſione, nè punto ne dipende. Vedete *li nouveaux principes d' artillerie* de Robins, tradotti dal Sig. Dupuy 1771.

406. Ticone credeva trovare nelle comete un' obbiezione aſſai forte contro il ſiſtema di Copernico, dicendo che non erano affette dal moto annuo della terra. Queſta obbiezione era certamente grave; e ſe foſſe ſtata vera ſarebbe ſtata ſenza replica; ma Ticone aveva oſſervate poche comete; ſe aveſſe veduto quella del 1681, di cui la ſtrada è così complicata e bizzarra in apparenza, che il Caſſini ne fece due comete differenti, ma che diventa una curva regolare tenendo conto del moto della terra; ſe aveſſe veduto quelle comete, di cui la ſtrada tortuoſa è rappreſentata coll' ultima preciſione con una ſola curva, deſcritta intorno il ſole, e combinata col moto della terra, come ſi vedrà nel libro X, avrebbe mutato linguaggio; e ciò che fu per lui una ragione di rigettar il ſiſtema di Copernico, ſarebbe ſtato all' oppoſto la più forte dimoſtrazione.

407. Ticone per far girar i pianeti intorno il ſole, era obbligato d' immaginare una ſpezie di forza centrale e magnetica, una tendenza occulta verſo queſt' aſtro (*epiſt. aſtron.* p. 148). Concepiva dunque una certa forza di conneſſione tra i pianeti ed il ſole, come ſi ammette generalmente a' noſtri tempi (999); or queſta forza s' eſtende dal ſole fino a ſaturno, che vuol dire, ben di là dalla noſtra terra. Come dunque immaginare, che la forza del ſole, capace di ritenere dei pianeti più groſſi della terra, a maggiori diſtanze, non poteſſe niente ſulla terra? e che all' oppoſto il ſole, armato di queſto vaſto corteggio, eſtendendo la ſua forza fino all' eſtremità di queſto immenſo ſiſtema, foſſe non oſtante sforzato a girar inceſſantemente intorno queſta terra così piccola, e meno lontana dei pianeti, ai quali eſtende la ſua azione? E' chiaro, che nel ſiſtema di Ticone è queſta una vera aſſurdità.

408. In materia di fiſica non ſi può dare una dimoſtrazione rigoroſa e preciſa, come nella geometria pura. Se un uomo poſto fortuitamente e da bambino in un naviglio ſopra un fiume ſi foſſe fortemente perſuaſo da qualche motivo di prevenzione, che queſto naviglio è immobile, vedendo in eſſo tutto reſtare a ſuo luogo; ſi avrebbe bel moſtrargli la terra, le rive, gli alberi in moto; dirgli, che tutto queſto non potrebbe muoverſi d' accordo ad una parte; che il ſolo moto del naviglio è la cagione di queſte apparenze, e baſta a ſpiegarle; ſe non ha mai provato egli ſteſſo ſcendendo a terra, nè veduto mai il naviglio moverſi ſull' acqua; ſe anche cento volte ſente a dir il contrario, potrà ſempre riſpondervi, che forſe avete ragione, ma che non ha mai provato, ſe queſto ſia vero. Tal è il caſo del filoſofo, che voleſſe dimoſtrar al popolo il moto della terra: gli ſarà vedere migliaja di ſtelle, che pajono avanzare dall' iſteſſa parte, benchè in diſtanze prodigioſe le une dall' altre;

tre ; gli dirà , che non ſi può nè pure immaginare una cauſa comune per tanti corpi iſolati , e ſcambievolmente indipendenti , capace di traſportarli d'accordo, in una volta , e far loro fare ogni giorno un intiero giro intorno una piccola maſſa di terra , che non ſi ſcoprirebbe da chi foſſe verſo una ſtella : il filoſofo gli dirà ancora , che un ſemplice moto di rotazione nel piccolo globo della terra , che ha ſolo 1432 leghe di raggio, baſta per produrre queſt'infinità di moti apparenti: tutto ciò non convincerebbe quelli che non anno aſſai di fiſica per elevarſi ſopra i pregiudizj . Non è queſta una dimoſtrazione propriamente detta ; in fiſica non ve n'è, ma il filoſofo non la richiede nè pure ; e gli baſta d'avere una folla di ragioni da proporre , nel mentre che non ſi potrebbe proporre una ſola obbiezione fiſica e ſoda contro il moto della terra.

409. Per altro ſi devono conſiderare come dimoſtrazioni dirette e poſitive del moto della terra , il ſenomeno dell' aberrazione delle ſtelle (lib. VII), la figura appianata della terra (lib. VIII) , l'accorciamento del pendolo verſo l'equatore (807), e tutti i ſenomeni che provano l' attrazione generale dei corpi celeſti (lib. XII) ; perchè queſta legge non può ſuſſiſtere ſenza il moto della terra , ed è il primo fondamento di tutta l' aſtronomia , e di tutta la fiſica celeſte.

410. Il P. Riccioli impiega più di 200 pag. *in fol.* nel II volume dell' *Almageſto* a quiſtionare ſul ſiſtema di Copernico ; ſopra tutto batte ſu i paſſi della ſcrittura : Gioſuè c. 10. v. 13 ; Pſ. 92 , v. 1 ; Pſ. 103. v. 5 ; Eccleſ. c. 1. v. 5 ; Iſaja c. 34. v. 8 ; Giudici c. 5. v. 20 ; lib. III. Eſdra c. 4. v. 38. Quando ſi leggono queſti paſſi ſenza pregiudizio , vi ſi vede un linguaggio ordinario, che non poteva eſſer diverſo ſenza diventare inintelligibile ; niente ſi trova , che ſembri tenere al dogma , nè alla fiſica. Per altro molti autori eccleſiaſtici anno accumulato ragioni d' ogni ſpecie per provare , che i diverſi paſſi della ſcrittura che parlano del moto del ſole , poſſono intenderſi del moto della terra , ſenza far loro violenza ; ſarebbe un zelo bene ſtrano pretendere di eſcluder dal libri ſanti ogni eſpreſſione popolare . Per altro la Corte di Roma non ha ſopra di ciò più di ſcrupolo. Anzi nell'ultima edizione dell'*Indice* ſi è levato l'articolo concernente i libri ove ſi ſoſtiene il moto della terra ; e quando ero a Roma , vidi che ſi potea ſperare che ſi renderebbe preſto a fiſici un'eſpreſſa libertà a queſto riguardo.

411. La concluſion naturale di tutto ciò che precede , è , che il ſiſtema di Copernico è il ſolo , che ſi poſſa ammettere : eſſo è provato , quanto può eſſerlo coſa fiſica . Dunque la terra gira veramente ſul ſuo aſſe , e intorno del ſole , come gli altri pianeti; non v'è obbiezione fiſica nè morale , che ſi poſſa fare contro queſti due moti . Sarà meglio dimoſtrato ancora dopo che avremo ſpiegato tutti i fenomeni dell' aſtronomia per mezzo di queſto doppio moto.

Spiegazione dei fenomeni nel ſiſtema di Copernico.

412. Il *moto diurno* di tutto il cielo ſi ſpiega con eſtrema facilità nel ſiſtema di Copernico; s' è veduto (384), che queſta era la principale ragione per adottarlo. Baſta di fatto che noi giriamo intorno l' aſſe della terra da occidente in oriente, perchè tutti gli aſtri abbiano a parere girare al contrario da oriente in occidente. Sia BDAE (*fig.* 44) il globo della terra; BA l' aſſe della terra diretto verſo il polo P del cielo, DE il paralello circolare, che un punto D della terra deſcrive col ſuo moto diurno; F il punto della sfera celeſte che corriſponde verticalmente al punto D della terra; G il punto verticale del punto E; la linea CDF, ch' è la linea del zenit, o la verticale del punto D, gira con queſto punto intorno l' aſſe CP, e deſcrive con queſto moto la ſuperficie d' un cono, di cui la punta è nel centro C della terra, e di cui la baſe s' eſtende da F in G; il circolo celeſte FG paralello all' equatore è queſta baſe; non è già nello ſteſſo piano col paralello terreſtre DE, ma gli corriſponde eſſenzialmente, poichè tutti i punti di queſto paralello celeſte FG ſono lontani dal polo celeſte P l' iſteſſo numero di gradi, che i punti DE ſono lontani dal polo della terra A: la linea del zenit CDF nelle 24^h incontra tutti i punti del cielo che ſono nella medeſima diſtanza dal polo P, cioè tutti i punti del paralello celeſte FHG, e tutti ſucceſſivamente appariranno nel zenit. Così a Parigi ſi vede ſucceſſivamente paſſare per il zenit le coſtellazioni di caſſiopea, di andromeda, di perſeo, del cocchiere, dell' orſa maggiore, del dragone, perchè la noſtra linea verticale va ad incontrarle una alla volta.

413. Il *moto annuo* ſi ſpiega colla ſteſſa facilità; quanto s' è detto del moto apparente del ſole nell' ecclittica (309) ha luogo in conſeguenza nel moto della terra. Quando la terra è in ariete, il ſole pare nel ſegno oppoſto della bilancia; ſe la terra avanza di 30° ed entra nel toro, il ſole pare avanzar altrettanto, e ſi vede nello ſcorpione, il luogo apparente del ſole eſſendo ſempre oppoſto di 180°, o di 6 ſegni al luogo della terra. Sia S il ſole (*fig.* 47); TR l' orbita della terra, ♈ ♉ ♎ ♑ il cerchio celeſte chiamato *ecclittica*, in cui s' imaginano i 12 ſegni, a una diſtanza infinita da noi. Il ſole S pare riſpondere alla ♎, quando la terra è in T, perchè il raggio viſuale tirato dalla terra al ſole in grandiſſima diſtanza s' eſtende verſo il ſegno ♎, ed allora diciamo, che il ſole è nella libra; ma ſe la terra T foſſe veduta dal ſole S ſecondo il raggio STY, eſſa parerebbe in ♈, cioè in ariete. Dunque il luogo della terra nell' ecclittica è ſempre diametralmente oppoſto a quello del ſole, l' uno ſi move contro l' altro. Perciò la terra deſcrivendo un' orbita annua TR, che la fa paſſar ſucceſſivamente ſotto i punti ♈ ♉ ♎ ♑, eſſa vedrà il ſole corriſpondere a tutti i punti oppoſti dell'ecclittica, e ne ſeguirà il moto annuo apparente del ſole che oſſerviamo.

414. La *mutazione delle ſtagioni* ſi ſpiega beniſſimo nel ſiſtema di Copernico per mezzo dell' inclinazione, e del paralelliſmo coſtante dell' aſſe del-

della terra ; ma ciò ricerca più d' attenzione , e tra tutti i fenomeni fu quello che meglio moſtrò l' ingegno di Copernico. Il fenomeno delle ſtagioni ſi riduce a queſto : i paeſi della terra ſituati ſotto il tropico del cancro , o ſia a 23° $\frac{1}{2}$ di latitudine ſettentrionale , come ſono appreſſo poco l' antica città di Syene , quelle di Canton e di Chandernagor, veggono il ſole paſſare per il loro zenit , a mezzodì , al tempo del ſolſtizio d' eſtate , come tutti i luoghi che anno la medeſima latitudine. Quelli all' oppoſto che ſono a 23° $\frac{1}{2}$ di latitudine meridionale , e ſotto il tropico di Capricorno , come Rio-Janeiro nel Braſile, anno il ſole nel zenit li 21 Decembre , nel ſolſtizio d' inverno . Perchè queſto abbia luogo col moto della terra , baſta porla in maniera , che il raggio ſolare diretto verſo il centro della terra paſſi nel primo caſo per il tropico del cancro , nel ſecondo per il tropico oppoſto. Sia S il ſole (*fig.* 46) , C , D due punti diametralmente oppoſti dell' orbe annuo della terra ; il punto C dove ſi trova ai 21 Giugno , il punto D ai 21 Decembre ; E F il diametro dell' equatore terreſtre , G H il tropico di cancro , I K il diametro del tropico di capricorno ; ſe l' aſſe P A della terra è inclinato in modo , che l' equatore E F faccia un angolo di 23° $\frac{1}{2}$ col raggio ſolare S C , cioè coll' ecclittica , (perchè il raggio ſolare è ſempre nell' ecclittica) l' angolo H C F , o l' arco H F eſſendo di 23° $\frac{1}{2}$, il raggio ſolare tenderà al punto H della terra lontano dall' equatore F dell' iſteſſa quantità di 23° $\frac{1}{2}$, vale a dire , che Syene , e tutti i luoghi dell' iſteſſo paralello in quel giorno avranno il ſole nel zenit . Se all' oppoſto l' aſſe P A foſſe retto o perpendicolare al raggio ſolare S C , il diametro E C F dell' equatore ſi dirigerebbe ſecondo C S , e ſi confonderebbe con eſſo ; perciò il ſole ſarebbe perpendicolare a tutti i luoghi dell' equatore terreſtre , e allora i paeſi ſituati ſotto l' equatore (44) avrebbero il ſole nel zenit . (Ciò accade nei due giorni degli equinozj , figurandoſi S C eretta , e perpendicolare alla figura , e compito il cerchio del diametro E C F , il che ſuccede tre meſi dopo il ſolſtizio).

Sei meſi dopo la terra ſi troverà dall' altra parte del ſole , nel punto D , diametralmente oppoſto al punto C , ai 21 Decembre . Supponiamo allora che l' aſſe T B ſia ſituato come era prima , cioè ſia paralello all' aſſe P A , o ſia inclinato nello ſteſſo ſenſo , coll' iſteſſo angolo , e verſo l' iſteſſa parte del cielo , che era 6 meſi avanti ; il tropico del cancro G H ſarà nella ſituazione L M , e il raggio ſolare S R D , in vece di drizzarſi al tropico del cancro in L , come nel primo caſo , riſponderà in R al tropico R V , che è quello di Rio-Janeiro , e dei paeſi tutti ſituati a 23° $\frac{1}{2}$ di latitudine meridionale ; perciò tutti queſti paeſi paſſeranno ſucceſſivamente per il punto R girando intorno l' aſſe T B , tutti avranno ,

l'un dietro l' altro il ſole nel zenit , e perciò il ſole avrà deſcritto il paralello di 23° $\frac{1}{2}$, come deve fare per il moto diurno (27. 73. 412.)

415. Quando il ſole corriſpondeva al tropico del cancro , ed era perpendicolare al punto H , tutti i paeſi ſituati dalla parte del polo artico P avevano l'eſtate , gli oppoſti , avendo il ſole obliquo , l'inverno ; e *viceverſa* ; i ſiti intermedj danno le ſtagioni medie .

416. Poichè nei paſſaggi dall' inverno all' eſtate , e dall' eſtate all' inverno , non può il ſole paſſare da 23° $\frac{1}{2}$ di declinazione boreale a 23° $\frac{1}{2}$ di declinazione auſtrale , ſenza incontrare ſucceſſivamente tutti i punti di mezzo , e diventar loro perpendicolare a mezzodì , come lo era ai tropici : perciò anche l'equatore ; ed allora illuminerà mezza la terra per l'aſſe . Poſto un lume in mezzo una tavola , e facendovi girar intorno una palla coll' aſſe inclinato , e ſempre paralello , ſi vedranno ſeguire tutti queſti fenomeni .

417. Copernico , che immaginò il primo queſta ſpiegazione delle ſtagioni col moto della terra (de *Revolutionibus* L. 1. c. 11.) chiama queſto paralelliſmo della terra un *terzo moto* , un *moto di declinazione* , un *moto conico* , contrario al moto annuo : accade , dice , che per queſti due moti uguali , e che ſcambievolmente ſi contrariano , l' aſſe della terra ed il ſuo equatore ſono ſempre diretti nell' iſteſſo modo , e verſo l' iſteſſa parte del cielo . Ma Copernico avrebbe ben potuto diſpenſarſi da nominar queſto un terzo moto ; la meccanica dimoſtra piuttoſto , che il paralelliſmo dell' aſſe non è che la negazione d' un terzo moto ; ve ne vorrebbe uno , perchè l' aſſe ceſſaſſe d' eſſer paralello a ſe ſteſſo , come s' è ſpiegato art. 405 .

418. Molti anno rappreſentato con macchine planetarie il moto annuo della terra intorno il ſole , ed il moto diurno , ſull' aſſe coſtantemente paralello a ſe ſteſſo . Si trova una macchina di queſta ſpezie deſcritta da *Niccolò Mullero* , nell' edizione , che ha data nel 1617 del libro di Copernico pag. 29 ; in *Ferguſon* (*Aſtronomy explained* , 1764 , Tav. VI.) e non è difficile immaginarne di differenti ſpezie (ſe ne vendono a Parigi *chez Paſſemant , au Louvre ; chez Vaugondi , quai de l'Horloge ; chez Fortin , rue de la Harpe*) . Per rappreſentare il paralelliſmo dell' aſſe della terra , baſta che ſia fiſſato in una girella l' aſſe e che nel centro del ſole ſia poſta una girella eguale alla prima , con un cordone ſenza fine , che paſſi per queſte due taglie legandole l'una coll' altra , allora ſi potrà far girare la terra intorno del ſole ſenza che l' aſſe ceſſi d' eſſere inclinato e diretto verſo l' iſteſſa regione del cielo , e paralello a ſe ſteſſo : qui s' impiega un moto particolare per mantenere il paralelliſmo ; ma in cielo è un effetto naturale , e che niente dimanda di particolare .

419. Avanti di ſpiegare le altre mutazioni che produce nel cielo il moto della terra , è eſſenziale di ben comprendere la propoſizione ſeguente : *ſe l' occhio dell' oſſervatore , traſportato dal moto annuo della terra , continua a vedere ſucceſſivamente un aſtro iſteſſo con raggi paralelli tra di loro , l' aſtro parerà non avere alcun moto* . Suppongo che l' oſſervatore ſituato in O

(fig. 45)

(*fig.* 45) veda un aſtro per il raggio OS, e che eſſendo arrivato in P lo veda per un altro raggio PM paralello al precedente ; dico che durante il tempo dell'andare dell'occhio da O in P, l'aſtro non gli è parſo avere alcun moto, vale a dire, che lo vede nella medeſima ſituazione, nella medeſima regione del cielo, e che giudicherà l'aſtro immobile o ſtazionario. Di fatto come noi non poſſiamo giudicare della ſituazione d'un aſtro, che comparandolo con qualche punto del cielo, a qualche oggetto, a qualche aſtro, a qualche piano, o linea, ſia OPR la linea o la direzione primitiva, che noi prendiamo per termine di comparazione; l'angolo SOR e l'angolo MPR ſono perfettamente uguali, poichè OS per ipoteſi è paralella a PM; dunque la diſtanza apparente di S e di M, rapporto al termine di comparazione OPR, ſarà in ambi i caſi di 90°. Queſta diſtanza eſſendo l'iſteſſa, non vi ſarà verun indizio, veruna apparenza di moto nell'oggetto S; dunque non ſi potrà a meno di giudicarlo immobile. Per poco che ſi rifletta, ſi capirà ch'è manifeſto, come ſi ha ſuppoſto, che non ſi può percepire il moto d'un oggetto che per confronto d'un altro. S'io foſſi ſolo nell'univerſo coll'aſtro S, e ſe foſſimo traſportati inſieme d'un moto comune attraverſo gli ſpazj imaginarj, ſarebbe impoſſibile che poteſſi ſcoprire queſto cambiamento, poichè qual indicio potrei averne?

420. Si dimanderà ora qual è l'oggetto di comparazione di cui ſi deve far uſo; ſi dimanderà ſe v'è un termine fiſſo, come la linea OR, al quale un aſtronomo poſſa comparare gli aſtri, per giudicare ſe anno qualche moto apparente. Riſponderemo che vi ſono molti di queſti termini fiſſi, quali il piano dell'equatore, o quello dell'ecclittica, trattandoſi delle ſtelle fiſſe: come queſti piani ſono fiſſi, o che almeno ſi conoſce bene la loro variazione, ad eſſi ſi riferiſcono le variazioni apparenti delle ſtelle fiſſe, per averne la quantità e la miſura.

421. Il punto equinoziale, o la linea tirata al primo punto d'ariete, è ancora un termine fiſſo di comparazione rappreſentato dalla linea OR, e s'impiega anche per li pianeti: ogni volta che il raggio SO, che marca il luogo dell'ecclittica, dov'è la ſtella, farà un angolo retto colla linea OR, che va verſo l'equinozio, giudicheremo neceſſariamente, che l'aſtro ha 90° di longitudine; queſta longitudine non ſi cangierà finchè l'angolo MPR ſarà uguale all'angolo SOR; noi terremo l'aſtro per *ſtazionario* finchè l'angolo P continuerà a parer eguale all'angolo O, che vuol dire, il pianeta continuerà ad aver 90° di longitudine rapporto all'ecclittica.

Moti de' pianeti veduti dalla terra.

422. Dopo d'aver provato, che come i pianeti principali, così la terra, gira intorno del ſole, è neceſſario ſpiegare le apparenze, che riſultano da queſto moto; ma una parte di queſte irregolarità procede dall'inclinazione dell'orbite planetarie riſpetto all'ecclittica; perciò cominceremo dallo ſpiegare gli effetti di queſta inclinazione. Quando ſi oſſervano i pia-

i pianeti nelle loro rivoluzioni periodiche attraverſo le ſtelle fiſſe, ſi trova, che non riſpondono affatto agli ſteſſi punti del cielo paſſando all' iſteſſa longitudine, e verſo le ſtelle medeſime: un pianeta che ſarà paſſato al nord, o di qua da una ſtella, nella rivoluzione ſeguente potrà paſſare di ſotto, o di là della ſtella medeſima, eſſer più o meno lontano dall'ecclittica, cioè aver più o meno di latitudine; inoltre paſſano ora al nord, ora al mezzodì dell'ecclittica, e ciò fin a 9° circa. Ciò prova, che le orbite planetarie non ſono nel piano medeſimo coll'ecclittica, ma che ſono inclinate le une più, le altre meno, ſebbene tutte paſſino per il centro del ſole, perchè s'oſſervano ſcoſtarſi egualmente da una parte e dall'altra dell'ecclittica.

423. Le orbite de' pianeti eſſendo tutte in piani differenti, e diverſamente inclinati, biſognò riferire queſti diverſi moti a un piano ſolo, per poterli calcolar tutti con metodo uniforme: ſi è ſcielto per tal effetto il piano dell'ecclittica, come s'è ſpiegato (98), e ciò per due ragioni; la prima, perchè il ſole eſſendo il più oſſervabile tra gli aſtri, è più naturale di ſcieglierlo per termine di comparazione, e di riferire alla ſua orbita, che per noi è ſtabile, quelle degli altri pianeti (gli aſtronomi d' un altro pianeta ſcieglierebbero l'orbita propria); la ſeconda ragione di queſta preferenza è, che l'orbite planetarie ſi ſcoſtano poco dall'ecclittica, e fanno con eſſa angoli piccoliſſimi, in modo che le riduzioni ſono minori e più comode, che rapportando le orbite ad un altro piano, come ſarebbe quello dell'equatore, al quale altra volta ſi rapportavano i moti celeſti.

424. Un *piano* in generale è una ſuperficie, ſulla quale ſi può tracciare per ogni ſenſo una linea retta: queſta è la definizione più eſatta, che ſi poſſa darne, perchè una ſuperficie non è più un piano, ſe una linea retta non vi ſi confonde, e non lo combacia in tutti i punti, e per ogni verſo. Da queſta definizione ſi poſſono cavare tutte le proprietà de' piani, come lo fece Euclide nel Lib. XI. degli elementi; eccone una di grande uſo per noi.

425. Un piano inclinato ſopra un altro lo taglia (ogni piano eſſendo per ſè infinito) in una linea retta, chiamata la *comune ſezione*. Così il piano DABC (*fig.* 48), ed il piano FABE, paſſano ambedue per la linea AB, che loro è comune, e perciò ſi chiama la *comune ſezione* dei due piani. *L'angolo dei due piani è uguale a quello che formano due rette, una in un piano, l'altra nell'altro, perpendicolari in un punto della comune ſezione, come ſarebbero* CB, EB, o pure DA, FA; non v'è altro mezzo di conoſcere l'inclinazione ſcambievole di due piani; ſe queſt'angolo ſi voleſſe miſurare con due linee oblique come HB, GB, non vi ſarebbe più miſura certa dell'angolo, potendo queſte linee eſſer più o meno oblique, e formare maggiore o minor angolo ſecondo che i piani ſono più o meno inclinati; ma le due perpendicolari ſole ſi avvicinano, e ſi ſcoſtano del pari coi piani.

426. L'orbita d'un pianeta veduta dal ſole ſi rapporta all'ecclittica, conſiderandola come un cerchio maſſimo della ſfera, nel modo che abbia-

mo

mo rapportato l' ecclittica all' equatore (94). Sia A L N l' ecclittica (*fig.* 49), A P M N l'orbita d'un pianeta, P il luogo del pianeta, P L un arco di cerchio di latitudine che paſſi pel centro del pianeta, perpendicolare all'ecclittica A L N; il punto L ſarà il luogo del pianeta, ridotto all'ecclitica, e che marca la longitudine del pianeta. I punti A, N, ne' quali l'orbita del pianeta traverſa l'ecclittica, ſono i *nodi del pianeta*. Il nodo A, in cui ſi trova il pianeta, mentre paſſa dal mezzodì al nord dell'ecclittica, chiamaſi *nodo aſcendente*, perchè allora il pianeta aſcende verſo il polo, che per noi è il più elevato; il nodo N, in cui paſſa il pianeta per ritornar al mezzodì dell'ecclittica, è il *nodo diſcendente*: ne' libri d'aſtronomia il nodo aſcendente è figurato col carattere ☊, il diſcendente col medeſimo roveſciato ☋. Sarà ſpiegato qui dopo (516) il modo di determinare coll'oſſervazione il ſito del nodo.

427. L'arco P L del cerchio di latitudine compreſo tra il pianeta e l'ecclittica ſi chiama *latitudine del pianeta*; ſe gli archi A P, A L e P L anno il loro centro nel centro del ſole, la latitudine P L ſi chiama *latitudine eliocentrica*, come quella che ſi oſſerverebbe dal centro del ſole; ma ſe il pianeta ſi rapporta a cerchi, il centro de' quali ſia ſuppoſto nel centro della terra, allora l'arco P L chiamaſi *latitudine geocentrica*. La latitudine eliocentrica P L è chiamata ancora *inclinazione* da alcuni autori come la Hire, ed Halley; ma io chiamerò ſempre *inclinazione l' angolo A che l' orbita A P fa coll' ecclittica A L*, e latitudine eliocentrica la diſtanza dall'ecclittica veduta dal ſole.

428. L'arco A P dell'orbita d'un pianeta, contato dal nodo aſcendente verſo levante, chiamaſi *argomento di latitudine*, perchè la latitudine P L dipende dalla quantità A P. Per aver l'argomento di latitudine ſi ſottra la longitudine del nodo dalla longitudine del pianeta, la differenza è l'argomento di latitudine: dico che conviene ſottrarre il luogo del nodo dal luogo del pianeta, e non queſto da quello; e qui devo notare coſa, che ſarà d'uſo in molte circoſtanze. L'argomento di latitudine è la quantità, o l'arco, per cui il pianeta è più avanzato in longitudine del nodo aſcendente. Accade ſovente, che la longitudine del nodo che ſi deve ſottrarre è maggiore di quella del pianeta; allora per poter far la ſottrazione, ſi aggiungono alla longitudine del pianeta 12 ſegni, o ſia 360°.

429. La latitudine dei pianeti è boreale nei 6 primi ſegni dell'argomento di latitudine, in qualunque ſito dell'ecclittica ſi trovi il nodo; così quando il pianeta percorre il ſemicerchio A P M N della ſua orbita, che ſi trova al nord dell'ecclittica partendo dal nodo aſcendente A la ſua *latitudine è boreale*, e il ſuo argomento di latitudine minore di 180°. Dopo d'aver corſo 6 ſegni, o 180°, il pianeta paſſa il ſuo nodo diſcendente N, e al mezzodì dell'ecclittica, la ſua *latitudine è auſtrale*, e il ſuo argomento di latitudine ſorpaſſa 6 ſegni.

430. Per calcolare la latitudine d'un pianeta, quando ſi ha l'argomento di latitudine, e l'angolo d'inclinazione dell'orbita ſull'ecclittica, baſta riſolvere il triangolo A P L, di cui ſi conoſce l'ipotenuſa A P, e l'an-

l' angolo A, oltre il retto L, ſi trova il lato PL oppoſto all' angolo cognito, ed è la latitudine del pianeta.

431. La *riduzione all' ecclittica* è la differenza tra l' argomento di latitudine, e la diſtanza del pianeta dal nodo, contata ſu l' ecclittica, cioè la differenza tra AP ed AL. Perciò per calcolare la riduzione all' ecclittica, baſta riſolvere l' iſteſſo triangolo APL colle regole della trigonometria ſferica, e cercare l' arco AL dell' ecclittica; la differenza tra AP ed AL farà la riduzione cercata.

432. Queſta riduzione ſi ſottra dall' argomento della latitudine AP per avere AL ſull' ecclittica, fin che la diſtanza AP è minor di 90°; ma nel ſecondo quarto dell' argomento l' ipotenuſa A *p* diventa più piccola dell' arco A *l* dell' ecclittica, ed allora biſogna aggiunger la riduzione, come ognun riflettendo capirà. Nel terzo quadrante dell'argomento di latitudine, paſſato il nodo N, la riduzione ſarà ſottrattiva, come nel primo quadrante, e additiva nel quarto, come nel ſecondo. La riduzione diventa nulla nei *limiti*, vale a dire a 90° dal nodo, come in M, perchè tanto AM, che AO ſono di 90°, benchè la figura ſembri moſtrarli diſuguali.

433. Le *longitudini eſpreſſe nelle tavole Aſtronomiche* ſono contate ſull' orbita di ciaſcun pianeta in queſto modo: ſupponiamo che il punto C dell' ecclittica ſia il punto equinoziale, dal quale ſi contano le longitudini, e che fiaſi preſo un arco AB dell' orbita uguale all' arco AC dell' ecclittica; il punto B è quello che forma l'epoche delle longitudini, talmente che quando il pianeta ſi trova in P, la ſua longitudine è l' arco BAP, cioè la ſomma degli archi CA ed AP, e la ſua *longitudine ridotta all' ecclittica* l' arco CAL.

434. Quando la riduzione all' ecclittica è ſtata ſommata colla longitudine del pianeta nella ſua orbita, o ſottratta ſecondo i caſi, ſi ha la longitudine ridotta all' ecclittica, e così ordinariamente l' impiegano gli aſtronomi nei loro calcoli.

435. Quando ſi conſidera l'orbita d'un pianeta come una circonferenza deſcritta nella concavità del cielo, non s' intende già che il pianeta percorre realmente una circonferenza di cerchio; ſi vedrà anzi che queſta è un' eliſſe (468); ma tutti i punti d'un' orbita planetaria veduti da un punto qualunque nell' interno di queſt'orbita, e nello ſteſſo piano, ſi rapportano nella ſfera celeſte e nella regione delle fiſſe a dei punti che eſſendo tutti nel piano d' un cerchio maſſimo vi formano la linea d' una circonferenza, a qualunque diſtanza ſieno dall' oſſervatore: le diſtanze reali non ſi ſtimano coll' occhio, ma ſolamente gli angoli, ſotto i quali compariſcono i moti dei pianeti, che ſembrano farſi in cerchio.

436. Dopo d' aver conſiderato l' orbita d' un pianeta, come un cerchio maſſimo veduto dal ſuo proprio centro, eſaminiamola in un altro punto di viſta, voglio dire, rapporto alla terra per poter tener conto delle mutazioni che la precedente teoria ſoffre a cagion del moto della terra. Sia S il ſole (*fig.* 50), TRN l' ecclittica o l'orbita annua della terra, di cui il piano paſſa per il ſole; AMDP un' orbita planetaria, il cui pia-

no

no paſſa anche eſſo per il ſole, ma inclinato ſull' ecclittica, che taglia nella ſezion comune A D N: biſogna concepire, che la parte A O D è rilevata ſopra il piano della noſtra figura, e che la parte D M A è immerſa ſotto la carta. Il pianeta nel punto A della ſua orbita è nel piano iſteſſo dell' ecclittica nella linea A D N comune ai due piani. Quando il pianeta parte dal punto A, s' innalza ſopra la figura ſuppoſta qui il piano dell' ecclittica, e alzandoſi di più in più arriva al punto O della ſua orbita, il più rimoto dall' ecclittica.

437. Queſto punto il più rimoto ſe ſia dalla parte boreale chiamaſi il *limite boreale*, paſſato il quale il pianeta diſcende in D, e di nuovo traverſa il piano dell' ecclittica, ſotto la quale immergendoſi deſcriverà la parte inferiore D M A, ed il punto M ſarà il *limite auſtrale*; il punto A il nodo aſcendente, il punto D il nodo diſcendente; la diſtanza del pianeta P dal ſuo nodo aſcendente, o l' arco A P della ſua orbita, o più toſto l' angolo nel ſole A S P, ſarà l' *argomento di latitudine*.

438. La parte A O D dell' orbita, eſſendo concepita elevata ſopra il piano della figura, s' immaginerà una perpendicolare P L tirata dal punto P, in cui ſia il pianeta, ſino al piano della figura o dell' ecclittica; l' angolo P S L, ſotto il quale appariſce queſta perpendicolare veduta dal ſole è la *latitudine eliocentrica*; l' angolo P T L ſotto il quale appariſce queſta iſteſſa linea veduta dalla terra T (ſi ſuppone qui un pianeta inferiore, venere o mercurio) è la *latitudine geocentrica*; la linea S P è la vera diſtanza del pianeta dal ſole, o il ſuo *raggio vettore* (482); la linea S L è quella che ſi chiama *diſtanza accorciata* (*diſtantia curtata*), cioè la diſtanza ridotta all' ecclittica; così P T è la vera diſtanza del pianeta dalla terra; L T la diſtanza accorciata. La linea P L eſſendo perpendicolare a tutte le linee di queſto piano, come T L, S L ec. perciò l' angolo P L T ſarà retto; baſta rappreſentarſi la linea P L verticale o a piombo ſulla figura, ſi capirà, che i triangoli P L S, P L T ſono rettangoli nel punto L.

439. Come l' arco A P o l' angolo A S P argomento di latitudine, è la diſtanza del pianeta dal nodo contata ſull' orbita, così l' angolo A S L è la diſtanza del pianeta dal nodo ridotta nel piano dell' ecclittica. Queſta diſtanza preſa dal nodo più vicino è minore della diſtanza miſurata ſull' orbita (431), o minore dell' angolo A S P, perchè la perpendicolare P L ha la ſua eſtremità L più vicina alla linea dei nodi A S N, che la cima P; la differenza è *la riduzione all' ecclittica*.

440. S' è dimoſtrato, che i pianeti girano intorno il ſole (411); nel libro ſeguente vedremo il metodo di trovare le dimenſioni delle loro orbite per via d' oſſervazioni rapportate al ſole. Ma come noi gli oſſerviamo dalla terra, biſogna qui eſaminare ciò che riſulta da queſta traſpoſizione, e quel che noi dobbiamo fare per riferire al ſole le oſſervazioni fatte ſulla terra. Abbiamo già ſpiegato ciò che ſia longitudine geocentrica, ed eliocentrica (427).

441. La *parallaſſi annua*, o la *parallaſſi del grand' orbe*, *proſtaphæreſis orbis*, è la differenza di queſte due longitudini, ed è il primo fenomeno, che

produce la noſtra lontananza dal ſole, vero centro dei moti planetarj. Sia S il ſole (fig. 50 e 51, la prima per li pianeti inferiori, la ſeconda per li pianeti ſuperiori), L il luogo d' un pianeta nell' ecclittica, T la terra nella ſua orbita T R N. L' angolo T L S formato dalla diſtanza accorciata S L del pianeta dal ſole, e dalla linea T L tirata dalla terra al luogo L del pianeta ridotto all' ecclittica, ſi chiama la *paralaſſi annua. Quell' angolo T L S è la differenza tra la longitudine eliocentrica e la longitudine geocentrica*. Perchè ſe ſi tira la linea S F paralella a T L (fig. 51) eſſa marcherà nel cielo l' iſteſſa longitudine che la linea T L (419) vale a dire, la longitudine geocentrica del pianeta L. Ora l'angolo L S F, che è uguale al ſuo alterno S L T, è la differenza tra la longitudine geocentrica marcata da S F, e la longitudine eliocentrica marcata da S L; dunque l' angolo S L T o la paralaſſi annua è queſta differenza. Si può anche dire, che è l'angolo formato nel piano dell'ecclittica dalle due diſtanze accorciate d' un pianeta dal ſole e dalla terra S L, T L.

442. Quando ſi conoſce l'orbita d' un pianeta per mezzo d' oſſervazioni rapportate al ſole, coi metodi del libro ſeguente, ſi è in iſtato di trovare per qualunque tempo qualunque longitudine eliocentrica d' un pianeta, e il ſuo raggio vettore, o ſia la ſua diſtanza dal centro del ſole. Se nell'iſteſſo tempo ſi conoſce la longitudine eliocentrica della terra, che è ſempre 6 ſegni da quella del ſole, colla diſtanza del ſole dalla terra, ſi avrà tutto ciò che è neceſſario per calcolare la longitudine del pianeta veduto dalla terra. Sia S T la diſtanza del ſole dalla terra, S L la diſtanza accorciata d'un pianeta dal ſole; l' angolo T S L uguale alla differenza di longitudine del pianeta P, e della terra T, vedute dal ſole, ſi chiama *angolo di commutazione*; la riſoluzione del triangolo T S L, di cui ſi conoſcono due lati coll'angolo intercetto, farà conoſcere l'angolo alla terra S T L che ſi chiama *angolo d' elongazione*, (del pianeta dal ſole). Queſta elongazione eſſendo ſottratta dalla longitudine del ſole, ſe il pianeta è all'occidente, o alla deſtra del ſole, darà la longitudine geocentrica del pianeta, e il punto d' ecclittica celeſte, a cui riſponde la linea T L tirata dalla terra al luogo N del pianeta ridotto all' ecclittica.

Si può trovare appreſſo poco con una figura ed un compaſſo il luogo d'un pianeta veduto dalla terra, formando il triangolo S T L, purchè ſi conoſca la longitudine di ciaſcun pianeta veduto dal ſole per una data epoca, come nella ſeguente tavoletta per il principio del 1772; colla durata della rivoluzione che riconduce il pianeta all' iſteſſo punto della ſua orbita (85).

Si

Si pone la terra T, e il pianeta P secondo le loro longitudini eliocentriche dividendo i cerchi A P, N T in *segni* e *gradi*, prendendo il punto A per il punto equinoziale; si tira la linea T P, e la linea S F paralella a T P, il grado ſul quale cade la linea S F ſarà la longitudine geocentrica del pianeta P.

	S.	Gr.	M.	S.
Sole	9	10	40	24
Luna	7	13	48	48
Mercurio	0	19	32	5
Venere	10	21	20	37
Marte	9	3	25	29
Giove	10	12	7	1
Saturno	4	19	46	30

443. La *latitudine geocentrica*, o l'angolo L T P ſi trova colla ſeguente proporzione: *Il ſeno di commutazione è al ſeno d' elongazione, come la tangente della latitudine eliocentrica alla tangente della latitudine geocentrica.*

Dimoſtrazione. Nel triangolo P L S rettangolo in L (438), ſi ha queſta proporzione S L : L P :: R : tang. P S L (*); nel triangolo P L T rettangolo pure in L, ſi ha una proporzione ſimile T L : L P :: R : tang. L T P. La prima proporzione dà queſta equazione L P . R = S L . tang. P S L, e la ſeconda, L P . R = T L . tang. L T P; dunque S L . tang. P S L = T L . tang. L T P; d' onde ſi cava queſta proporzione, T L : S L :: tang. P S L : tang. L T P. Ma in ogni triangolo rettilineo T L S i lati ſono tra loro come i ſeni degli angoli oppoſti, cioè, T L : S L :: ſen. L S T : ſen. L T S; dunque ſen. L S T : ſen. L T S :: tang. P S L : tang. L T P, latitudine geocentrica del pianeta.

444. La diſtanza della terra, come P T, è ſovente neceſſaria nei noſtri calcoli: per trovarla ſi comincia da cercare la diſtanza accorciata S L; perciò baſta multiplicare il raggio vettore S P o la vera diſtanza del pianeta dal ſole nella ſua orbita, per il coſeno della latitudine eliocentrica, o dell' angolo P S L: perchè la linea P L eſſendo perpendicolare ſul piano dell' ecclittica, il triangolo S L P è rettangolo in L; onde per la trigonometria ordinaria ſi ha R : S P :: ſen. S P L (o coſeno P S L) : S L, e perchè il raggio ſi prende ſempre per unità, ſi ha S L = S P . coſ. P S L. Ora nel triangolo L S T ſi conoſcono tutti gli angoli col lato S L ſi farà queſta proporzione, ſen. S T L : S L :: ſen. L S T : T L; *ſeno d' elongazione al ſeno di commutazione, come la diſtanza accorciata del pianeta dal ſole alla diſtanza del pianeta della terra.*

445. Finalmente queſta diſtanza accorciata T L, eſſendo diviſa col coſeno della latitudine geocentrica L T P, darà la diſtanza vera T P del pianeta dalla terra; per la medeſima ragione, che la diſtanza vera moltiplicata per il coſeno della latitudine eliocentrica dava la diſtanza accorciata del pianeta dal ſole.

446. La maggior latitudine geocentrica ne' pianeti determina la *larghezza del zodiaco*. Venere tra tutti i pianeti ha la maggior latitudine, per la ſua vicinanza alla terra, quando ſi trova in congiunzione inferiore,

(*) n. 33. *Introduzione alle Tavole Trigonometriche* ſtampate in Padova nella Stamperia del Seminario appreſſo il Manfrè.

nei limiti, e quando la terra è perielia. La latitudine di venere nel 1700 era di 8° 40', secondo l'effemeridi di quel tempo; e può arrivare fino a 9° $\frac{1}{4}$; perciò la larghezza del zodiaco è almeno di 17° $\frac{1}{3}$ in questo secolo, e diventerà più grande, quando *i limiti* di venere, il suo afelio, e il perielio della terra concorreranno a render la distanza di venere dalla terra minore, e la sua latitudine geocentrica maggiore.

447. Le inegualità, che provengono dal moto della terra nella sua orbita nell'apparente moto de' pianeti, cioè, le parallassi annue, anno servito a trovar le distanze de' pianeti. Appena Copernico conobbe con qual semplicità la sua ipotesi spiegava le retrogradazioni de' pianeti, vide ancora che quanto più considerabile era la retrogradazione, tanto più supponneva di vicinanza nel pianeta, e che questa retrogradazione può far conoscer la quantità della distanza. Le retrogradazioni dipendono dalla parallassi annua del grand' orbe; conviene dunque osservare questa, quando è la più grande; ecco come Copernico si regolava.

448. Copernico osservò li 25 Febbrajo 1514 a 5 ore della mattina la longitudine di saturno di 209°. Supponendo S il centro del sole (*fig.* 51), T la terra, P Saturno; trovava per il calcolo de' moti medj osservati nelle oppositioni, e dell' equazioni di saturno e della terra già determinate, che se la terra fosse stata in K, saturno avrebbe dovuto apparire a 203° 16', che era la sua longitudine eliocentrica o veduta dal sole; la differenza di 5° 44' era l'angolo K P T, o S P T, che Copernico chiamava commutazione, e Tolomeo avrebbe chiamata *Prostaphæresis orbis*, e noi adesso chiamiamo parallassi annua (441); l'angolo T S K, o T S P, differenza tra il luogo di saturno P veduto dal sole, e il luogo della terra T calcolato per il medesimo tempo, era di 67° 35' (è questo che si chiama oggi *commutazione*); dunque l'angolo T, o sia P T S *di elongazione*, era di 106° 41'. Conoscendo tutti gli angoli di questo triangolo, si ha il rapporto tra i lati S P, S T, vale a dire, tra le distanze della terra e di saturno dal sole; questo rapporto si trovava essere quello di 1 a 9 $\frac{6}{10}$ in circa, vale a dite, che saturno P era 9 $\frac{1}{2}$ volte più lontano dal sole S, che la terra T. (*Coper. de Revolutionibus Lib. V. c. 9.*).

449. Lo stesso è d'ogni altro pianeta: osservata più volte la sua opposizione al sole, o sia la sua longitudine nel tempo ch' è la stessa veduta dalla terra e dal sole, come quando il sole S, la terra K, e il pianeta P sono nella medesima linea, si può calcolare esattamente la longitudine veduta dal sole, quando la terra si trova a 90° di là, come verso T, o l'angolo di commutazione P S T = 90°: se allora si osserva la longitudine del pianeta veduto dalla terra, si troverà differente di molti gradi, e questa quantità sarà l'angolo S P T, parallassi annua del pianeta. Per maggior esattezza conviene far uso del punto L, o del luogo ridotto all' ecclittica.

450. Quando si conosce l'angolo S L T e l'angolo L S T, ch'è la dif-

differenza tra la longitudine della terra cognita per l'istesso istante e quella del pianeta calcolata precedentemente si suppone S T eguale all'unità, e risolvendo il triangolo S T L, si trova S L, ch'è la distanza del pianeta dal sole, o il raggio del suo orbe, in parti di questa unità, ch'è la distanza del sole dalla terra: così si sono trovati i numeri 4, 7, 10, 15, 52, 95, che esprimono le distanze de' sei pianeti dal sole, o almeno i loro rapporti. Esse distanze si sanno con maggior esattezza nell'annessa tabella. I valori assoluti di questi numeri in miglia, o leghe, non possono conoscersi, se non coi metodi, de' quali si tratterà nel libro IV, all'occasione della parallasse del sole; ma si troveranno in una tavola alla fine di quest'opera.

Pianeti	*distanze medie de' pianeti dal sole*
Mercurio	38710
Venere	72333
Terra	100000
Marte	152369
Giove	520098
Saturno	953937

451. Il metodo spiegato e adoprato prima da Copernico, servì a Keplero per trovar le distanze de' pianeti col mezzo delle loro rivoluzioni e parallassi annue, e gli scoprì quella bella legge di cui si parlerà tosto, che i quadrati de' tempi sono come i cubi delle distanze (469). Ci basta qui d'aver mostrato, che il sistema di Copernico, una volta dimostrato, porge un mezzo di conoscere le distanze de' pianeti dal sole, o almeno le loro proporzioni colla distanza della terra.

452. Si prova istessamente che le stelle nuove del 1572 e del 1604, erano molto di là dal sistema solare (287); perchè nello spazio di tre mesi che la terra impiega per andare da K in T, la parallasse annua S P T, che per saturno arrivava a $5° \frac{2}{4}$ (448), e che non fu d'un minuto in queste stelle, prova, ch'erano 345 volte almeno più lontane da noi che saturno.

Delle rivoluzioni planetarie.

453. Avendo dimostrato in che consiste la seconda inegualità de' pianeti, e la maniera di schivarne l'effetto, è tempo di parlare delle rivoluzioni medie de' pianeti, tanto riguardo a un punto fisso, che rapporto alla terra. La durata di queste rivoluzioni planetarie, che conviene conoscere per arrivare alle parallassi annue, non si può determinare esattamente se non col mezzo delle congiunzioni ed opposizioni de' pianeti col sole. Imperciocchè i pianeti girando intorno il centro del sole, le loro rivoluzioni devono contarsi intorno ad esso. Ma le congiunzioni e le opposizioni sono i soli punti, ne' quali la longitudine d'un pianeta veduto dalla terra sia nella stessa linea, che veduto dal sole; dunque sono queste le circostanze che conviene impiegare per queste ricerche.

454. Le congiunzioni e le oppozizioni de' pianeti, che devono servire a determinare la durata delle loro rivoluzioni, devono prendersi a grandissimi intervalli le une dall'altre, affine che l'effetto delle equazioni, o ine-

o inegualità periodiche ſparisca, e venga come aſſorbito per il gran numero di rivoluzioni nelle quali ſi troverà diviſo, come ſi è fatto per il ſole (315). I confronti delle oſſervazioni antiche riferite nell' Almageſto di Tolomeo, ſi trovano fatti colla maggior cura negli *Elementi d' Aſtronomia del Sig. Caſſini* ſtampati a Parigi nel 1740: ha raccolto le oſſervazioni antiche, le ha ridotte, calcolate, diſcuſſe, e ne ha concluſo le rivoluzioni tropiche, cioè i ritorni all' equinozio di ciaſcun pianeta. Si troveranno al fine dell' opera i riſultati dei confronti da me fatti, coll' aggiunta delle rivoluzioni ſiderali (321), delle rivoluzioni ſinodiche, ec.

Delle Equazioni ſecolari.

455. Le inegualità periodiche, di cui s' è parlato (308), e delle quali ſi vedrà toſto (497) il calcolo nell' orbite ellittiche, ritornano ad ogni rivoluzione: eſſe non tolgono già, che queſte rivoluzioni ſiano eguali conſiderando il ritorno del pianeta al medeſimo punto della ſua orbita; e non oſtante, comparando le oſſervazioni fatte in diverſi ſecoli, s' è oſſervato un ritardo nel moto medio di ſaturno, e un' accelerazione in quello di giove, e della luna. Keplero ſcriveva nel 1625, ch' avendo eſaminato le oſſervazioni di Regiomontano, e di Walthero, fatte verſo il 1460 e 1500, aveva trovato coſtantemente i luoghi di giove e di ſaturno, più o meno avanti di quello dovevano eſſere ſecondo i moti medj determinati per le antiche oſſervazioni di Tolomeo e quelle di Ticone fatte verſo il 1600. Io dopo d' aver diſcuſſo queſta materia, e prendendo un mezzo tra molte oſſervazioni fatte in varj ſecoli, ho trovato che biſognava ſupporre l' equazione di ſaturno di 5° 13′ 20″ per lo ſpazio di 2000 anni, o 47″ per il primo ſecolo. Quella di giove di 3° 23′ 20″, o di 30″ per ſecolo: ſi ſuppone, ch' ella va creſcendo come il quadrato de' tempi, come l' accelerazione de' gravi.

456. Il moto medio di ſaturno in diverſi ſecoli ſoffre altre inegualità, che non ſi poſſono nè pure ſpiegare coll' equazioni ſecolari; la ſua rivoluzione media ſi trova differente da ſe ſteſſa, ſecondo le circoſtanze ove s' oſſerva; ſenza che l' attrazione di giove, che ſi credeva dover influire ſola ſopra i ſuoi moti, poſſa produrre una tale differenza: queſta irregolarità ſingolare, ch' io ho ſcoperta nel 1766, ſi trova ſpiegata a lungo nelle memorie dell' Accademia di detto anno. Il mio riſultato è, che, indipendentemente dall' attrazione di giove, vi è in ſaturno un' inegualità, di cui la cagione deve eſſer differente; che nelle iſteſſe configurazioni con giove produce un effetto più grande di quello che riſulta da maggiori diverſità nella poſizione di giove rapporto a ſaturno, e che diventa ſenſibile ſopra tutto dopo il principio di queſto ſecolo. Io ignoro qual ne ſia la cagione; ſors' ella è l' azione di qualche cometa che ſarà paſſata vicina. Ma il fatto, di cui non ſi può dubitare, è, che l' ultime rivoluzioni di ſaturno differiſcono tra eſſe di più d' una ſettimana, mettendo anche a parte tutte le inegualità cognite, ſenza che una sì grande differenza poſſa venir prodotta nè dall' azione di giove, nè da veruna

delle

delle cauſe che conoſciamo. Perciò le mie tavole di ſaturno, le quali dal 1740 ſino al 1770 non s' allontanavano dall' oſſervazione ſe non uno o due minuti, già nel 1773 ſi ſcoſtano di ſei minuti, ciò che annunzia un ritardo ſenſibile in 3 anni. Vi vorrà ben del tempo avanti che ſi arrivi a diſtinguere tutti queſti diſordini: ſaturno non facendo che una ſola rivoluzione in 30 anni, non ſi può ſe non dopo molti ſecoli averne un numero ſufficiente per riconoſcerne le varietà e le irregolarità loro.

Ritorno de' Pianeti all' iſteſſo ſito.

457. La poſizione apparente d' un pianeta veduto dalla terra dipende non ſolamente dal luogo dove eſſo ſi trova realmente, ma ancora dal luogo in cui è veduto da noi, che vuol dire, dal luogo della terra. Poichè in virtù della parallaſſe annua (441) un pianeta ſituato in un ſolo e ſteſſo luogo può parere più orientale ſe la terra è più occidentale; può anche parere in un luogo totalmente oppoſto. Perciò affine che un pianeta ritorni per noi all' iſteſſa longitudine dove fu una volta, biſogna che il pianeta e la terra ſiano nello ſteſſo punto della propria orbita, cioè che abbiano l' iſteſſa longitudine; allora il luogo del pianeta, la ſua latitudine veduta dalla terra, non meno che il paſſaggio per il meridiano, il levare ed il tramontare, ſi trovano gli ſteſſi di prima, e ricominciano collo ſteſſo ordine. Se foſſe facile trovare ſimili periodi per li pianeti, la fatica di quelli che calcolano l' effemeridi, ſarebbe aſſai diminuita a queſto riguardo; ma queſti periodi ſono o aſſai lunghi, o aſſai imperfetti: non oſtante eccone un ſaggio che può eſſer utile a quelli che calcolano effemeridi.

458. Mercurio deve trovarſi quaſi all' iſteſſo ſito rapporto alla terra, dopo 13 anni 3 giorni; ſaranno ſolamente 13 anni e 2 giorni, ſe nei 13 anni ve ne ſiano 4 biſſeſtili; perchè in queſto intervallo mercurio fa 54 rivoluzioni con 2° 55′ di più, e la terra 13 rivoluzioni con 2° 59′ di più.

459. Venere dopo uno ſpazio di 8 anni, ſi trova a 1° 32′ ſolamente dal luogo dove era, e la terra ſi trova 4′ più lontana, in modo che la ſituazione apparente di venere viene quaſi la ſteſſa 2 giorni avanti.

460. Marte in 15 anni meno 18 giorni ſi trova aver una ſituazione apparente appreſſo poco ſimile; ſarebbero 15 anni meno 19 giorni, ſe nei 15 anni vi foſſero 4 biſſeſtili. V' è un periodo ancora più eſatto per marte, ma è di 79 anni 4 giorni, o un giorno meno ſe vi ſono 20 biſſeſtili.

461. Per giove ſono 83 anni ſupponendo in queſto intervallo ſolo 20 biſſeſtili; ſe foſſero 21, ſarebbero 83 anni meno un giorno. Il periodo di 12 anni e 5 giorni tiene ancora molto di eſattezza.

462. Saturno in 59 anni e 2 giorni cambia di 1° 45′, e la terra di 1° 41′: per tal modo ſaturno e la terra ſi trovano per così dire all' iſteſſa anomalia, all' iſteſſa diſtanza dal ſole, e all' iſteſſa diſtanza tra loro: ſarebbero 59 anni e 3 giorni, ſe nell' intervallo vi foſſe un anno

ſecolare come il 1700, di cui è ſoppreſſo il biſſeſtile nel Calendario Gregoriano.

Li 29 Settembre 1702 ſaturno era in oppoſizione a $8^h \frac{1}{4}$ della ſera con 0^s 6° di longitudine; li 30 Settembre 1761 di mattina s' è trovato in oppoſizione avendo 1° 55' di longitudine di più che nel 1702, e ſolamente 2' di più in latitudine. L' iſteſſo è dai 15 Luglio 1696 ai 18 Luglio 1755. Si oſſerverà ſolamente in queſto confronto, che l' intervallo è di 59 anni 3 giorni, perchè l'anno 1700 fu ſenza biſſeſtile.

Stazioni e retrogradazioni de' pianeti.

463. I pianeti inferiori mercurio e venere girano intorno il ſole in minor tempo della terra: perciò devono comparir *diretti* nelle loro congiunzioni ſuperiori, e *retrogradi* nelle congiunzioni inferiori. Sia T B l' orbita della terra (*fig.* 50), A M D O l'orbita di venere o di mercurio. Quando la terra ſi trova in B, e venere in M nella congiunzion ſuperiore di là dal ſole, pare andare, come va realmente, da occidente in oriente, verſo la ſiniſtra da M verſo D. Ma ſe eſſendo la terra in B, venere ſi trova in O di quà dal ſole nella congiunzione inferiore, parerà andare a deſtra da O in P, più velocemente che la terra non vada da B in T: perciò venere in apparenza ſarà retrograda nella ſua congiunzione inferiore; perchè ſe bene ella vada in fatto nell' iſteſſo ſenſo, come quando era in M, riſpetto a noi va in un ſenſo contrario; allora dunque ſembra avanzare contro l'ordine de' ſegni, ed è retrograda; ma ciò proviene unicamente da ciò che noi compariamo e rapportiamo i pianeti veduti dalla terra noſtra a' punti della ſfera ſtellata molto di là e lontaniſſimi da noi.

464. Tra il moto diretto e il moto retrogrado v' è neceſſariamente un iſtante che forma il paſſaggio, vale a dire un tempo in cui il pianeta pare *ſtazionario:* ceſſa allora d'eſſer diretto, e inclina a diventare retrogrado, ma non è nè l'un nè l'altro; è nel punto di riunione, ove s' incontrano gli archi di direzione e di retrogradazione; ed è queſto punto che conviene determinare, ſe ſi vuol conoſcere l'eſtenſione della retrogradazione. Se la terra foſſe fiſſa in B, venere ci parrebbe ſtazionaria eſſendo ſulla tangente B C menata dalla terra all'orbita del pianeta; perchè vi ha in queſto punto C un picciol arco dell' orbita che ſi confonde colla tangente B C, e in tanto che il pianeta percorre queſto piccolo arco, reſta per noi ſull' iſteſſa linea, ſullo ſteſſo raggio viſuale, e corriſponde all' iſteſſo punto del cielo, ſupponendo la terra fermata in B.

465. Ma la terra avendo un moto da B in T, ciò fa che il pianeta paja averne uno in ſenſo oppoſto verſo la ſiniſtra, benchè ſia ſulla tangente B C: ſolamente qualche tempo dopo arriverà che il moto G H del pianeta (*fig.* 52), e il moto I K della terra durante lo ſteſſo tempo, ſaranno tali che i raggi viſuali I G, K H, ſaranno paralelli tra loro; allora il pianeta per tutto queſto tempo parerà corriſpondere all' iſteſſo punto

to dell' ecclittica, parerà ſtazionario; perchè s'è veduto (419) che tutte le linee rette paralelle tirate dal noſtro occhio in cielo a grandiſſime diſtanze ſono per noi come una ſola e iſteſſa linea, diretta all' iſteſſo luogo del cielo, alla medeſima longitudine.

Mettendo la terra in luogo di venere, e conſiderando che i pianeti ſuperiori ſono più lenti della terra, facilmente ſi capirà, che diventano retrogradi nelle oppoſizioni, rimanendo addietro dalla terra.

466. Per determinare la quantità o l' arco della direzione e della retrogradazione de' pianeti, biſogna ſpezialmente conoſcere il punto e il momento, in cui ſono ſtazionarj. Queſto è un problema difficile, quando ſi vogliono conſiderare le inegualità del pianeta e della terra. Ma per un calcolo meno ſevero, baſta prender l' effemeridi, nelle quali le longitudini de' pianeti ſono calcolate di giorno in giorno, e ſi vedono i punti in cui la longitudine s'è trovata l' iſteſſa due giorni di ſeguito; l' intervallo di queſti due punti, o il tempo che li ſepara, divide la rivoluzione in due parti, che ſono, la durata della direzione, e quella della retrogradazione. Variano molto ſecondo la diſtanza di ciaſcun pianeta. La maggior durata di retrogradazione è appreſſo poco di 22 giorni per mercurio, di 43 per venere, di 80 per marte, di 122 per giove, e di 141 per ſaturno, nell' intervallo da una congiunzion all' altra, o d'una rivoluzione ſinodica (454). Si poſſono vedere delle ſoluzioni di queſto problema delle retrogradazioni nelle memorie dell'Accademia di Petersburgo, e nella Grande *Aſtronomia*.

LIBRO TERZO.

Teoria del moto de' pianeti intorno al ſole.

467. Dacchè il Keplero ebbe ben compreſo la certezza del ſiſtema Copernicano, non pensò più che a ſervirſene per conoſcere le diſtanze de' pianeti dal ſole, e le leggi del loro moto intorno al ſole: vi riuſcì ſopra la ſperanza, poichè di fatto ſcoprì tre coſe, le più importanti della fiſica celeſte, che ancora ſi chiamano le *Leggi di Keplero*.

1°. *Che le orbite de' pianeti ſono delle elliſſi, di cui il foco è nel centro del ſole.*

2°. *Che deſcrivono queſt' elliſſi con celerità tali, che le aree ſono ſempre proporzionali ai tempi.*

3°. *Che i quadrati dei tempi delle loro rivoluzioni ſono come i cubi delle loro diſtanze dal ſole.*

468. Per trovare la figura dell' orbite planetarie, il Keplero preſe in conſiderazione ſpezialmente l' orbita di marte, perchè è la più vicina alla terra, ed ha un' eccentricità conſiderabile: cercò il mezzo di trovare le diſtanze di marte dal ſole in diverſi punti della ſua orbita, prendendo ſempre la diſtanza della terra dal ſole per baſe come ſcala comune: ſi valſe perciò della parallaſſe di marte, o dell' angolo S P T (*fig.* 51), dedotto dalle oſſervazioni, come ſi è ſpiegato qui ſopra per ſaturno ſecondo Copernico (448); determinò parimenti la diſtanza di marte dal ſole nel ſuo afelio, e nel ſuo perielio, l' una di 16678 parti, l' altra di 13850, ſuppoſta ſempre la diſtanza media della terra dal ſole di 10000, perciò la diſtanza media di marte era di 15264, e l' eccentricità di 1414. Preſe di poi tre altre diſtanze tra l' afelio ed il perielio, come S M, S D (*fig.* 55); le determinò colle oſſervazioni di Ticone per lo ſteſſo metodo. Queſte diſtanze di marte dal ſole ſi trovarono tutte più piccole di quello ſarebbero ſtate in un' orbita circolare della ſteſſa eccentricità, e dello ſteſſo raggio, come il cerchio circoſcritto A N P; ne ſeguiva naturalmente, che l' orbita di marte era più ſtretta d' un cerchio; che ſi ſtringeva nei fianchi, ed era in forma d' ovale: queſta è la concluſione ch' egli ne cava alla pagina 213 della ſua grande e bella Opera intitolata *Aſtronomia nova . . . . tradita Commentariis de Stella Martis* 1609.

469. Le diſtanze de' pianeti così determinate conduſſero il Keplero a cercare qual proporzione vi foſſe tra le diſtanze e le durate delle rivoluzioni. E perchè, diceva egli, giove ch' è cinque volte più lontano che la terra dal ſole, e che non ha che cinque volte più di ſtrada da fare, impiega 12 volte più di tempo a percorrerla, vale a dire 12 anni? le proporzioni dei tempi ſono più grandi che quelle delle orbite: ma forſe vi ſono delle potenze o delle radici di queſti numeri che vanno d' accordo.

Agli 8 Marzo 1618 gli venne in mente per la prima volta di compa-

rare

rare le potenze di differenti numeri, esprimenti le durate delle rivoluzioni de' pianeti, e le loro distanze; comparò a caso dei quadrati, dei cubi, ec. provò anche i quadrati de' tempi coi cubi delle distanze; ma per vivacità o per impazienza fece qualche fallo di calcolo; s'ingannò per la prima volta; credendo che tal proporzione non avesse luogo, rigettò questa bell'idea come falsa ed inutile. Solamente ai 15 Maggio seguente vi ritornò tentando gli stessi calcoli e confronti: computò meglio, e conobbe che realmente regnava una proporzione eguale e costante tra i quadrati de' tempi periodici di due qualunque pianeti e i cubi delle loro distanze medie dal sole. Fu così rapito da questa scoperta, che appena si fidava de' suoi calcoli; credeva di farsi illusione, e d'aver supposto quello che si dovea cercare; non osava persuadersi d'aver in fine trovato una verità ricercata per 17 anni (*Harmonices*, lib. V. p. 189): che avrebbe egli detto, se avesse potuto prevedere le conseguenze mirabili che dopo si sono ricavate da questa legge? poichè fu da questa legge che si scoprì quella dell'attrazione (1012).

470. La distanza della terra dal sole sta alla distanza di giove dal sole come 10 a 52: i cubi loro in conseguenza sono come 1 e 140; or le durate delle rivoluzioni loro sono di $365\ \frac{1}{4}$, e di $4332\ \frac{1}{2}$ di giorni; de' quali i quadrati, trascurando l'ultime cifre, sono parimenti come 1 e 140. Se si prendono più esattamente le rivoluzioni siderali (454), e le distanze (450), si avrà 140, 6874, numero esatto, che esprime quante volte il quadrato della rivoluzione di giove, e il cubo della sua distanza contengono quelli della terra. Questa legge si verifica egualmente quando si paragonano le distanze de' satelliti di giove e di saturno colle durate delle loro rivoluzioni; e si vedrà nel XII libro, che da questa legge data per la osservazione, ne segue necessariamente, che la forza centrale o sia la gravità de' pianeti verso del sole è in ragion inversa del quadrato della distanza, ch'è la più bella scoperta del Newtono, dovuta infallibilmente a questa del Keplero.

471. Io mi sono pure servito di questa legge per trovare le distanze medie dei pianeti poste nella tavola dell'articolo 450; e le credo più esatte di quelle che si potrebbero dedurre dalle osservazioni alla maniera del Keplero, benchè queste ci abbiano suggerito la regola, che adopriamo ora abbandonando le stesse osservazioni.

472. Un'altra legge generale del moto de' pianeti, egualmente importante nell'astronomia, è questa, che le *aree sono proporzionali ai tempi*: è questa pure una scoperta del Keplero; ei pertanto non dimostrava questa verità se non in modo incompleto: il Newtono ha fatto vedere il primo, che questa era una conseguenza necessaria delle leggi del moto. Il Keplero era persuaso, che il moto circolare de' pianeti venisse prodotto da una certa forza emanata dal sole, che gli sforzasse a girare intorno dell'asse del sole, come girava lui stesso. Considerava che poichè i pianeti più lontani giravano più lentamente dei più vicini, bisognava che la forza motrice fosse minore a una maggior distanza; e questo lo condusse a

ſtabilire non ſolo la forza d'*inerzia*, di cui ha parlato il primo, ma ancora la regola delle aree proporzionali ai tempi.

473. Il Keplero dimoſtra prima nella ſua ſifica celeſte nuova, che il moto de' pianeti negli abſidi è proporzionale alla loro diſtanza dal ſole; anche nell' ipoteſi di Tolomeo (309), vale a dire che prendendo un arco dell' eccentrico verſo l' afelio ed un altro arco della ſteſſa lunghezza verſo il perielio, il pianeta ſta più tempo nell' arco afelio, a proporzione che la diſtanza afelia è più grande; o ſia, ciò ch' è lo ſteſſo, che le aree deſcritte nello ſteſſo o egual tempo ſono eguali.

474. Sia E (*fig.* 53) un punto, intorno al quale il moto ſembrerebbe uniforme (309), e che, ſecondo Tolomeo, era differente dal centro dell'eccentrico; S il centro del ſole, nell' iſteſſa diſtanza dal centro C, come il punto E: tirate due linee M E O, N E P, l'arco M N, e l'arco O P ſono percorſi nello ſteſſo tempo in queſta ipoteſi, mentre gli angoli in E ſono eguali. Or ſe dal punto S ſi tirano le linee S Q, S P, e le linee S N, S M, formeranno due ſettori uguali: poichè, ſupponendo gli M N, O P eſtremamente piccoli, a cagione de' triangoli ſimili come rettilinei, ſi avrà queſta proporzione M N : O P :: E R : E Q; dunque M N . E Q = O P . E R. Ma E Q = S R, ed E R = S Q per l'ipoteſi; dunque M N . S R = O P. S Q; dunque il ſettore S N M è uguale al ſettore O S P; dunque nell' iſteſſa ipoteſi degli antichi, prendendo due archi M N, O P deſcritti da un pianeta in tempi eguali, ſi avranno nel punto S delle aree uguali.

475. Dall' impiegare un pianeta più tempo nel ſuo afelio a ſcorrere un medeſimo arco, il Keplero in generale concluſe, che quanto più un pianeta è lontano dal centro del ſole, tanto più debolmente viene animato dalla forza motrice, che lo fa girare intorno al ſole, come ſi è verificato dopo la ſcoperta della legge d'attrazione.

476. Paſſando il Keplero alla conſiderazione delle orbite ellittiche, traſporta all' elliſſe le proprietà ch' egli avea dimoſtrato per il cerchio eccentrico, ſenza impiegare nuova dimoſtrazione: perciò la legge dell'aree proporzionali ai tempi non era provata, che imperfettamente; e non poteva paſſare ſe non che per un' approſſimazione comoda, facile nella pratica, e giuſtificata dall' accordo del calcolo coll' oſſervazione. Ma conſiderando le orbite planetarie come riſultanti dal concorſo di due forze e di due direzioni differenti, di cui l' una ſia per ſua natura uniforme e coſtante, allora le aree diventano neceſſariamente e rigoroſamente proporzionali ai tempi, come lo dimoſtreremo or ora (480).

477. In oggi ſi dimoſtra egregiamente coll' oſſervazione dei diametri del ſole, che le aree ſono proporzionali ai tempi verſo gli abſidi, o ciò ch'è lo ſteſſo, che il moto del ſole è tanto più lento, quanto è più lontano dalla terra. Il diametro del ſole è di 31′ 31″ in eſtate, e di 32 36″ in inverno ſecondo le oſſervazioni da me fatte colla maggior cura; queſto prova che la diſtanza del ſole in inverno è a quella d' eſtate come 31′ 31″ ſta a 32′ 36″; poichè le grandezze apparenti d' un oggetto lontano ſono in ragion inverſa delle ſue diſtanze: il moto orario del ſole

in

in inverno è di 2′ 33″; ora 32′ 36″ : 31′ 31″ :: 2′ 33″ : 2′ 28″ ; perciò il moto orario del sole dovrebbe essere di 2′ 28″ in estate, se questo moto orario fosse in se stesso costante ed uniforme , e le sue differenze non dipendessero che dalla sola lontananza dal sole ; non ostante per l' osservazione questo moto orario non si trova che di 2′ 23″ , più piccolo di quello dovrebbe essere in tal supposizione . Dunque oltre li 5″ di differenza che vi deve essere tra i moti orarj del sole in estate e in inverno a cagione delle sue differenti distanze , vi è ancora una differenza reale di 5″, che non proviene dalle distanze , ma ch' è un vero rallentamento nel moto apparente del sole ; dunque il moto reale della terra effettivamente si rende più lento nell' afelio che nel perielio . Si vede anche che questo è in ragion inversa delle distanze ; poichè si trovano 2′ 23″ in vece di 2′ 28″ come sarebbe supposto il moto uniforme ; che vuol dire 5″ per l' eccesso del moto orario in inverno sopra il moto orario in estate , indipendentemente da 5″ che vi devono essere a cagione della distanza del sole minore in inverno ; ora 2′ 23″ sta a 2′ 28″, come 31′ 31″ a 32′ 36″, cioè , come il diametro in estate al diametro in inverno , o sia come la distanza in inverno alla distanza in estate ; dunque il moto del sole in estate è al moto, che parerebbe avere se camminasse uniformemente, in ragion inversa della sua distanza .

478. La legge dell' aree proporzionali ai tempi essendo stata dimostrata dal Keplero per il caso dell' afelio e del perielio , e verificata insieme per l' accordo generale che si trova tra le osservazioni ed il calcolo dedotto da questa legge , si potrebbe prendere come provata astronomicamente non essendosi per anche trattato delle cagioni che devono produrre questa legge . Non ostante si dimostrerà in poche parole , 1°. che i pianeti girano intorno al sole in virtù d' una forza centrale o attrattiva , diretta al fuoco dell' ellisse ; 2°. che supposta una volta questa forza , ne segue che le aree sono proporzionali ai tempi : sarà questa una cognizione elementare , che preparerà il lettore alla fisica celeste , di cui si tratterà nel libro XII.

479. La prima legge del moto provata dall' esperienza , e ammessa da tutti i matematici , anche al tempo di Anassagora , è , che un corpo che percorre una linea retta uniformemente nello spazio d' un minuto , percorrerebbe un' altra linea retta colla stessa direzione nel minuto seguente se niente non vi si opponesse . Perciò il pianeta P (*fig.* 54) essendo andato una volta uniformemente da P in Q sopra la linea retta PQ , continuerebbe a muoversi da Q in F coll' istessa direzione PQF , percorrendo uno spazio QF uguale a PQ, uniformemente , e nello stesso spazio di tempo . Pure i pianeti descrivono delle ellissi e non delle rette ; curvano incessantemente la loro via verso la parte del sole , e ritornano dopo una rivoluzione per la stessa via alla stessa distanza dal sole . Vi è dunque nel sole una forza capace di distogliere ad ogni istante un pianeta dalla linea retta descritta nell' istante precedente . Si esaminerà la misura e la quantità di questa forza nel libro XII in cui si tratterà dell' attrazione : basta qui far vedere che questa forza centrale esiste ; poichè senza di essa

i pia-

i pianeti non potrebbero deſcrivere ſe non che linee rette; nè ritornerebbero mai ai medeſimi luoghi come fanno, deſcrivendo inceſſantemente una curva che circonda il ſole.

La ſeconda legge del moto ch' io ſuppongo pure cognita e dimoſtrata perchè ſi trova in tutti i libri di meccanica e di dinamica, è queſta: un corpo ſpinto ad un tempo da due forze differenti, delle quali le direzioni fanno un angolo, e delle quali ciaſcuna potrebbe fargli ſcorrere in un minuto uno de' lati d' un paralellogrammo, nel minuto medeſimo deſcriverà la diagonale. Il pianeta arrivato in Q è ſpinto verſo il ſole ſecondo la direzione QS, con una forza che ſola ſarebbe capace di fargli percorrere in un minuto una retta come QG, mentre nello ſteſſo iſtante viene ſollecitato a ſcorrere in un minuto una linea QF uguale a PQ, in virtù della prima legge del moto: or ſe ſopra le linee QG, QF ſi forma un parallelogrammo GQFR, il pianeta percorrerà la diagonale QR nello ſteſſo minuto. Queſti ſoli principj baſtano a dimoſtrare, che la legge delle aree proporzionali a' tempi deve aver luogo per tutti i pianeti. Vedete a preſſo poco la dimoſtrazione del Newtono (*philoſ. natur. principia mathematica l. I. ſec. II. prop. I.*)

480. Io conſidero un pianeta in un punto qualunque Q della ſua orbita, che l' iſtante avanti abbia percorſo qualunque minima porzione PQ di queſt' orbita, che ſi può prendere per una linea retta: il pianeta arrivato da P in Q, ed il raggio della ſua orbita eſſendo paſſato da SP in SQ, ha deſcritto l' area SPQ in un minuto di tempo; e dico che nel minuto ſeguente deſcriverà un' area SQR uguale ad SPQ, o ſia un triangolo uguale in ſuperficie ad SPQ, di ſorte che l' area deſcritta dal *raggio vettore* ſarà eguale in tempo eguale. Imperciocchè ſe il pianeta libero aveſſe continuato a muoverſi da Q in F avrebbe deſcritto un' area QSF eguale all' area PSQ, queſti due triangoli eſſendo eguali per aver le baſi PQ, QF eguali, e la medeſima altezza col vertice comune. Ma per la forza centrale che trae il pianeta verſo del ſole, il pianeta in luogo dell' area QSF, deſcriverà l' area QSR: or li triangoli QSR, QSF ſono ancora eguali, perchè anno la medeſima baſe QS, e ſono compreſi tra le iſteſſe paralelle FR, QS: dunque l' area QSR è parimenti eguale all' area PSQ. Reſta dunque dimoſtrato, che la piccola area deſcritta nel primo minuto è uguale alla piccola area deſcritta nel minuto ſeguente; e procedendo così di minuto in minuto per tutta la durata della rivoluzione, ſi dimoſtrerà colla ſteſſa facilità, che l' iſteſſo pianeta deſcriverà eternamente l' iſteſſa area nell' iſteſſo tempo, a qualunque diſtanza dal ſole che ſia, quando non arrivaſſe una forza ſtraniera a ſturbare l' ugualità tra QF e PQ, cioè tra la linea che un pianeta ha percorſo, o quella che tende a percorrere nel minuto ſeguente.

481. Ecco dunque la legge delle aree proporzionali ai tempi provata non ſolamente per l' oſſervazione, o ſia per l' accordo generale dei calcoli fondati ſopra queſta legge colle oſſervazioni, ma ancora per la natura iſteſſa delle due forze, che animano i pianeti. Paſſeremo dunque a calcolare il moto de' pianeti nell' orbite ellittiche, per poter aſſegnare in

ogni

ogni tempo il punto della ſua orbita in cui deve il pianeta trovarſi in virtù della precedente legge.

Del moto ellittico.

482. DEFINIZIONI. Il *raggio vettore* d'un pianeta è la linea tirata dal centro del ſole al centro del pianeta, o ſia la diſtanza del pianeta dal foco della ſua elliſſe. Sia AMDP (*fig.* 55) l'orbita ellittica d'un pianeta intorno al foco S, ſito del ſole (468), M il luogo attuale d'un pianeta per un iſtante dato: la linea SM ſarà il raggio vettore.

La linea degli abſidi, o ſia l'aſſe maggiore dell'elliſſe, moſtra l'afelio ed il perielio del pianeta (310): l'*afelio*, o l'*abſide ſuperiore*, è il punto dell'orbita, ove il pianeta ſi trova nella maggior diſtanza dal ſole: tal è la ſommità A dell'aſſe maggiore AP, il più rimoto dal foco S. Il *perielio* o l'*abſide inferiore*, è il punto dell'orbita, in cui il pianeta ſi trova più vicino al ſole: tal è l'eſtremità inferiore P del grand'aſſe AP, luogo più vicino di tutti al foco S, ſito del ſole.

L'ANOMALIA in generale è la diſtanza d'un pianeta dal ſuo afelio; ma ci ſono molte maniere di conſiderare queſta diſtanza.

L'ANOMALIA VERA è l'angolo formato nel foco dell'elliſſe dal raggio vettore e dalla linea degli abſidi, come l'angolo ASM, formato dall'aſſe maggiore AS e dal raggio vettore SM.

L'ANOMALIA ECCENTRICA ſi dice l'angolo formato nel centro dell'elliſſe dall'aſſe maggiore e dal raggio d'un cerchio circoſcritto, tirato all'eſtremità dell'ordinata che paſſa per il luogo vero del pianeta: come deſcritto un cerchio ANP ſull'aſſe maggiore AP dell'orbita, come diametro, tirisi l'ordinata RMN per il punto M, in cui è ſuppoſto un pianeta; all'eſtremità N di queſta ordinata menato il raggio CN, queſto determinerà l'anomalia eccentrica AN, o ſia ACN; eſſendo lo ſteſſo prender l'angolo o l'arco.

L'ANOMALIA MEDIA è la diſtanza del pianeta dall'afelio, ſuppoſto il moto proporzionale al tempo: per eſempio un pianeta che impiegaſſe ſei meſi per andare da A in P, alla fine del primo meſe avrebbe 30° d'anomalia media, 60° alla fine del ſecondo meſe, e così di ſeguito, creſcendo ſempre in proporzione del tempo. Se prendaſi una linea CX, che ſegua e marchi il moto medio, ſupponendo che giri uniformemente intorno al centro C, da principio la detta linea CX ſarà più avanzata della linea CN, perchè l'arco AN creſce più lentamente verſo l'afelio, ove il moto del pianeta è minore del moto medio, e il più lento; e queſta precedenza durerà finchè la velocità del pianeta ſarà minore della ſua velocità media; dopo il punto N ſi anderà accoſtando al punto X, ſin che ſi riuniſcano inſieme nel perielio: ivi le tre anomalie ſi confondono e fanno del pari 180 gradi. La differenza tra l'anomalia vera e l'anomalia media forma l'*equazione dell'orbita*, o l'*equazion del centro*.

483. Poichè l'anomalia media è proporzionale al tempo, ed è una por-

porzione del tempo della rivoluzione, può miſurarſi con ogni quantità che abbia un progreſſo uniforme: onde non ſolo l'arco A X, l'angolo A C X, e il ſettore o l'area circolare A C X, poſſono chiamarſi *anomalia media*, ma ancora il ſettore ellittico, o l'area A S M, formata dal raggio vettore S M, dall'aſſe maggiore S A, e dall'arco d'elliſſe A M: poichè, le aree deſcritte dal raggio vettore S M eſſendo proporzionali ai tempi (472), il ſettore A M S ſarà la ſeſta parte della mezza ſuperficie ellittica A M D P A a capo del primo meſe (nell'ipoteſi dell'articolo precedente); ſarà il terzo a capo di due meſi, e così ſempre uniformemente: di modo che la ſuperficie, o l'area ellittica ſarà queſta quantità proporzionale al tempo, una frazione eguale alla frazion del tempo, vale a dire l'anomalia media: onde ſi potrà dire alla fine del primo meſe, che l'anomalia media coll'area corriſpondente è di 30°, o in generale la duodecima parte della rivoluzione intiera, come l'area A M S è la duodecima parte dell'area intiera dell'elliſſe: ordinariamente però l'anomalia media ſi eſprime per gradi.

484. Avendo il Keplero trovato che i pianeti deſcrivevano delle elliſſi con aree proporzionali ai tempi, non reſtava altro che determinare il luogo vero d'un pianeta per un tempo dato. Quando ſi conoſce la rivoluzione del pianeta, per eſempio, di mercurio, che è di 86 giorni, e ſi chiede il luogo di mercurio a capo di due giorni, o ſia della 43.ma parte della ſua rivoluzione, già ſi ſa che l'area del ſettore A S M, compreſa tra l'afelio ed il raggio vettore S M, è la 43.ma parte della ſuperficie dell'elliſſe: tal porzione di tempo, e tal porzione d'elliſſe è propriamente l'*anomalia media* che ſi può eſprimere in gradi, prendendo la parte 43.ª di 360°, o ſia dell'intiero cerchio: poichè s'è veduto che ſi può chiamare indifferentemente *anomalia media*, una porzione di tempo, una porzione d'elliſſe, una porzione di circonferenza di cerchio: ſempre è una frazione data quando ſi cerca il luogo d'un pianeta; ma noi qui dopo la prenderemo in gradi, per ſeguire la forma uſitata delle tavole aſtronomiche, nelle quali tutte le anomalie, e tutte le equazioni, s'eſprimono in gradi, minuti, ſecondi.

485. Conoſcendo l'anomalia media, o la ſuperficie del ſettore A S M, la queſtione è di trovare l'anomalia vera, o ſia l'angolo A S M di queſto ſettore. Il Keplero ſentì bene la difficoltà di queſto problema: *data l'anomalia media, trovar l'anomalia vera*, anche in un cerchio, poichè la difficoltà è appreſſo poco l'iſteſſa che nell'elliſſi: ſi contentò d'eſortare i geometri a cercarne la ſoluzione; ſenza ſperanza che ſi poteſſe trovare con maniera diretta, perchè ſuppone, come ſi vedrà or ora, il rapporto tra gli archi e i ſeni loro, che non è dato ſe non che per approſſimazione.

486. Per facilitare la ſoluzione di queſto problema, s'inverte la quiſtione, e ſi ſuppone cognita l'anomalia vera per dedurne l'anomalia media: queſta maniera rieſce più breve, ſpeſſo più eſatta, e nella pratica ſuppliſce ſempre al metodo diretto. Tal metodo indiretto è ſtato con ſucceſſo impiegato dal Sig. De la Caille nelle ſue ricerche ſopra il ſole: il metodo è fondato ſopra i due teoremi ſeguenti, che ſi dimoſtrano in modo ſempliciſſimo.

487. LEM-

487. LEMMA I. *In un' ellisse A M P , a cui sia circoscritto un cerchio A N P , C X essendo la linea dell' anomalia media (482), M il luogo vero del pianeta , R M N l' ordinata che passa per il luogo del pianeta ; il settore circolare A N S A sarà sempre uguale al settore circolare A C X dell' anomalia media .*

DIMOSTRAZIONE . Sia T il tempo intiero della rivoluzione del pianeta , e *t* il tempo che impiega pee passare da A in M , per la regola delle aree proporzionali ai tempi , sarà *t* a T , come il settore A S M alla superficie dell' ellisse . Parimenti, essendo A C X l' anomalia media , sarà r a T come A C X alla superficie del cerchio . Dunque A S M è ad A C X come la superficie dell' ellisse è alla superficie del cerchio ; ma per la proprietà dell' ellisse , dimostrata in tutti i libri delle sezioni coniche , A M S sta ad A N S , come la superficie dell' ellisse alla superficie del cerchio : abbiamo dunque due proporzioni che anno tre termini comuni vale a dire A S M , la superficie dell' ellisse , e la superficie del cerchio ; dunque il termine , che sembra differente è pure uguale o lo stesso ; dunque A C X ed A N S sono uguali tra loro . Ciò ch' era da dimostrare .

488. LEMMA II. *In ogni triangolo rettangolo M R S (fig. 55) se l' angolo R S M è diviso in due parti uguali , la tangente della metà dell' angolo R S M sarà uguale* ad $\frac{R M}{R S + S M}$. Poichè presa S B $=$ S M ; sarà l'angolo B uguale alla metà dell'angolo S , e la tangente dell' angolo B $= \frac{M R}{R B} = \frac{M R}{R S + S B} = \frac{R M}{R S + S M}$.

489. LEMMA III. *Il raggio vettore S M è uguale a* $\frac{P R . S A}{C A} -$ S R ; e facendo C A $= a$, C R $= x$, C S $= e$, sarà il raggio vettore S M $= \frac{(a+x)(a+e) - a(e+x)}{a}$, e ciò ch'è lo stesso $= \frac{a^2 + ex}{a}$. Poichè per la proprietà la più cognita dell' ellisse , è S M + F M $= 2a$: supponiamo S M $= a + z$, ed F M $= a - z$; sarà RM^2, o sia $y^2 = \overline{SM}^2 - \overline{SR}^2 = aa + 2az + zz - ee - 2ex - xx = \overline{FM}^2 - \overline{PR}^2 = aa - 2az + zz - ee + 2ex - xx$: ed uguagliando questi due valori , si ha $2az - 2ex = -2az + 2ex$; $z = \frac{ex}{a}$; dunque S M $= a + \frac{ex}{a}$, o ciò ch'è lo stesso, S M $= \frac{P R . S A}{C A} -$ S R .

490. TEOREMA . *La radice quadrata della distanza perielia sta alla radice quadrata della distanza afelia , come la tangente della metà dell' anomalia vera si ha alla tangente della metà dell' anomalia eccentrica .*

Nei triangoli rettangoli M S R ed N C R , impiegando le espressioni ricavate dall' articolo 488, si ha questa proporzione : tang. $\frac{1}{2}$ M S R : tang. $\frac{1}{2}$ N C R :: $\frac{R M}{S R + S M}$: $\frac{R N}{C R + C N}$; ponendosi in vece della ragione R M : R N , quella di C D : C A ad essa eguale pee la proprietà dell' ellisse ; e in vece di S R + S M il suo valore P R . $\frac{S A}{C A}$ (489) : finalmente P R in vece di C R + C N , la proporzione sarà cambiata in questa : tang. $\frac{1}{2}$ M S R : tang. $\frac{1}{2}$ N C R :: $\frac{C D . C A}{P R . S A}$: $\frac{C A}{P R}$ :: C D : S A :: $\sqrt{aa - ee}$: $\sqrt{a - e}$: $\sqrt{a + e}$, dividendo li due ultimi termini per $\sqrt{a + e}$. Sarà dunque tang. $\frac{1}{2}$ M S R : tang. $\frac{1}{2}$ N C R :: $\sqrt{a - e}$: $\sqrt{a + e}$ :: $\sqrt{P S}$: $\sqrt{S A}$: vale a dire , la tangente della metà dell' anomalia vera A S M si ha alla tangente della metà dell' anomalia eccentrica A C N , come la radice quadrata della distanza perielia P S si ha alla radice quadrata della distanza afelia A S.

491. TEOREMA II. *La differenza fra l' anomalia eccentrica, e l' anomalia media, è uguale al prodotto dell' eccentricità nel seno dell' anomalia eccentrica.*

DIMOSTRAZIONE. Il settore circolare ANSA è uguale al settore dell' anomalia media ACX (487): levando da ambe le parti la porzion comune ACN, si ha il settore NCX uguale al triangolo CNS. La superficie del settor circolare NCX è uguale al prodotto di CN nella metà dell' arco NX; la superficie del triangolo CNS è uguale al prodotto di CN nella metà dell' altezza ST, ch' è una perpendicolare abbassata dal foco S sulla base NC prolungata di là dal centro C. Perciò essendo le due superficie uguali, ed avendo uno de' producenti CN comune, sono pure uguali gli altri due producenti; dunque l' arco NX è uguale alla retta ST; ma nel triangolo STC rettangolo in T, si ha ST = CS. sen. TCS = CS. sen. ACN; dunque la differenza NX tra l' anomalia eccentrica AN, e l' anomalia media AX, è uguale al prodotto dell' eccentricità CS nel seno dell' anomalia eccentrica ACN.

492. Si sogliono esprimere in minuti e secondi, oltre i gradi tutte le anomalie de' pianeti. Perciò per trovare la differenza in secondi tra l' anomalia media e l' anomalia eccentrica, bisogna che l' istessa eccentricità sia espressa in secondi. Se l' eccentricità del pianeta è espressa in parti della stessa specie che la distanza media (eguale al raggio del cerchio, ch' è uguale ad un arco di 57 gradi incirca, o sia, a 206265",8 secondi) si avrà facilmente il numero di secondi esprimente l' eccentricità; facendo come la distanza media espressa in qualunque numero alla frazione della medesima che esprime l' eccentricità, così 206265",8, al quarto; sarà l' eccentricità espressa in secondi; o pure basta multiplicare quella frazione per 206265,8, valor del raggio.

493. Per mezzo dei due teoremi (490, 491), si trova facilmente l' anomalia media quando si ha la vera: ma il problema essenziale consiste in trovare l' anomalia vera quando si ha la media, che sempre si ha. Vi sono molti metodi di pervenirvi direttamente, benchè solo per approssimazione; ma nell' uso comune si preferisce di supporre un' anomalia vera qualunque, e di convertirla colle regole precedenti in media: se quella che si trova così non è la data, la supposizione non è esatta; e si suppone un' altra anomalia vera, fino a che se ne trovi una che dia esattamente l' anomalia media. Le tavole già costruite per tutti i pianeti, e per ogni grado d' anomalia, rendono queste false posizioni facilissime da trovarsi quasi al primo colpo.

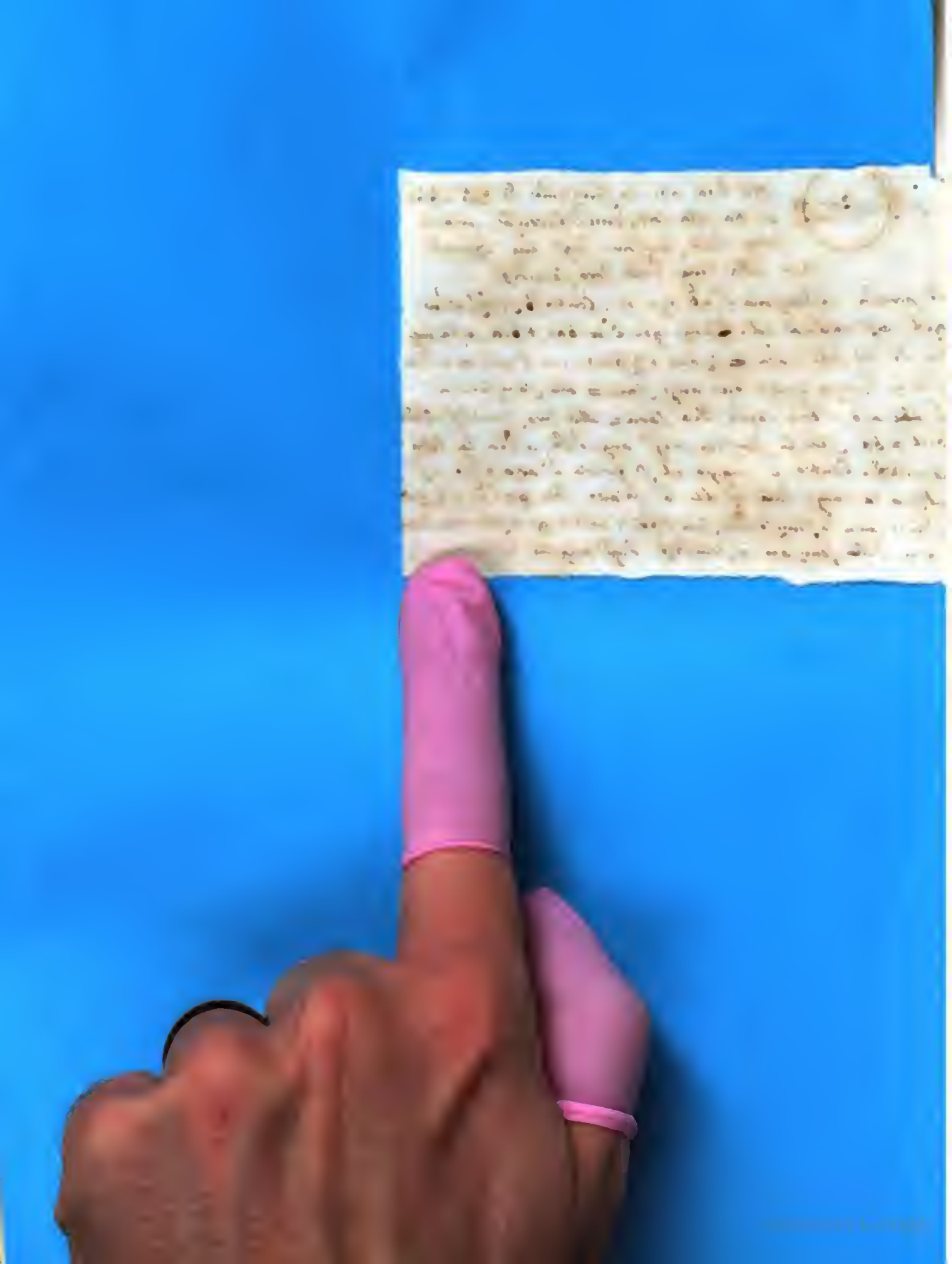
494. Trovata l' anomalia vera, facile è trovare la distanza dal sole o sia il raggio vettore SM per la seguente proporzione: *Il seno dell' anomalia vera è al seno dell' anomalia eccentrica, come la metà dell' asse minore al raggio vettore.* Imperciocchè tirata la linea NQ (*fig.* 55) paralella al raggio vettore MS, per li triangoli simili si ha questa proporzione, SM: QN :: RM: RN :: CD : CK, o CN; dunque SM : CD :: QN : CN :: sen. QCN : sen. CQN :: sen. RCN : sen. RSM; dunque sen. CSM : sen. NCS :: CD : SM; ch' è il raggio vettore nell' ipotesi del Keplero, e questa è la proporzione di cui io mi son valso per calcolare le mie Tavole delle distanze dei pianeti per ciascun grado d' anomalia.

495. L' *ipotesi ellittica semplice*, di cui si fa uso quando non si ha bisogno d' un certo rigore, semplifica sommamente il calcolo, facendo trovare l' anomalia vera con una semplice proporzione. Il Bullialdo nel 1645 fece vedere, che il moto d' un pianeta nella sua orbita ellittica pare sensibilmente uniforme supposto vedersi dal foco superiore F dell' ellisse. Setto

War-

Ond'ora: abc la semisom.a de' Lati ab bc
Si ha alla loro semidifferenza, come la
tang: della semisom: degli ang: adiacenti
a, c alla tang: della loro semidiff.

Si prenda in direzione d'ab bg = bc. Centro b si descriva
gcd, e si conduca cd. L'ang: gbc è = bac + bca, e la me-
tà di lui bdc sarà = ½ bac + ½ bca; ma è già = a dac
+ dca, dunque questi due ang: sono = alla semisomma
d'abc acb, e bac; onde dca sarà = alla loro semidiff: Onde
bcd = bdc sarà la semisom: degli ang: dati, e dca la loro
semidiff. Centro c, raggio cd si faccia l'arco gfde, e s'
abbia la tang: data gf, de. È chiaro che ga : da :: ½ ga
: da :: come la semis: alla semidiff: de Lati :: ge = fd : de, tan
gen: della semisom: e semidiff: degli angoli Lati: § 495



Wardo nel 1656 diede un metodo assai semplice per calcolare l'anomalia vera in questo caso. Si prolunghi F L. (*fig.* 56) tanto che L E sia eguale ad L S, e si tiri S E; si avrà un triangolo S F E, in cui, per la proprietà ordinaria, la mezza somma de' due lati, come F E, F S, si ha alla loro semidifferenza come la tangente della semisomma degli angoli adjacenti S, E, si ha alla tangente della loro semidifferenza. Sostituiscansi altre denominazioni in luogo di questi quattro termini: la mezza somma di F E e di F S è l'istessa cosa che la distanza afelia S A; poichè F E, o sia F L con L S è uguale all'asse maggiore: dunque F E con F S è uguale all'asse maggiore con due volte l'eccentricità; e prendendo la metà del tutto, la mezza somma di F E e di F S si trova esser il semiasse coll'eccentricità, cioè S A: facilmente si vede, che la loro semidifferenza è uguale ad S P. La mezza somma degli angoli E ed S è la metà dell'angolo esterno A F E, o sia dell'anomalia media, e finalmente la loro semidifferenza è la metà dell'anomalia vera F S L, poichè la differenza tra l'angolo F S E e l'angolo L S E (= L E S) non è altro che F S L. Dunque la precedente proporzione si riduce a questa: *la distanza afelia si ha alla distanza perielia come la tangente della metà dell'anomalia media è alla tangente della metà dell'anomalia vera.*

Il raggio vettore S L si trova colla stessa facilità, col mezzo del triangolo S L F, facendo: il seno dell'equazion dell'orbita F L S si ha alla doppia eccentricità F S, come il seno dell'angolo F, o dell'anomalia media, è alla distanza del pianeta dal sole, nell'ipotesi ellittica semplice.

Dell'Equazione dell'orbita.

496. Considerando la *fig.* 56, si possono rilevare tutte le proprietà del moto ineguale de' pianeti, e dell'equazione dell'orbita: 1°. quest'equazione è nulla in A, o sia nell'abside superiore (l'afelio, o l'apogeo), poichè verso quel punto si confondono il luogo medio e il luogo vero, e coincidono le linee F L, S L. Quando si dipartono dall'abside superiore, si dilungano, e la loro distanza cresce rapidamente, perchè la velocità vera essendo minima in A, differisce ivi più che altrove dalla media: 2°. questa differenza si accumula ciascun giorno finchè la velocità vera è minore della media; quando diventano uguali, vi è un punto B, verso tre segni e qualche grado d'anomalia media, ove la differenza dell'anomalia media dalla vera avendo sempre cresciuto diviene massima, e l'equazion del centro F L S cessa di crescere, restando quasi la stessa per qualche tempo, diminuendo poscia fino all'abside inferiore (il perielio, o il perigeo) in cui il luogo medio e il luogo vero per la seconda volta si trovano d'accordo: 3°. l'equazione è sottrattiva, cioè si sottra dal luogo medio, o dall'anomalia media A F L, nei sei primi segni, per avere il luogo vero, perchè la velocità media partendo dall'abside superiore è maggiore della velocità vera, onde il luogo medio è più avanzato del vero, e però dalla longitudine media conviene sottrarre la quantità dell'

equazione per aver il luogo vero. Il contrario ſi fa dopo il paſſaggio in P, ove la velocità vera è la più grande.

497. L'equazione maſſima può ritrovarſi con un calcolo rigoroſo, come anche il grado d' anomalia media ove ſuccede queſta maſſima equazione; baſta ritrovare il punto M (*fig. 57*) in cui cade veramente la velocità media. Poichè quando il pianeta è arrivato al punto, in cui la ſua velocità angolare DFR (o ſia l'angolo ch'ella percorre veduta dal ſole) è uguale alla velocità media (per eſempio 59′ 8″ per giorno parlando della terra) la longitudine media ceſſa di più anticipare ſulla vera; la differenza allora è maſſima, perchè ſino a queſto momento la velocità reale eſſendo minore, faceva ritardare ogni giorno il luogo vero ſul medio; e queſti ritardi ſono qui accumulati: ma quando la velocità reale è diventata uguale alla media, già in atto di ſuperarla avvicinandoſi al perielio, comincia a riacquiſtare ciò che avea perduto ſin allora, il luogo vero ſi accoſta al medio, e l'equazion dell'orbita ſcema. Perciò tutta la difficoltà conſiſte in trovare il punto M, e l'anomalia vera AFM del pianeta nel momento che la ſua velocità reale ſi fa uguale alla velocità angolare media. A queſt'oggetto, prendendo una linea FM, media proporzionale tra i due ſemiaſſi dell' orbita, dal foco F come centro ſi deſcriverà col raggio FM un cerchio MN, queſto cerchio avrà una ſuperficie uguale a quella dell'elliſſe, come ſi dimoſtra nelle ſezioni coniche. Fingiamo un corpo che deſcriva il cerchio MN in un tempo eguale a quello della rivoluzione del pianeta nella ſua elliſſe; la ſua velocità angolare ſarà coſtantemente uguale alla velocità angolare media del pianeta, per eſempio di 59′ 8″ per il ſole (o la terra); l'area deſcritta nel cerchio ſarà ſempre uguale all'area deſcritta nello ſteſſo tempo nell' elliſſe, poichè le aree totali ſono uguali e percorſe in tempi uguali, le durate delle rivoluzioni ſono le ſteſſe, le aree parziali dell'elliſſe proporzionali alle parti del tempo: per eſempio ſe il ſole in un giorno ſcorre un' area DFR della ſua elliſſe uguale alla 365.ª parte della ſuperficie ellittica, l'area EFO deſcritta nel cerchio ſarà pure la 365ª. parte dell' area del cerchio (eguale all'elliſſe): la velocità vera del ſole (o ſia l'angolo DFR) ſarà dunque uguale alla velocità media in M, cioè all' angolo DFO; poichè ſono due ſettori uguali che anno la medeſima lunghezza FM, la medeſima ſuperficie, e per conſeguenza lo ſteſſo angolo. Del reſto i due triangoli uguali MED, MRO, che ſono uno fuori, l' altro dentro del cerchio, fanno vedere, che il ſettore ellittico è uguale al ſettor circolare, che ha l' iſteſſo angolo in F. Perciò affine di trovare la velocità media, biſogna trovare l'interſezione M dell'elliſſe, e del cerchio ſuo uguale. A tal fine dal punto M all' altro foco B dell' elliſſe tirando una linea MB, ſi avrà il triangolo BFM, in cui ſi conoſcono tre lati, cioè BF, doppio dell'eccentricità, FM media proporzionale tra i due ſemiaſſi, e BM differenza tra FM e l' aſſe maggiore (perchè le due FM, MB, ne fanno il valore): perciò riſolvendo il triangolo BFM, ſi cercherà l'angolo F, ch'è l'anomalia vera del pianeta al tempo della maſſima equazione. Per eſempio ſe il ſemiaſſe GA = 38710,

li ſe-

il femiaſſe conjugato = 37883, com'è nell'orbita di mercurio; ſi avrà CF = 7960, BF = 15920; FM ſarà = 38294; e riſolvendo il triangolo BFM, ſi avrà l'angolo BFM di 81° 4′ 52″; è queſta l'anomalia vera al tempo della maggiore equazione; da cui ſi può concludere l'anomalia media (493) di 104° 45′ 41″; e perciò la loro differenza, ch'è l'equazione del centro, ſarà 23° 40′ 49″; e queſta dev'eſſere l'equazion maſſima dell'orbe di mercurio.

498. Dopo d'aver indicato la maniera di calcolare l'equazione ſi parlerà della maniera d'oſſervarla. Se ſi anno due longitudini vere d'un pianeta oſſervato in G ed in M, differiranno tra loro di tutto l'angolo GFM, ſomma delle due anomalie vere; ma la ſomma di due anomalie medie ABM, ABG, ſarà maggiore, del doppio dell'equazione, poichè ogni diſtanza vera è minor della media per la quantità dell'equazione maſſima. E facile in ogni tempo calcolare la ſomma di due anomalie medie, ſe anche non ſi conoſce il luogo dell'afelio A, perchè la ſomma di due anomalie medie è uguale al moto medio del pianeta in tal intervallo di tempo, e facilmente ſi trova conoſcendo la durata della rivoluzione. Perciò l'eccesſo del moto medio calcolato, ſopra il moto vero oſſervato, dà il doppio della maggior equazione, purchè queſte due oſſervazioni ſiano fatte in M ed in G, o ſia ne' due tempi della velocità media.

499. Se la prima oſſervazione ſi prende avanti il perielio, e la ſeconda dopo, allora ſarà maggiore il moto vero, come nel ſeguente eſempio (500). Per diſcernere poi i tempi, e le oſſervazioni convenienti, a queſta ricerca, un oſſervatore iſolato, che non conoſceſſe in alcun modo la ſituazione dell'orbita del pianeta, e de' punti G, M, baſta che raccoglieſſe un gran numero di poſizioni oſſervate, che le comparaſſe due a due, oſſervando di quanto il moto vero oſſervato differiſce dal moto medio calcolato per ogni intervallo: la maggior di queſte differenze darebbe il doppio della maggior equazione. In oggi, che appreſſo poco ſi conoſcono i luoghi degli abſidi e delle medie diſtanze di tutti i pianeti, ſi vedono toſto le oſſervazioni avanti e dopo l'afelio verſo il tempo della maſſima equazione, come nel ſeguente eſempio.

500. ESEMPIO. Li 7 Ottobre 1751 il luogo vero del ſole oſſervato dal Sig. Ab. De la Caille, avanti del perigeo, facendovi entrare tre giorni d'oſſervazioni diſcuſſe e comparate tra loro, fu trovato di 6ˢ 13° 47′ 15″
li 28 marzo 1752 la longitudine vera fu di 0 8 9 26

la differenza di longit., o il moto vero del ſole fu dunque 5 24 22 11
Il moto medio in tal intervallo per il calcolo doveva eſſere 5 20 31 43

La differenza, o il doppio dell'equazione maſſima 0 3 50 28
La metà, o ſia l'equazion dell'orbita 0 1 55 14

Un gran numero d'oſſervazioni l'anno fatta ſtabilire di 1° 55′ 32″

501. Per-

501. Perchè egli è ſommamente raro d'aver due oſſervazioni fatte preciſamente nei punti M, G, della velocità media, difficilmente per un primo calcolo ſi trova eſattamente la quantità dell'equazione maſſima. Ma quando ſi ha trovato appreſſo poco l'equazione ed il luogo dell'abſide (506), ſi calcola per li due tempi d'oſſervazione l'equazion dell'orbita e l'equazione maſſima; ſi ſa allora quanto l'equazione data dall'oſſervazioni doveva differire dalla maſſima; in queſto modo il Sig. De la Caille nell'eſempio precedente trovò 18″,6; che ſi dovevano aggiugnere per aver la vera quantità dell'equazione maſſima, riſultante da queſte due oſſervazioni.

502. Puoſſi anche trovare l'equazione maſſima ſenza conoſcere il luogo dell'abſide: baſta prendere per epoca qualunque longitudine, e comparare con queſta molte altre longitudini per avere il moto vero oſſervato: colla durata cognita della rivoluzione ſi calcoli per ciaſcuno di queſti intervalli il moto medio, ſi avranno delle differenze additive, e delle differenze ſottrattive: ſommando le due maggiori differenze additiva e ſottrattiva, ſi avrà il doppio dell'equazione maſſima dell'orbita, quando le oſſervazioni ſiano in tanto numero, che vi cadano i due punti della maſſima equazione.

503. Trovata colle oſſervazioni l'equazione maſſima, per concludere l'*eccentricità*, il più comodo è valerſi d'una regola di falſa poſizione, o ſupporre cognita l'eccentricità per concluderne la maſſima equazione: (497): Se ſi trova maggior della vera, ſi diminuiſca la ſuppoſta eccentricità e ſi ripeta il calcolo: queſto metodo di determinare l'eccentricità per mezzo dell'equazione maſſima rieſce ſpeſſo più comodo di quello adoprato dal Keplero per trovare l'eccentricità di marte (468).

504. Il metodo da me adoprato per trovare l'eccentricità di mercurio, conſiſte in ſupporre che il luogo dell'afelio ſia cognito (508): allora due oſſervazioni lontane tra loro incirca mezza la rivoluzione, e lontane quanto è poſſibile dai due abſidi, baſtano per trovare l'eccentricità. In fatti conoſcendo bene il luogo dell'afelio ſi anno due anomalie vere ben cognite; ſi convertono in anomalie medie: queſte non poſſono eſſer eſatte ſe l'eccentricità non ſia giuſta. Se dunque la differenza delle due anomalie medie ritrovate non è uguale a quella che ſi conoſce per l'intervallo delle due oſſervazioni, ſi vede che l'eccentricità impiegata è difettoſa, e ſi fa un'altra ſuppoſizione. Con ſimili tentativi ſi perviene a trovare l'eccentricità che ſoddisfa alle due oſſervazioni ſcielte.

505. Per trovare l'eccentricità di mercurio e di venere, s'impiegano anche le digreſſioni maſſime. Sia la terra in B (*fig.* 50), mercurio in C nella maggior digreſſione e nell'afelio; l'angolo S B C ben oſſervato

fa concludere la distanza afelia S C di mercurio dal sole. Si fa una simile operazione in una digressione in cui mercurio si trovi nel perielio, concludendo la sua distanza perielia: la differenza delle due distanze è il doppio dell' eccentricità. Io ho adoprato questo metodo nella mia teoria di mercurio (*Mem. Acad.* 1767 p. 544). La tavola qui aggiunta è il risultato di tutti i miei calcoli sopra i pianeti: suppone la distanza media della terra dal sole 100000, eccetto la luna, che suppone per la distanza media l' unità.

	Eccentricità	*Equazioni*
☿	7960	23° 40′ 49″
♀	510	0 48 30.
☉	1680	1 55 32.
♂	14208	10 41 47.
♃	25277	5 34 1 ½
♄	53210	6 23 39.
☽	0,0549	6 18 32.

Determinazione degli Afelj.

506. L' Afelio d' un pianeta si può determinare con diversi metodi. Questo è il più diretto; ha servito principalmente per il sole, ma può servire anche per li pianeti superiori. Avendo molte osservazioni d' un pianeta, fatte in differenti punti della sua orbita, e ridotte al sole, conviene cercare quelle che danno due longitudini eliocentriche diametralmente opposte; se i tempi di queste osservazioni differiscono esattamente di mezza rivoluzione, è certo, che queste due osservazioni sono una nell' afelio l' altra nel perielio: onde comparando due a due un gran numero d' osservazioni, non si potrà a meno d' incontrare quelle che mostreranno il luogo degli absidi. Sia l' afelio A (*fig.* 58), il perielio P; la parte A B P dell' ellisse è uguale alla parte A F P; l' una e l' altra viene percorsa nel tempo della mezza rivoluzione, per esempio in 1828 15^{h} 7′ 40″ trattando del sole. S' intende qui la rivoluzione anomalistica (515) o sia rapporto all' apogeo; ma per una prima approssimazione basterebbe la rivoluzione tropica (454) supponendo per una mezza rivoluzione l' afelio immobile. Se si prende un altro punto qualunque D coll' opposto punto E, la parte D P E dell' ellisse porterà meno di tempo che la parte E F D, perchè quella inchiude il perielio, cioè il luogo del più rapido moto, e questa contenendo l' afelio sito del moto più lento. Perciò i punti A, P, de' due absidi sono i soli, che diametralmente opposti, facciano due intervalli eguali di tempo. Si cerchino dunque come si è detto. Così ha operato il Keplero nel suo libro de *Stella Martis*.

507. Si può anche trovare l' afelio per due osservazioni, delle quali una sia verso gli absidi, l' altra verso le distanze medie, purchè sia ben cognita l' equazion del centro; poichè fatta una supposizione per il luogo dell' afelio, e convertendo le due anomalie vere che ne risultano in anomalie medie, la differenza non potrebbe esser eguale all' eqnazione cognita senza che l' afelio fosse ben determinato.

508. Il terzo metodo è particolare per mercurio e venere; l' ho dato nelle memorie dell' Accademia 1766. Suppongo che siasi osservata la mag-

maggior digreſſione di mercurio in tempo che ſi trovi verſo le medie diſtanze dal ſole, ed il raggio vettore o la diſtanza ſi cambi rapidamente; conoſcendo già la media diſtanza e l'eccentricità, facilmente ſi calcola il luogo dell'afelio purchè il raggio in cui ſi trova il pianeta ſia preciſamente della lunghezza conveniente alla diſtanza oſſervata. Sia F (*fig.* 58) il luogo di mercurio nella ſua media diſtanza, veduto dalla terra T ſul raggio TF che tocca l'orbita. La maſſima digreſſione è allora l'angolo STF, e la diſtanza afelia ASF. Se nelle tavole, di cui facciamo uſo, il luogo dell'afelio foſſe mal indicato, come ſe foſſe in D; facendo avanzare il punto D in A, la linea SF arriverebbe in SG, e l'elongazione di mercurio ſarebbe uguale all'angolo STG, in conſeguenza più grande di STF. Se dunque per il calcolo delle tavole ſi è trovato un'elongazione troppo piccola, baſta avvicinare l'afelio al luogo dell'oſſervazione laſciando ſempre mercurio nell'iſteſſa longitudine, o ſull'iſteſſa linea SF, o ſe vuolſi conſervando l'iſteſſa longitudine media. Ai 24 Maggio 1764 a 8^h 7′ 50″ tempo medio, oſſervai la longitudine di mercurio di 2^s 26° 50′ 35″, ed era allora nella ſua maſſima digreſſione a 22° 51′ 12″ dal ſole, e il raggio viſuale toccava l'orbita alla diſtanza media verſo 9^s 8° d'anomalia; calcolai queſta longitudine ſulle tavole del Sig. Halley, e la trovai troppo grande di 1′ 14″; ma aumentando in queſte tavole la longitudine dell'afelio di 14′ $\frac{1}{2}$, ſenza cambiare la longitudine di mercurio, l'anomalia diventava minore, e così il raggio vettore; l'elongazione iſteſſa di mercurio minorava, e la longitudine di mercurio s'accordava coll'oſſervazione (Mem. Acad. 1766). Riſulta che la longitudine dell'afelio nelle tavole dell'Halley era troppo piccola; perciò io l'ho ſuppoſta di 8^s 13° 49′ 30″ per il 1764. Avendo calcolato nell'iſteſſa maniera le 16 oſſervazioni antiche di mercurio, ho ſcoperto, che ſi dovevano levare molti gradi al luogo dell'afelio indicato dalle tavole per quei tempi.

Metodo per correggere in una volta i tre elementi d'un' orbita.

509. Si ſono veduti ſeparatamente i metodi che ſi poſſono tenere per trovare l'equazione e gli abſidi d'un pianeta (498, 506); raccogliendo ora lo ſpirito di queſti metodi ſi può eſtrarre la maniera di trovare con tre oſſervazioni i tre elementi d'un'orbita, vale a dire l'eccentricità, il luogo dell'afelio, e l'epoca del luogo medio che ne riſulta neceſſariamente: ſuppongo le tre oſſervazioni ridotte al ſole, e contate ſull'orbita iſteſſa del pianeta; ſuppongo anche i tre elementi cogniti all'incirca.

Per ben ſentire lo ſpirito di queſto metodo, richiamerò qui tre coſe che devono eſſer familiari a tutti quelli che eſercitano il calcolo aſtronomico; 1°. l'equazion dell'orbita è la più grande che ſia poſſibile, verſo i tre ſegni e alcuni gradi d'anomalia media, ivi è al ſuo *maximum*; a pena creſce paſſando da un grado all'altro, di modo che l'anomalia media può eſſer allora più o meno grande ſenza che l'equazione ne ſia al-

tera-

terata, e però in questi casi si potrebbe fallare il luogo dell' afelio, senza che ne risultasse errore sull' equazione e sulla longitudine calcolata. 2°. l' equazion dell' orbita, o sia la differenza tra la longitudine media e la vera, è additiva dal perielio fino all' afelio, o sia nei sei ultimi segni d' anomalia; è sottrattiva dall' afelio al perielio, cioè si deve sottrarre dalla longitudine media per ottener la vera. 3°. il moto medio d' un pianeta nello spazio d' una o due rivoluzioni è assai cognito per poterlo sempre supporre esatto; poichè i moti medj si determinano per il confronto delle osservazioni più antiche; però non vi può essere errore sensibile nello spazio di pochi anni; dal che risulta che se l' error dell' epoca o della longitudine media d' un pianeta è conosciuto per un punto della sua orbita, lo è egualmente, ed è il medesimo per tutti gli altri punti; non fa che combinarsi cogli errori che provengono dagli altri elementi, senza che questo error dell' epoca preso in se stesso sia differente.

510. Se vi fossero due osservazioni fatte precisamente nelle distanze medie, o sia, a tre e nove segni d' anomalia media, sarebbe facile correggere, 1°, l' epoca dei moti medj, e 2°, l' equazion del centro: Imperciocchè se l' equazion del centro è buona (quella data dalle tavole) non vi sarà tra il calcolo e l' osservazione altra differenza che quella dell' epoca dei moti medj, mentre il luogo dell' afelio punto non influisce nel calcolo delle longitudini prese verso le medie distanze. Se non v' è altro errore che quello dell' epoca sarà lo stesso in ambe le osservazioni, poichè supponesi il moto medio ben cognito. Perciò trovandosi eguale l' error delle tavole a 3 e 9 segni d' anomalia, sarà una prova che l' equazion del centro sia esatta; ma che l' error de' due calcoli proviene unicamente dall' epoca della longitudine male stabilita.

511. Se anche l' equazion del centro fosse difettosa, l' error sarebbe diverso perchè a 3° d' anomalia si sottra, a 9° si aggiugne; onde nell' un caso crescerà l' error dell' epoca, nell' altro lo scemerà; perciò l' error totale sarà più grande in una osservazione che nell' altra, e ciò pel doppio dell' errore che vi sarà stato nell' equazione del centro.

512. Se, per esempio, l' error dell' epoca è — 5', cioè, se nell' epoca delle tavole vi sono 5' di più, e se l' error della massima equazione è — 2', questi due errori si sommeranno a 9° d' anomalia media, perchè ivi l' equazione è additiva, aggiugnendosi 2' di troppo per l' equazione, e 5' per l' epoca troppo avanzata; perciò la longitudine calcolata avrà 7' più del dovere. All' opposto verso 3° d' anomalia non vi saranno che 3' di più, perchè l' equazione eccedente di 2' è sottrattiva, e si avrà sottratto 2 di troppo; onde l' error 5' dell' epoca resterà 3'. Dunque la differenza tra questi due errori delle tavole 7' e 3', ch' è 4' sarà il doppio dell' error 2' dell' equazione. Ecco trovato l' error dell' equazione e dell' epoca: facile è poi trovar quello dell' afelio, correggendo in seguito un' osservazione vicina all' afelio stesso in modo che non ci resti più altra differenza che quella proveniente dall' error commesso nella posizione dell' afelio.

513. Se anche le tre osservazioni non fossero esattamente nei punti

indicati, ſarebbe facile con piccoli cangiamenti fatti a ciaſcun dei tre elementi, di trovare le quantità neceſſarie per ſoddisfare alle tre oſſervazioni: *Aſtronomie art.* 1293.

514. La teoria dell' attrazione prova che gli abſidi de' pianeti non ſono ſempre nel medeſimo punto del cielo, e lo provano ſenza contraſto le oſſervazioni di marte. Avendo diſcuſſo diligentemente tutte le oſſervazioni antiche e moderne, ho trovato il progreſſo annuo degli abſidi come nella tavola qui poſta. Non vi ſarebbe per ciaſcun pianeta che 1° 23′ 14″, ſe gli abſidi foſſero veramente fiſſi, cioè, ſe non ſoffriſſero altro cambiamento di longitudine che quello proveniente dalla preceſſione degli equinozj ch' è puramente apparente.

	Longitudine dell' afelio 1750.				*moto ſecolare dell' afelio.*		
Mercurio	♌	13°	33′	3″	1°	57′	40″
Venere	10	8	13	0	4	10	0
Terra	9	8	38	4	1	49	10
Marte	5	1	28	24	1	51	40
Giove	6	10	22	31	1	43	20
Saturno	8	29	53	30	2	23	20

515. La rivoluzione d'un pianeta rapporto al ſuo abſide, il tempo che impiega a ritornarvi, cioè l'intervallo d'un paſſaggio all' altro per il ſuo afelio ſi chiama *rivoluzione anomaliſtica*, perchè l' anomalia ricomincia ad ogni paſſaggio per l' abſide. Queſta rivoluzione anomaliſtica è un poco più lunga della rivoluzione tropica, rapporto agli equinozj, per l'avanzamento degli abſidi in conſeguenza dei ſegni.

Se il luogo dell' abſide della terra foſſe fiſſo nel cielo, la rivoluzione anomaliſtica ſarebbe eguale alla rivoluzione ſiderale, di cui s'è veduto la determinazione (321). Ma perchè l'apogeo del ſole ha un piccolo moto ſecondo l'ordine dei ſegni, come le oſſervazioni ſembrano provarlo in conſenſo della teoria, biſogna paragonare due paſſaggi del pianeta per il ſuo afelio, e non due ritorni all iſteſſa ſtella, o due paſſaggi per l'equinozio (454); così ſi troverà la rivoluzione anomaliſtica del ſole di giorni 365 6^h 15′ 20″ $\frac{1}{2}$ maggiore di 6′ 9″ della rivoluzione ſiderale.

Dei nodi, e delle inclinazioni dei pianeti.

516. Quando un pianeta non ha veruna latitudine veduta dalla terra, non ne può aver veduta dal ſole; allora è nel ſuo nodo, eſſendo nel piano dell'ecclittica. Baſta dunque allora oſſervare la longitudine geocentrica del pianeta, per concludere la longitudine veduta dal ſole (442), e queſto ſarà il luogo del nodo.

Si poſſono anche impiegare a tal fine due oſſervazioni fatte a diſtanze uguali dai nodi: ſe le due latitudini eliocentriche ſi trovano eguali, il medio delle due longitudini eliocentriche ſarà il luogo del nodo ſupponendolo fiſſo nell' intervallo delle due oſſervazioni.

517. Il nodo di mercurio e di venere ſi determina coi loro paſſaggi ſul ſole, che neceſſariamente ſuccedono preſſo i nodi (737).

518. Do-

518. Dopo che si osservano attentamente i nodi dei pianeti, si riconosce, che tutti anno un moto retrogrado insensibile nello spazio d' alcuni anni, ma che nello spazio d' un secolo non ha potuto sfuggire agli astronomi: questo moto è una conseguenza necessaria dell' attrazione degli altri pianeti, come l' ho io dimostrato in dettaglio nelle *Memorie* 1758, 1761; se ne vedrà la ragione quando si parlerà degli effetti dell' attrazione (1062). Ecco la quantità di questo moto preso dalle mie nuove tavole, colla posizione del nodo per il 1750.

	luogo del nodo nel 1750.				*moto annuo.*
Mercurio	1	15°	21′	15″	45″
Venere	2	14	26	18	31
Marte	1	17	36	30	40
Giove	3	8	16	0	60
Saturno	3	21	31	17	30

519. Il moto del nodo d'un pianeta è il risultato dell' attrazione di tutti gli altri pianeti, mentre non ve n'è alcuno che non influisca più o meno sul nodo di tutti gli altri. Ma come questo moto, ch'è uniforme sull' orbita del pianeta che lo produce deve rapportarsi nelle nostre tavole al piano dell'ecclittica, è necessario di ridurvi tutti questi moti, che si fanno sopra orbite diverse per comporne un sol moto sull'ecclittica; per questa riduzione il nodo di giove è reso diretto; perchè è naturalmente retrogrado sull'orbita di saturno che n'è la cagione principale; ma rapportato all'ecclittica diventa diretto: spiegherò qui i principj di queste variazioni, perchè mi anno fatto scoprire nelle orbite de' satelliti di giove la cagione di fenomeni che parevano fino allora inesplicabili.

520. Sia CB (*fig.* 59) l'ecclittica, CA l'orbita di giove, BA l'orbita di saturno: il nodo di giove in C, e quello di saturno in B; la differenza CB è di 13° 15′; l'inclinazione C dell'orbita di giove è di 1° 19′, e l'inclinazione B dell'orbita di saturno è di 2° 30′. Risolvendo il triangolo ABC, si trova AC di 26° 41′, e l'angolo A, o sia l'inclinazione dell'orbita di giove sopra quella di saturno di 1° 15′. Per l'effetto naturale dell'attrazione di saturno sopra giove, il punto d'intersezione A dell' orbita di giove con quella di saturno, deve retrogradare nel senso contrario al moto di giove, come si vedrà nella teoria dell'attrazione; ma l'angolo delle due orbite non si cambia. Perciò il nodo andrà da A in *a*, e l'orbita di giove AC passerà nella situazione *a c*, senza che l'angolo A soffra mutazione, i cerchi AC ed *a c* resteranno come paralelli nelle loro parti vicine di A *a*, e la loro intersezione D sarà lontanata dal punto A di 90°. Così il triangolo ABC si cangerà nel triangolo *a* B *c*, gli angoli A e B rimanendo costanti; il nodo C dell' orbita di giove sull'ecclittica passerà in *c*, avrà dunque un moto diretto C *c*, benchè il moto A *a* sia stato rettogrado.

521. Perciò benchè l' azion de' pianeti gli uni sopra gli altri produca nei nodi un moto retrogrado sull'orbita del pianeta turbante, o del pianeta che per la sua attrazione produce questo moto, non ostante il moto de' nodi sull'ecclittica diventa qualche volta diretto, o sia secondo l'ordine de' segni, come nel caso del nodo di giove. Ciò nasce particolarmen-

mente quando il pianeta che agiſce, ha il ſuo angolo d' inclinazione B maggiore dell' angolo C del pianeta turbato. In altro caſo il punto A cade a dritta del punto C, vale a dire dall' altra parte di C rapporto al punto B nella figura; e allora il moto del nodo A eſſendo verſo l' occidente, il moto C *c* ſopra l' ecclittica C B diventa egualmente retrogrado.

Delle Inclinazioni.

522. L' *Inclinazione* d' un pianeta è l' angolo che il piano della ſua orbita fa col piano dell' ecclittica (427); la latitudine eliocentrica (438) del medeſimo pianeta, quando ſi trova 90° da' ſuoi nodi, è uguale a queſta inclinazione, perchè l' arco del cerchio di latitudine intercetto è la miſura di quell' angolo. Per trovar dunque l' inclinazione d' un' orbita baſta oſſervare la latitudine del pianeta, quando ſia a 90°. de' ſuoi nodi, e di ridurre queſta latitudine oſſervata, ch' è la geocentrica, alla latitudine eliocentrica qual ſi vedrebbe dal ſole.

523. Ma perchè queſt' ultima riduzione ſuppone cognita la parallaſſe del grand' orbe, ſi riſparmia queſta condizione col ſeguente metodo. Si cerca un tempo, in cui il ſole ſia nel nodo del pianeta, cioè all' iſteſſa longitudine, perchè allora la terra paſſa in T ſulla linea de' nodi N S T (*fig.* 60), ciò che rende il calcolo dell' inclinazione aſſai ſemplice. Supponiamo prima che il pianeta ſi trovi allora nel punto A della ſua orbita diſtante 90° dal nodo e dal ſole; ſi cali la perpendicolare A B ſopra il piano dell' ecclittica, o ſia dell' orbita della terra prolungati ſino al pianeta; e la linea T B ſia perpendicolare alla T S N; allora le due linee A T, B T ſono ambe perpendicolari alla comune ſezione T S N de' due piani dell' orbita e dell' ecclittica: ſanno dunque tra loro l' iſteſſo angolo dei piani, cioè un angolo eguale all' inclinazione ricercata (425): or l' angolo A T B non è altro che la latitudine iſteſſa del pianeta veduto dalla terra (427): dunque *la latitudine oſſervata ſarà la vera inclinazione dell' orbita*: ma è raro d' incontrare unite queſte due circoſtanze, il ſole nel nodo, il pianeta a 90°; e queſt' ultima condizione non vale che per li pianeti ſuperiori. Però per ben determinare l' inclinazione de' pianeti ſi ha biſogno d' una regola più generale.

524. Suppongo oſſervata, qualunque ſia, una latitudine geocentrica che il ſole ſia nel nodo, o preſſo: ſia P il pianeta in qualunque punto della ſua orbita, la terra trovandoſi ſempre in T nella linea de' nodi, oppoſta al ſole: ſi cali la perpendicolare P L ſul piano dell' ecclittica: dai punti P, L ſi tirino le P R, L R, perpendicolari alla comune ſezione de' due piani; l' angolo P R L ſarà uguale all' angolo de' due piani, cioè all' inclinazione dell' orbita (425), l' angolo L T P ſarà uguale alla latitudine geocentrica del pianeta, e l' angolo R T L uguale all' elongazione del pianeta (442); allora per la proprietà ordinaria de' triangoli rettilinei come R T L, P T L, rettangoli in R ed L, ſi avranno queſte due proporzioni:

T L

$TL : RL :: R : \text{sen. } RTL$
$TL : PL :: R : \text{tang. } LTP$ } dunque $RL : PL :: \text{sen. } RTL : \text{tang. } LTP$.

Ma nel triangolo PRL, rettangolo in L, si ha quest'altra proporzione: $RL : PL :: R : \text{tang. } PRL$. Dunque si avrà sen. RTL : tang. LTP :: R : tang. PRL; vale a dire, *Il seno d' elongazione si ha al raggio, come la tangente della latitudine geocentrica osservata è alla tangente dell' inclinazione*; e questa è la regola.

Esempio. Li 12 Gennajo 1747 a 6^h 6′ 33″ della mattina il Sig. De la Caille osservò la longitudine di saturno di 6^s 26° 12′ 52″, e la sua latitudine boreale 2° 29′ 18″; il sole era allora in 9^s. 21° 47′, luogo del nodo di saturno a 12′ presso secondo le tavole del Sig. Cassini, il che non può produrre error sensibile nel risultato. Applicando a quest'osservazione l'analogia precedente risulta l'inclinazione dell'orbita di saturno 2° 29′ 45″ (*Mem. Acad.* 1747. *p.* 135).

525. Quando si determina il luogo del nodo d'un pianeta col mezzo di due latitudini eguali (516) sieno queste prese avanti e dopo il passaggio del pianeta per li suoi limiti, o per il nodo, le stesse osservazioni possono determinare ad un tempo non solo il nodo, ma anche l'inclinazione dell'orbita; poichè nel triangolo sferico PAL (*fig.* 49) si conoscono i lati AL, PL, o sia la distanza dal nodo, e la latitudine veduta dal sole: si cercherà l'angolo A, e si avrà l'inclinazione vera dell'orbita.

	Inclinazioni		
Mercurio	7°	0′	0″
Venere	3	23	20
Marte	1	51	0
Giove	1	19	10
Saturno	2	30	20
Luna	5	8	52

526. Questo metodo che determina in una volta l'inclinazione ed il nodo d'un pianeta per via di due latitudini eguali, è meno esatto di quello, in cui si determinano queste due cose separatamente, adoprando un'osservazione fatta nel nodo per determinare il nodo, ed un'osservazione fatta in uno de' limiti per aver l'inclinazione. Poichè se queste due osservazioni corrispondenti sono presso il nodo, esse determinano male l'inclinazione dell'orbita, mentre allora l'inclinazione è piccola, nè si deve determinare una quantità maggiore per una minore; all'opposto se queste due osservazioni sono troppo lontane dal nodo, sono men proprie a determinare la posizione, perchè la latitudine ivi cambiandosi di poco giorno per giorno, il minimo errore nel prender la latitudine ne produce un più grande nel nodo.

527. Ho detto, che l'attrazione di ciascun pianeta fa retrogradare sulla sua orbita i nodi di tutti gli altri pianeti (519) e che l'effetto di questo moto è di deviare tutte le orbite, e allora non può mancare, che l'inclinazione loro sull'ecclittica non si cangi. Sia CB l'ecclittica (*fig.* 59), AB l'orbita di saturno, AC quella di giove, A *a* il moto del nodo di giove sull'orbita di saturno; questo moto del nodo succede senza verun cambiamento dell'angolo A, o sia dell'inclinazione mutua delle orbite, il triangolo ABC si cangia in *a* B *c*, gli angoli A, B rimanendo costanti. Ma non così l'angolo C; l'angolo *c* riesce maggior, o minore

nore di C: per eſempio il moto del nodo di marte per l'azione di giove eſſendo annualmente di 14", 2, ſull'orbita di giove (*Mem.* 1758, *p.* 261, 1761, *p.* 404), l'angolo B inclinazione di giove, 1° 19', e la diſtanza BC de' loro nodi 50° 22', reſtando le ſteſſe, ſi troveranno per il cambiamento dell'angolo C, 24", 8 per ſecolo. Queſto effetto che continua di ſecolo in ſecolo porterà ſeco un gran cambiamento nelle inclinazioni dell'orbite de' pianeti; e già vi ſono 8 minuti dal tempo di Tolomeo, coſa che non ſi deve traſcurare nel confronto di diverſe oſſervazioni, e che i ſoli calcoli delle attrazioni potevano manifeſtare, almeno quanto al preſente. Queſti cambiamenti ſono principalmente ſenſibili nei ſatelliti di giove, ne' quali producono delle varietà ſingolari, delle quali niuno avanti di me avea ſoſpettato la cagione, e ch' era importante di conoſcere.

528. Per ſapere, ſe l'inclinazione d'un pianeta deve creſcere o ſcemare, biſogna conſiderare la ſituazione de' nodi. Sia AB (*fig.* 59) l'orbita del pianeta turbante, AC quella del pianeta turbato, di cui il nodo paſſa di A in *a*; poichè l'inclinazione mutua delle due orbite non è cambiata, gli angoli A, *a* ſono uguali, e verſo queſti punti li cerchi AC, *ac* ſono paralelli: di là ſegue che vanno ad incontrarſi in un punto D lontano di 90° dal punto A; poichè a tal diſtanza diventano paralelli almeno per poco ſpazio e a un di preſſo. Or nel triangolo DC *c* ſi vede chiaro che l'angolo D *c* C è più piccolo che l'angolo DCE, cioè, che in tal caſo l'inclinazione ſcema; dal che è facile concludere che quando il nodo del pianeta turbante è più avanzato di quello del pianeta turbato, l'inclinazione di queſto va ſcemando fino che l'eccesſo ſia in circa di 180°. Queſta regola è facile da ſcoprirſi figurandoſi le poſizioni di differenti orbite le une rapporto all'altre.

Dei diametri dei pianeti, e dei micrometri che ſervono a miſurali.

529. Il diametro apparente d'un pianeta è l'angolo ſotto il quale appariſce; per eſempio il ſole al principio di Luglio appariſce ſotto un angolo di $31' \frac{1}{2}$, e venere quando è più vicina a noi, ſotto l'angolo d'un ſolo minuto. Queſti diametri creſcono quando la diſtanza diminuiſce; così il ſole eſſendo più vicino a noi nel verno che nell'eſtate, d'intorno una trenteſima parte, il ſuo diametro è più grande nel verno di un minuto e 5 ſecondi.

Per miſurare il diametro del ſole il mezzo più naturale e più ſemplice è quello di oſſervare, quando paſſa per il meridiano, il tempo che ſcorre dal paſſaggio del primo lembo a quello del ſecondo; ſe vi ſono due minuti di tempo, il ſole avrebbe 30' di diametro, ſuppoſto che ſia nell'equatore: quando non è nell'equatore, conviene diminuire la quantità trovata con un'operazione ch' è tale.

530. LEMMA. *Un arco tirato dentro d' un piccoliſſimo angolo ſferico per-*

perpendicolarmente ai lati, è uguale a queſto piccolo angolo multiplicato per il ſeno della diſtanza dell' arco alla cima dell' angolo.

DIM. Supponiamo due cerchi maggiori E A D, E B C (*fig.* 25) che facciano tra loro un piccoliſſimo angolo in E, E D ſia di 90°, di modo che C D ſia la miſura del piccolo angolo E; ad una diſtanza qualunque dal vertice E ſi tiri un arco di cerchio maſſimo A F, perpendicolare ſopra E A D, il qual arco ſia tanto piccolo che ſi poſſa conſiderare come linea retta, e nello ſteſſo tempo ſia E F ſenſibilmente uguale ad E A. Nel triangolo E F A rettangolo in A ed F, ſi avrà queſta proporzione cavata dalla regola la più comune della trigonometria ſferica: il raggio è al ſeno dell' ipotenuſa E F, come il ſeno del piccolo angolo E ſi ha al ſeno del piccolo arco F A, o come l'angolo E ſi ha al piccolo arco F A (perchè i piccoli archi ſono eguali ai loro ſeni), o come l'arco D C è all'arco F A. Perciò prendendo per raggio, o ſeno tutto l'unità, ſi avrà 1 : ſen. A E :: D C : F A; dunque F A = D C ſen. A E.

531. Di qua ſegue, 1°. che le diſtanze F A, D C, tra i due cerchi, ſono come i ſeni delle diſtanze dal vertice E A : E D; 2°. che un piccolo arco d'equatore come D C, una piccola differenza d'aſcenſione retta, multiplicata per il coſeno della declinazione A D dell'aſtro che ſi oſſerva, darà l'effetto che ne riſulta, nella regione dell'arco, o ſia il piccolo arco F A compreſo ivi tra i due cerchi di declinazione. Lo ſteſſo ſarebbe delle differenze di longitudine. Queſta propoſizione è d'un uſo continuo in Aſtronomia.

532. I diametri apparenti dei pianeti creſcono quando s' avvicinano a noi: un oggetto che appariſce ſotto l' angolo d' un minuto, apparirà di due minuti ſe ſi accoſta della metà; ciò non ha biſogno di prova. I diametri dei pianeti nella tavola alla fine dell' opera, ſono tutti ridotti alla diſtanza che v'è dal ſole alla terra; perciò il diametro di giove è marcato di 3″ 13‴, benchè non ci appariſca in fatto che d'incirca 37″ nelle ſue medie diſtanze, eſſendo ſempre da noi molto più lontano del ſole.

533. I pianeti che anno un piccoliſſimo diametro non poſſono miſurarſi come il ſole per mezzo del tempo del loro paſſaggio, ch'è troppo breve: perciò ſi adopra il micrometro di cui ecco l'origine e l'idea.

Il MICROMETRO (detto da *miſurar il piccolo*) è un iſtrumento compoſto di molti fili poſti nel fuoco del cannocchiale, per miſurare per mezzo dei loro intervalli la grandezza dell' immagine, che vi è dentro. La prima idea del micrometro fu data dall' Ugenio nel 1659 (*Syſtema ſaturnium* p. 82). Dopo d'aver parlato dei diametri dei pianeti che aveva oſſervati, dice, che il Ricciolo aveva trovato il diametro di venere tre volte più grande di lui; e per giuſtificare la ſua determinazione, rende conto della maniera, con cui preſe il diametro dei pianeti: ecco appreſſo poco quel che dice:

„ Nei cannocchiali formati di due vetri conveſſi vi è un ſito in cui ſi „ può collocare un oggetto così piccolo e fino che ſi vuole, e vi appari- „ rà diſtintiſſimo e terminatiſſimo . . . . Se in queſto foco ſi pone pri- „ ma un anello, di cui l'apertura ſia un poco più piccola di quella dell'

„ ocu-

„ oculare, ſi vedrà in quest' anello tutto il campo del cannocchiale, vale „ a dire, tutto lo ſpazio circolare che ſi ſcopre in cielo guardando per „ queſto cannocchiale, e queſto ſpazio ſarà terminato da una circonfe- „ renza eſatta, di cui farà facile miſurare il diametro. L' orologio oſcil- „ latorio, che noi abbiamo immaginato non è molto, è ottimo per tal „ effetto: ſi fa che in 4 minuti di tempo paſſa un grado della ſfera, ed „ 1′ in 4″ di tempo; ſe dunque una ſtella impiega 69″ a ſcorrere il cam- „ po del cannocchiale, è ſicuro, che queſto tubo ha 17′ $\frac{1}{4}$ di ſpazio; „ tale è quello di cui mi ſono ſervito. Si prenda allora una o due pla- „ che, o lame, di cui la larghezza vada diminuendo; ſi traforerà in ta- „ glio il tubo al ſito indicato, per inſeritvi queſte lamette a traverſo. „ Quando ſi vorrà miſurare il diametro d' un pianeta, ſi eſaminerà quale „ larghezza queſta lama debba avere per coprire eſattamente il pianeta, „ e queſta larghezza eſſendo comparata col diametro intiero dell' apertu- „ ra dell' anello con un compaſſo finiſſimo, farà conoſcere il diametro del „ pianeta in minuti, e ſecondi.

Il micrometro dunque dell' Ugenio non conſiſteva, che in una piccola laſtra che faceva ſcorrere ſul diaframma, o anello dell' apertura; queſta laſtra colla ſua larghezza (piramidale) naſcondeva l' immagine, che ſi volea miſurare, e così ne manifeſtava il diametro.

Il Sig. Auzout nel 1666 immaginò il primo di prender l' immagine tra due fili, che ſi avvicinavano l' un l' altro: le prime oſſervazioni fatte con queſto nuovo iſtrumento furono pubblicate in Francia e in Inghilterra.

534. Dopo ſi perfezionò di molto il meccaniſmo dei micrometri; ma ſi riducono ſempre ad un filo che ſi fa muover col mezzo di una vite nel foco del tubo; ſi determina il valore di queſto moto, o ſia i paſſi della vite, oſſervando con queſti ſteſſi fili un oggetto lontano, di cui ſi conoſce la grandezza: per eſempio, un oggetto d' una pertica, veduto a 113 pertiche di diſtanza, compariſce neceſſariamente ſotto un angolo di 31′ $\frac{1}{2}$, come ſi può trovar per la Trigonometria: allontanando i fili del micrometro fino a comprendere queſto ſpazio nel tubo, ſe poi ſi veda, che lo ſteſſo ſpazio comprende il diametro del ſole, il ſole avrà 31′ $\frac{1}{2}$ di diametro apparente. Il Sig. Bouguer nel 1748 ha immaginato un micrometro obbiettivo, che chiamò *Heliometro*: conſiſte in due vetri da cannocchiale, poſti l' uno accanto l' altro, nell' iſteſſo tubo, che poſſono allontanarſi l' uno dall' altro, per la quantità del diametro del ſole, o di qualunque altra grandezza che ſi voglia miſurare.

535. I *reticoli* fanno ſpeſſo le veci di micrometro; ve ne ſono di due ſorta principali, vale a dire, il *reticolo di* 45°, è *il reticolo romboide*; il campo d' un tubo ſemplice, come ACBE (*fig.* 61) ordinariamente è guernito d' un telajo, in cui ſono quattro capelli, o quattro fili teſi: il filo AB è deſtinato a rappreſentare il paralello dell' equatore, o ſia la direzione

zione del moto diurno degli aſtri ; il filo orario CE perpendicolare al primo rappreſenta un meridiano , o cerchio di declinazione ; e i fili obliqui NO, LM, fanno degli angoli di 45 gradi con li due primi. Quando ſi vuol miſurare la differenza d'aſcenſione retta tra due aſtri, per conoſcer la poſizione d'un pianeta, d'una cometa ec. per mezzo d'una ſtella, s' inclina il filo AB in modo che il primo dei due aſtri, che paſſa per il tubo ſegni quel filo, e lo percorra eſattamente; ſi oſſerva l' ora, il minuto e il ſecondo, in cui l' aſtro paſſa per il centro P : quando il ſecondo aſtro viene a traverſare il tubo, deſcrive un' altra linea VFDGR paralella alla APB ; ſi conta l'iſtante, in cui arriva in D, cioè, all' iſteſſo cerchio di declinazione CDPE, nel quale ſi ha oſſervato il primo aſtro in P ; e la differenza dei tempi porge quella dell' aſcenſioni rette.

Per trovare la differenza di declinazione di due aſtri, o ſia la perpendicolare PD, compreſa tra AB ed VR, ſi contano anche i momenti nei quali il ſecondo aſtro paſſa per F e per G ; l' intervallo di tempo convertito in gradi, e moltiplicato per il coſeno della declinazione dell' aſtro (531) dà l'arco FDG, di cui la metà FD è eguale a DP, a cagione dell'angolo FPD ſuppoſto di 45 gradi. Così ſi trova la differenza di declinazione di due aſtri, per eſempio di venere, quando è ſul ſole, facendo che il lembo del ſole ſcorra uno dei due fili, il pianeta l'altro, come ſi vede nella *fig.* 61.

536. Il Sig. Bradley al reticolo di 45° ha ſoſtituito il reticolo romboide, ed è queſto in oggi il più uſitato dagli aſtronomi. E' formato d' un rombo BEDF (*fig.* 62) in modo, che una delle diagonali BD ſia doppia dell'altra. Per formarlo ſupporremo un quadrato AGHC, di cui i lati AC, GH ſieno diviſi ciaſcuno in due parti uguali in D ed in B. dal punto D agli angoli H e G ſi tireranno le rette DG, DH: e dal punto B le BA, BC; queſte quattro linee colle loro interſezioni formeranno il rombo BEDF ; EF è la metà di AC, e per conſeguenza di BD; ſe ſi tira una linea *ef* paralella alla baſe EF, la perpendicolare B*d* ſarà ſempre uguale alla baſe *ef*, come BD è uguale alla AC, che vuol dire, che la larghezza di qualunque parte di queſto rombo è uguale all'altezza.

537. Quando con queſto reticolo ſi vuol comparare un pianeta ad una ſtella, ſi fa in modo che il primo dei due aſtri col ſuo moto diurno percorra lo ſpazio EF, eguale a BM, allora ſi conoſce il valore di queſta diagonale. Il ſecondo aſtro dunque venendo a traverſare il tubo, ſi conta eſattamente il tempo che impiega a paſſare come da *e* in *f*, ſi converte il tempo in gradi, minuti e ſecondi ; ſi diminuiſcono queſti gradi multiplicandoli per il coſeno della declinazione di queſt'aſtro (531), ſi ha la grandezza di *ef*, o B*d*, ſi leva da BM, ciò che dà M*d*, ch' è la differenza di declinazione dei due aſtri.

538. Queſto reticolo ſerve a comparare i pianeti e le comete colle ſtelle fiſſe, che anno appreſſo poco la ſteſſa declinazione, o pure comparate le piccole ſtelle delle quali ſi vuol formare un catalogo, con una

ſtella principale che ſia appreſſo poco ſul loro paralello. Il Sig. De la Caille, che ſe n' è ſervito al Capo di Buona Speranza nel 1751, per formare il catalogo d' intorno 10 mille ſtelle nella parte auſtrale del cielo, l' aveva fiſſato nel tubo del quadrante: egualmente ſi può porre in un *cannocchiale meridiano*, o ſia *iſtrumento dei paſſaggi*, che gira nel piano del meridiano intorno un aſſe orizzontale; o in un *cannocchiale parallatico*, cioè che gira ſopra un aſſe diretto verſo il polo del mondo; e inclinato per eſempio 49° per l'orizzonte di Parigi.

539. Quando ſi conoſce la diſtanza reale d'un pianeta in leghe, è anche facile di trovare il ſuo diametro reale, che viene ad eſſer la corda dell' angolo del ſuo diametro apparente; e per conſeguenza la ſuperficie, e la ſolidità del pianeta in miſure cognite. Ho collocato alla fine di queſto Volume una Tavola, che contiene i diametri, le ſolidità, le diſtanze dei pianeti, calcolato tutto ſulle ultime oſſervazioni, che ci anno fatto conoſcere le diſtanze aſſolute di tutti i pianeti dal ſole e dalla terra.

LIBRO QUARTO.

Dei moti della luna, e del calcolo delle parallaſſi.

540. LA LUNA dopo del ſole è l' aſtro più oſſervabile di tutti. Nel primo libro non ſi è parlato ſe non che delle apparenze più generali del ſuo moto (55): ora ſi darà un dettaglio ſpiegato delle ſue circoſtanze.

La luna dopo di eſſere ſparita per qualche giorno, comincia a moſtrarſi la ſera verſo l'occidente, poco dopo il tramontar del ſole ſotto la forma d'un filetto di luce, o d' una falce di lume debole per eſſere ſmorzato dallo ſplendore del crepuſcolo. L' Hevelio non ha mai oſſervato la luna più preſto di 40 ore dopo la ſua congiunzione, o 27 ore avanti (*ſelenographia* p. 276, e 408): generalmente non ſi ſcorge la luna che il terzo giorno dopo la ſua congiunzione, benchè il Keplero abbia detto che ſi poteva veder la luna anche in congiunzione, quando la ſua latitudine è di 5 gradi. Queſta falce adunque compariſce al più tardi nel terzo giorno dalla parte di ponente la ſera all' entrar della notte; le ſue punte ſono ſempre voltate all'oppoſto del ſole; diventa un po più groſſa il giorno dopo, e nello ſpazio di 5 a 6 giorni prende la forma di mezzo cerchio: la parte illuminata è terminata allora da una linea retta, e noi diciamo allora la luna *dichotoma* (tagliata per mezzo), o in quadratura, ed è il *primo quarto*.

Dopo ch' è apparſa in forma di ſemicerchio, continua ad allontanarſi dal ſole, e creſcere di lume per 8 giorni, ed allora appariſce tutta circolare; il ſuo diſco intiero e luminoſo riſplende tutta la notte, ed è il giorno del *plenilunio* o dell' oppoſizione: ſi vede paſſare per il meridiano a mezza notte, e tramontare quando il ſole leva; tutto moſtra ch'ella è oppoſta al ſole riſpetto a noi, e che riſplende in tutta la ſua ampiezza, perchè il ſole la illumina in faccia, e non da lato. Dopo il plenilunio ſuccede il calare, che porta le iſteſſe faſi, e le iſteſſe figure indicate per il creſcer della luna; prima diventa ovale, poi di nuovo *dichotoma*, ed è l'*ultimo quarto*.

Ben toſto il mezzo cerchio di luce diminuiſce e prende la forma di falce, che ogni giorno ſi riſtringe, e di cui li corni ſono ſempre verſo la parte oppoſta al ſole. Trovaſi la luna allora aver fatto il giro del cielo, e s'avvicina al ſole: ſi vede levar la mattina poco avanti il ſole in quella forma ch'ella aveva il primo giorno che fù oſſervata: ſi accoſta ſempre più al ſole, e ſi perde in fine ne' ſuoi raggi, chiamaſi *luna nuova*, la congiunzione, altre volte *neomenia* (*nuova luna*).

541. La miſura più naturale del tempo fu quella ſuggerita dalle faſi della luna. Queſt' aſtro cangiando tutti i giorni in modo ſenſibile il luogo del ſuo levare e del ſuo tramontare, variando continuamente di figura, e ricominciando in ſeguito un nuovo ordine di cambiamenti tutti ſimili,

eſibiva una regola paleſe, e numeri facili, ſenza ſcrittura, nè calcoli, nè date, nè almanachi ; i popoli vedevano in cielo un avviſo perpetuo di ciò che avevano da fare ; le famiglie di recente formate e diſperſe nelle pianure di Sennaar, ſi radunavano ſenza errore nel termine convenuto di qualche faſe della luna.

542. La NEOMENIA ſervì a regolare le aſſemblee, i ſacrifizj, gli eſercizj publici ; queſto culto e queſte feſte non avevano già la luna per oggetto, ma per indicio. Si contava la luna dal giorno, che cominciava a vederſi. Per iſcoprirla facilmente ſi portavano la ſera ſopra delle altezze ; ſcoperta la falce ſi celebrava la neomenia, o il ſacrifizio del meſe nuovo ch'era ſeguito da feſte e da banchetti. Le nuove lune che cadevano nel principio delle 4 ſtagioni, erano le più ſolenni ; ſembra vedervi ſi l'origine delle noſtre quattro tempora, come nelle cerimonie antiche ſi vede quella di quaſi tutte le noſtre feſte. Si ritrova nella S. Scrittura, e nell'iſtorie di tutti i popoli del mondo queſto coſtume di radunarſi ſui luoghi alti o nei deſerti, di oſſervar la nuova luna, di celebrar la neomenia con ſacrifizj e preghiere.

543. Da un novilunio all' altro paſſano intorno 29 giorni e mezzo ; l' oſſervazione è facile, e i primi paſtori non mancarono di farla : chiamaſi *meſe lunare*, *lunazione*, *rivoluzione ſinodica* della luna : ſe ne vedrà toſto una determinazione più rigoroſa (557) ; la lunazione fu la miſura più antica del tempo.

544. Oſſervando con eſattezza le faſi della luna naturalmente anno rimarcato che l'eccliſſi del ſole che ſuccedono di quattro in cinque meſi cadono tra la luna vecchia e la nuova, cioè tra il tempo che la luna s' accoſta al ſole e quello che ſe n'allontana dalla parte oppoſta : ſcorgeſi allora un corpo tondo e nero paſſare avanti il diſco del ſole, naſconderne il lume, almeno in parte, talora in tutto, talor forſe mezzo il diſco e apparir circondato d' una corona di luce, talora coprirlo in tutto e immergerſi nelle tenebre come nel 1724 (art. 635).

I primi oſſervatori compreſero in fine che queſto corpo oſcuro non poteva eſſere ſe non quello della luna veduto ne' giorni avanti avanzarſi verſo il ſole e paſſar poi dall' altra parte verſo levante.

545. La luna dopo aver arreſtato il lume del ſole in pien giorno appariva aſſolutamente nera ed opaca ; da ciò s' inteſe che ella non aveva lume proprio ma dal ſole, e che perciò la parte voltata verſo di noi era oſcura. Perciò concluſero che la luna era un corpo ſolido opaco e privo di luce per ſe, e che non appariva luminoſa ſe non nella parte illuſtrata dal ſole ; il che ſi confermava dal vederſi la luna piena e riſplendente quando oppoſta al ſole preſentava a noi l' intiera parte illuminata dal medeſimo.

546. Quattordici o 15 giorni dopo un eccliſſi del ſole, o avanti, ne ſuccede ſpeſſo una di luna. Pria che queſta cominci vedeſi la luna piena rotonda luminoſa oppoſta al ſole ; leva la ſera al tramontar del ſole, paſſa tutta la notte ſull'orizzonte ; è il tempo dell' *oppoſizione*, o del *pleniluni o* (540); in breve perde parte o tutto il ſuo lume ; non può eſſer

altro

altro che la terra la quale posta in mezzo impedisce che il sole non la rischiari.

547. Poichè il sole fuor di quest'occasione illumina sempre la metà della luna, noi non possiamo vederla piena, se non quando la parte illuminata è in faccia a noi, come si è detto, nell'opposizione; quando si trova da canto, in modo che non possiamo vedere che la metà illuminata, non vediamo che un mezzo cerchio di luce, e va a proporzione: questa è la cagion delle fasi della luna: ecco come.

Sia S il sole (*fig.* 63), T la terra intorno cui la luna gira nella sua orbita, E O il globo della luna posto tra la terra ed il sole, *in congiunzione*, o sia nel novilunio. Allora la parte E illuminata dal sole non si può da noi vedere per esser dalla parte opposta; non si vede che la parte oscura, cioè non si vede la luna, ciò che succede in ogni novilunio.

All'opposto, quando la luna è opposta al sole in L, l'emisferio illuminato L è tutto rivolto a noi, e perciò si vede la luna piena.

548. Quando la luna è scostata dal sole 90 gradi incirca, ed è in mezzo tra la congiunzione e l'opposizione, l'emisferio visibile è A Q Z l'emisferio illuminato dal sole Q Z M; perciò non si vede che mezzo questo come si scorge rappresentato separatamente in N; ciò succede nell'una e nell'altra quadratura.

549. Quando la luna è discosta dal sole 45 gradi, noi diciamo ch'ella è nel *primo ottante*; allora la parte illuminata, che guarda il sole, è C D F, la parte visibile B C D; noi dunque d'illuminato non vediamo che la parte C D, che pare in forma di falce, come in G, l'ottava parte del disco (o piuttosto la settima, come si spiegherà art. 551). Nel secondo ottante l'emisfero visibile è H I K, l'illuminato P K I: vedesi allora quasi tutto quest'emisfero illuminato fuorchè la parte P K, nè manca che H I: apparisce la luna in forma quasi ovale come in R; manca al disco quel che si vedeva nel primo ottante. Il terzo ottante V a gradi 45 di là dall'opposizione e l'ultimo ottante in X rappresenta la luna Y, come nel primo.

550. Per calcolare esattamente la porzione luminosa del disco lunare, sia S il sole (*fig.* 64), T il centro della terra, C il centro della luna, A E il diametro della luna perpendicolare al raggio del sole, e che divide la porzion illuminata A N E dalla porzione oscura A D E: il diametro lunare N D perpendicolare al raggio T C della terra, separa la parte visibile D A N dalla parte invisibile D E N; dall'estremo A del semicerchio luminoso E N A si cali una perpendicolare A B sul diametro N D; la linea N B sarà la larghezza apparente della parte visibile dell'emisfero luminoso. Imperciocchè di questo emisferio non v'è che la parte A N compresa nell'emisfero visibile D A N; nè l'arco A M può apparire più largo di B N, per la stessa ragione che il semicerchio intiero N A D non apparisce se non come un semplice diametro N B D, e l'intiero emisfero che come un cerchio o piano rotondo, che è il *piano di projezione* (673). La parte N B dell'emisferio visibile è il seno verso dell'arco N A; l'arco N A o l'angolo N C A è uguale all'angolo C T F supponendo T F para-

paralella a CS; perchè l'angolo NCA è il complemento dell'angolo FCT per eſſer NCT retto; ma l'angolo FCT è pure il complemento dell'angolo FTC a cagion del triangolo rettangolo CFT; dunque l'angolo NCA è uguale all'angolo FCT. L'angolo FTC è uguale all'elongazione della luna dal ſole, per la prodigioſa diſtanza ſuppoſto nella TF paralella a CS, dunque l'arco NA è uguale all'elongazione della luna; dunque nelle diverſe faſi della luna *la largbezza del ſegmento luminoſo della luna è uguale al ſeno verſo dell' angolo d' elongazione*, prendendo per raggio il raggio iſteſſo del diſco lunare, o della mezza diſtanza dei corni. Per eſempio quando la luna 4 in 5 giorni dopo la congiunzione ſi trova 60 gradi diſcoſta dal ſole, la parte luminoſa NB appariſce larga la metà del raggio NC, o ſia il quarto del diametro intiero ND, perchè il ſeno verſo di 60° in un cerchio qualunque è la metà del raggio.

551. I rifleſſi precedenti fanno vedere, che non è in rigore il ſeno verſo dell'elongazione, ma piuttoſto il ſeno verſo dell'angolo eſterno del triangolo formato nel centro della luna dai raggi che vanno al ſole e alla terra. Nella dimoſtrazione precedente ſi è ſuppoſto, che le linee CS, TF dirette al ſole dalla terra e dalla luna, ſieno ſenſibilmente paralelle; e ciò non è che appreſſo poco a cagione della gran diſtanza del ſole, che è 400 volte più lontano da noi che la luna. Ma ſe li raggi ST, SV (*fig.* 65), che dal ſole S vanno alla terra in T e al pianeta in V, non ſono paralelli, ſi avrà l'angolo eſterno TVO del triangolo SVT eguale all'angolo NVA, l'uno e l'altro complemento di AVT. Or la parte illuminata e viſibile NB è uguale al ſeno verſo dell'angolo NVA; dunque il diametro intiero ſi ha alla larghezza della parte illuſtrata e viſibile d'un pianeta, come il diametro del cerchio ſi ha al ſeno verſo dell'angolo al centro del pianeta, eſterno al triangolo formato dal ſole, dalla terra, e dal pianeta.

552. La curvatura GBH (*fig.* 66) che forma l'interno della falce, è un'elliſſe, di cui l'aſſe maggiore GH è uguale al diametro del diſco lunare. Che ſia GBH un'elliſſe, ſi oſſervi, che GBH rappreſenta la circonferenza del cerchio *terminatore* della luce e dell'ombra; queſto è veduto obliquamente ſotto un'inclinazione ch' è il complemento dell'angolo d'elongazione, era l'angolo ACT (*fig.* 64): or un cerchio veduto obliquamente compariſce ſempre ſotto forma d'elliſſe (674): dunque GBH eſſendo una circonferenza veduta obliquamente, deve apparire il contorno d'un'elliſſe.

Dico in ſecondo luogo che l'aſſe maggiore è il diametro iſteſſo GH del diſco lunare, perchè tutti i cerchi grandi d'un globo ſi tagliano in parti uguali; e però il cerchio viſibile GNH, e il cerchio terminatore GBH ſul globo della luna ſi tagliano per mezzo, e per il diametro GCH comune ſezione d'ambedue. Perciò le due corna G, H della falce lunare ſono ſempre lontane tra eſſe per mezzo cerchio, e in ogni tempo miſurando la diſtanza de' corni ſi miſura il diametro della luna.

553. Si vede diſtintamente dopo il novilunio, che la falce luminoſa è ac-

è accompagnata da una debole luce ſparſa per il reſto del diſco, e che fa vedere tutta la rotondità della luna, e ſi chiama *luce ſecondaria*. La terra riflette la luce del ſole verſo la luna, come la luna verſo la terra: quando la luna è per noi in congiunzione col ſole, la terra è in oppoſizione per eſſa; per un oſſervatore che foſſe ſituato nella luna, ſarebbe propriamente *piena terra* come dice l'Hevelio; la chiarezza della terra ſulla luna è molto più grande di quella della luna ſulla terra, perchè la terra è molto più grande; e perciò queſto lume ſecondario ſi rende ſenſibile a noi e ci fa veder tutta la luna. Si vedrebbe tutta in congiunzione, ma allora il ſole col ſuo gran lume aſſorbe queſto lume più debole, nè ſi ſcorge, ſe non dopo finito incirca il crepuſculo.

L'iſteſſo lume ſecondario ci addita un altro fenomeno; queſto è la dilatazione apparente della falce luminoſa, che pare aver un diametro più grande che il diſco oſcuro. Proviene ciò dalla forza d'un lume forte poſto appreſſo d'un lume debole; la falce luminoſa ſembra gonfiata per una eſpanſione di luce che ſi ſpande ſulla retina, e dilata il cerchio lunare; l'aere ambiente riſchiarato dalla luna accreſce inſieme queſta illuſione.

554. Il lume della luna non contiene verun calore: Il Sig. Tſchirnauſen coi ſuoi vetri ardenti non potè renderlo ſenſibile (*Hiſt. Acad.* 1699). Il Sig. De la Hire il figlio eſpoſe lo ſpecchio concavo dell'oſſervatorio che ha 35 pollici di diametro ai raggi della luna piena, riſtrinſe i raggi in uno ſpazio 306 volte più piccolo che nello ſtato naturale: non oſtante queſto lume concentrato non produſſe il minimo effetto ſul termometro del Sig. Amontons, che era ſenſibiliſſimo; (*Mem. Acad.* 1705). Il Sig. Bouguer ha trovato coll'eſperienza che il lume della luna è 300 mille volte minore di quello del ſole, e ciò comparando l'uno e l'altro col lume d'una candela poſta nell'oſcurità: (*Traitè d'optique* 1760).

Delle inegualità della Luna.

555. I più antichi filoſofi compreſero che la luna girava ogni meſe intorno la terra, che n'era compagna, e, come diciamo noi, *ſatellite*; Ariſtotele, ſecondo Averroe, diceva che la luna gli pareva una terra eterea; ſi può vedere in Macrobio e in Plutarco tutto ciò che i filoſofi avevano detto in queſto propoſito. I primi oſſervatori dovettero facilmente riconoſcere che nello ſpazio di 59 giorni ſuccedeva due volte il noviluno, in modo che la durata d'una lunazione era di 29 giorni e mezzo; ma queſta regola, vera a un dipreſſo, era ſoggetta a molte eccezioni, e a molte diſuguaglianze, che non ſi ſpiegarono ſe non molto tempo dopo.

556. La prima cognizione eſatta del moto della luna in Grecia l'ebbe Metone, che viveva 430 anni avanti G. C. Aveva trovato o imparato dagli orientali, che in 19 anni ſolari paſſavano 235 meſi lunari completi, regola, che non patiſce difetto ſe non d'un giorno in 312 anni. Parve queſta ſcoperta così bella ai Greci, che i numeri ſi ſcolpirono in lettere d'oro; ancora ſi pratica nel calendario, e ſi chiama *ciclo lunare* il cir-

circolo di 19 anni che riconduce i novilunj agli ſteſſi giorni dell'anno. Il *numero d'oro* è quello che indica l'anno del ciclo lunare: è 1, ogni volta che il novilunio cade al primo di Gennajo.

557. Queſto periodo fa vedere che da un novilunio all'altro vi ſono 29 giorni, 12 ore, 44 minuti, 3 ſecondi (miſura media) ciò che ſi chiama lunazione, meſe ſinodico, *rivoluzione ſinodica*. Si noti dunque, che affine che la luna, dopo un'intiera rivoluzione della ſua orbita, arrivi il ſole, biſogna che ſcorra intorno 29 gradi che intanto il ſole deve aver fatto nell'ecclittica di moto annuo. Però quando la luna giugne il ſole, è più di 2 giorni che la ſua vera rivoluzione è finita; chiamaſi queſta *rivoluzione periodica*, ed è di 27 giorni, 7 ore, 43 minuti, 4" $\frac{1}{2}$ ſecondi; ai quali conviene aggiugnere 7" per aver la rivoluzione ſiderale (321); ma di queſta non ſi fa uſo, perchè i moti celeſti ſi rapportano agli equinozj.

558. Le diſuguaglianze della luna alterano molto la uniformità di queſta rivoluzione media ora determinata. Oſſervando ogni giorno il luogo della luna per lo ſpazio d'un meſe, non era difficile d'accorgerſi che a capo di ſette giorni v'erano incirca ſei gradi d'ineguaglianza, che dopo 14 l'inegualità ſpariva, che a capo di 21 ritornava in ſenſo contrario per iſvanire di nuovo alla fine di 27 giorni della rivoluzione.

559. Ma continuando queſta ſerie d'oſſervazioni per meſi ed anni, ſi vide che i punti del cielo ove ſpariva l'inegualità (1196), vale a dire l'apogeo e il perigeo, erano diverſi, e che ad ogni rivoluzione avanzavano incirca tre gradi. Di fatto l'apogeo della luna fa il corſo del cielo in 3231 giorni, 8 ore, 34 minuti, 57 $\frac{1}{2}$ ſecondi, rapporto agli equinozj, e in $3232^{g}\ 11^{h}\ 14'\ 31''$ rapporto alle ſtelle; ſono incirca 9 anni. Or la luna trovandoſi più lontana da noi al tempo del ſuo apogeo, il ſuo diametro apparente è allora più piccolo, ed è di 29 $\frac{1}{2}$ minuti ſolamente; 14 giorni dopo, eſſendo la luna perigea, appariſce di 33' $\frac{1}{2}$. Queſto ſolo baſta a farci diſcernere il tempo in cui la luna ſi trova negli abſidi: l'oſſervazione del diametro inſieme c' indica il luogo del ſuo apogeo in cielo, e baſta per farne conoſcere i moti e la rivoluzione.

560. La *prima inegualità*, o l'*equazione dell' orbita* lunare è talora di 5 gradi, talora di 7 $\frac{2}{3}$ ſecondo i ſiti del ſole rapporto alla luna e al ſuo apogeo, come ſe l'orbita lunare ſi allungaſſe e diventaſſe più eccentrica ogni volta che il ſole corriſponde all'apogeo, o al perigeo della luna. Per eſprimere queſta alterazione, queſta ſeconda differenza, o *ſeconda inegualità*, ſuppongono prima gli aſtronomi l'equazion media dell'orbita di 6° 18' $\frac{1}{2}$, e impiegano un'altra equazione di 1° 20' $\frac{1}{2}$ ſotto il nome di *evezione*: ella dipende dalla doppia diſtanza della luna dal ſole meno l'ano-

anomalia media della luna. Fu ſcoperta queſta ſeconda inegualità da Tolomeo verſo l' anno 120 di G. C. Parleremo della cagione che la produce all' art. 1052.

561. La *terza inegualità* della luna dipende ancora dal ſito del ſole, di cui l' attrazione turba continuamente il moto della luna. Fu queſta ſcoperta da Ticon Brahè verſo l' anno 1600, e ſi chiama *variazione*; è ella di 37' e cambiaſi ad ogni tre o quattro giorni: è nulla nei noviluni, nei plenilunj, nelle quadrature; ella è al ſommo negli ottanti, vale a dire a 45° dalle ſizigie e dalle quadrature.

562. La *quarta inegualità* ſi chiama *equazione annua* della luna, ſcoperta anch' eſſa da Ticone. Ella non è che di $11' \frac{1}{4}$; non ſi rinnova che tutti gli anni; il ſuo lento effetto diventa ſenſibile ſopra un numero di molte oſſervazioni, oſſervando i luoghi della luna per un anno.

563. Quando il Newtono trovò che l' attrazione era il principio delle tre ultime inegualità, compreſe che doveano eſſervene molte altre per il gran numero di circoſtanze che modificano e turbano le attrazioni. I calcoli dei geometri o più ancora il penoſo eſame ed il confronto delle oſſervazioni più eſatte anno fatto riconoſcere dieci altre inegualità, di uno, di due, di tre minuti, che tutte inſieme formano in fine le tavole della luna, che non ſi ſcoſtano dal cielo mai più d' un minuto. Quelle del Sig. Mayer, l'eſattezza delle quali è la più conoſciuta, ſono ſtate molte volte ſtampate dopo il 1770; ed anno meritato un premio conſiderabile dal Parlamento d' Inghilterra alla vedova di quel celebre aſtronomo: ſono quelle di queſta noſtra edizione.

564. L' accelerazione del moto medio della luna, o dei ſuoi periodi, è tale, che il meſe lunare ſi trova attualmente più breve di 22 terzi che non era già 2000 anni, ciò che produce un grado di errore ſul luogo della luna, quando ſi calcola per l' anno 300 avanti G. C. impiegando il moto medio della luna oſſervato nel ſecolo preſente. Io ho dato i calcoli di queſta equazione ſecolare della luna nelle *Memorie* 1757, colle ragioni che poſſono farla ammettere.

Dei nodi, e dell' inclinazione dell' orbita lunare.

565. L' orbita della luna è inclinata all' ecclittica, come quelle di tutti gli altri pianeti (422); perciò la luna in ogni rivoluzione traverſa due volte l' ecclittica, e 7 giorni dopo d' aver traverſato l' ecclittica in uno dei ſuoi nodi, ſe ne trova lontana 5 gradi. Senza queſta inclinazione ſi avrebbe ad ogni meſe un' eccliſſe di ſole il giorno della congiunzione, e un' eccliſſe di luna il giorno dell' oppoſizione; e pure vi ſono anni intieri ſenza un' eccliſſe di luna (come il 1763); perchè al momento di queſte oppoſizioni la luna è troppo lontana dal nodo trovandoſi ſopra o ſotto l' ecclittica in cui ſono ſempre i centri del ſole e dell' ombra della terra.

566. Queſta inclinazione non è che di 5° nei noviluni e plenilunj che cado-

cadono a 90° dai nodi, ma è di 5° 17′ $\frac{1}{2}$ nelle quadrature. Queſta importante oſſervazione fu fatta prima da Ticon Brahe; ſe ne vedrà la cagione art. 1063; l'inclinazion media è di 5° 8′ 46″.

567. Il *nodo aſcendente* della luna, cioè quello per cui traverſando l'ecclittica ſi avanza verſo tramontana, chiamato altra volta il *capo del dragone* ſi diſegna con queſto carattere ☊; il *nodo diſcendente*, *coda del dragone*, con queſto roveſcio ☋.

568. Quel che v'è di più oſſervabile nei nodi della luna è la prontezza del loro moto retrogrado. Se la luna traverſa l'ecclittica nel primo punto d'ariete o nell'equinozio (come nel meſe di Giugno 1764), 18 meſi dopo taglia l'ecclittica nel principio dei peſci; ciò che moſtra il nodo aver retrogradato 30 gradi, o un ſegno intiero; così i nodi fanno il giro del cielo nello ſpazio di 18 anni. Queſto moto dei nodi fu facile da riconoſcerſi, vedendo la luna eccliſſare per eſempio la bella ſtella del cuor del leone, o *regolo*, che giace nell'ecclittica iſteſſa: quando la luna eccliſſa regolo (come ſuccedeva nel 1757 nel meſe di Giugno), ella è nel ſuo nodo: dunque il nodo ſi trova allora a 4ˢ 26° di longitudine, come regolo. Ma quattro o cinque anni dopo nell'iſteſſo grado di longitudine ſi trova cinque gradi ſopra o ſotto queſta ſtella: ciò prova che il nodo è 90° lungi dalla ſtella. A capo di 18 anni ripaſſa la luna verſo le medeſime ſtelle, e ritorna il medeſimo ordine. Oſſervato più volte queſto ritorno, ſi è trovato che i nodi della luna facevano una rivoluzione intiera contro l'ordine dei ſegni in 18 anni comuni, e 228 giorni, o ſia in 6798ᵈ 4ʰ 52′ 52″, 3 rapporto agli equinozj, o di 6803ᵈ 2ʰ 55′ 18″, 4, rapporto alle ſtelle.

569. Ticone ſcoprì nel moto dei nodi una ineguaglità che va ſino a 1° 46′ in più o in meno, e vide, che queſta ineguaglità con quella dell'inclinazione ſi riduceva ad una equazione della latitudine della luna ch'è di 8′ 49″ multiplicati per il ſeno di due volte la diſtanza tra la luna ed il ſole meno l'argomento di latitudine della luna. Il luogo del nodo della luna al principio del 1772 era di 7ˢ 4° 46′; ciò baſterebbe per trovarne il luogo in ogni tempo.

Del diametro della Luna.

570. Il diametro apparente della luna varia come la parallaſſe, in ragion delle ſue diverſe diſtanze dalla terra: il maggior diametro perigeo è di 33′ 34″ nelle oppoſizioni, e il minore in apogeo e in congiunzione di 29′ 25″. La maniera più ſemplice di miſurarlo è di oſſervare il tempo che il diſco della luna impiega a traverſare il filo d'un cannocchiale, quando la luna è piena, e che ſi veggono i due lembi (529); ma conviene aver riguardo al ritardo diurno della luna per cui impiega più tempo del ſole a traverſare il meridiano, anche quando il ſuo diametro non è il più grande. Nei tempi poi, che il ſuo diſco non è illuminato che in parte, non ſi può adoprare altro che il micrometro.

571. Quan-

571. Quando la luna è più vicina al zenit, è anche più vicina a noi: e così a proporzione il ſuo diametro appariſce più grande. Sia T il centro della terra (*fig.* 67), O un oſſervatore ſulla ſuperficie della terra; Z la luna al zenit dell' oſſervatore: ſe la diſtanza O Z della luna in tal ſito è minore d' una ſeſſantesima della diſtanza Z T della luna dal centro della terra, ch' è uguale alla T N (quaſi eguale ad O N) poſta la luna nell' orizzonte, ſarà il diametro nel zenit maggiore del diametro apparente nell'orizzonte di altrettanto; nei ſiti di mezzo a proporzione. Chiamaſi *diametro orizzontale* il diametro veduto dal centro della terra, perchè eguale a quello veduto nell' orizzonte, ed è il minimo ſebbene un' illuſione lo faccia apparire di maggior grandezza (573).

572. Quando ſi conoſce il diametro orizzontale della luna (nelle Tavole) è facile di trovare il *diametro creſciuto* in ragion dell' altezza ſopra dell' orizzonte, poichè ſono tra eſſi come le linee L O, L T. Nel triangolo L O T, l' angolo O L T è quel che ſi chiama *parallaſſe d' altezza* (580) l' angolo L O Z, o il ſuo ſupplemento L O T, che ha l' iſteſſo ſeno, è la diſtanza apparente dal zenit: l' angolo L T O è la vera diſtanza dal zenit, o il complemento dell' altezza vera. In ogni triangolo rettilineo i lati ſono come i ſeni degli angoli oppoſti: perciò il lato L O è al lato T L, come il ſeno dell' angolo O T L è al ſeno dell' angolo L O T; dunque il diametro orizzontale è al diametro apparente, come il ſeno della diſtanza vera della luna dal zenit, (veduta dal centro della terra) è al ſeno della diſtanza apparente, veduta dal punto O.

573. E' vero che la luna quando appariſce nell' orizzonte attraverſo pianure con colli, fabbriche, alberi ec. appariſce molto grande; ma queſta è un' illuſione ottica, che ha luogo anche per gli altri aſtri. Baſta rimirar la luna per un tubo qualunque, anche a traverſo d' un buco in una carta, per convincerſi che ciò non è reale, e che il diametro della luna appariſce anzi minore, che a maggiori altezze. E' difficile formarſi un' idea chiara della cagion di queſta illuſione, ſe non ammettendo con tutti gli ottici un giudicio tacito, comune, ſforzato, involontario, per cui ſiamo ſoliti giudicare più grandi gli oggetti, che crediamo più lontani, e li crediamo lontani quando vediamo molti corpi interpoſti; come accade mirando la luna nell' orizzonte.

$\frac{TO}{HT}$

Della parallaſſe della Luna.

574. Per la *parallaſſe* (*traſmutazione*, *diverſità* di aſpetto per il diverſo ſito) s' intende la differenza tra il luogo in cui un aſtro appariſce veduto dalla ſuperficie della terra, e il luogo in cui apparirebbe veduto dal centro della terra, ch' è il ſuo vero luogo: chiamaſi talora *parallaſſe* diurna per diſtinguerla dalla parallaſſe annua (441).

Tutti i moti celeſti devono riferirſi al centro della terra per comparire regolari, perchè i differenti punti della ſuperficie della terra eſſendo ſituati molto differentemente gli uni dagli altri, un aſtro deve loro comparire in aſpetti molto diverſi; dunque biſogna traſportarli

al centro, per veder tutto nel ſuo vero ſito, e ritrovare la vera legge dei moti celeſti; per queſto ſiamo sforzati di calcolare continuamente la parallaſſe per ridurre il luogo d'un pianeta oſſervato a quello che avremmo veduto dal centro della terra.

575. Sia T il centro della terra (*fig.* 67), O il punto della ſuperficie della terra ov'è l'oſſervatore; TOZ la linea verticale che paſſa per il zenit, per il punto O dell'oſſervatore, per il centro T della terra, e per il nadir. Un pianeta P ſituato nella linea del zenit ſi riferiſce ſempre allo ſteſſo punto del cielo, ſi riguardi dal centro T, o dal luogo O, queſto è il ſuo vero ſito, onde *un aſtro nel zenit non ſoffre parallaſſe*: queſto è un principio fondamentale.

576. Se il pianeta, in vece d'eſſer nella linea verticale, appariſce nella linea orizzontale OH perpendicolare alla prima avendo la diſtanza TH dal centro l'iſteſſa che la prima TP, il luogo del pianeta veduto dal centro della terra è ſulla linea TH, veduto dal punto O ſulla linea OH: queſte due linee non riſpondono all'iſteſſo punto del cielo, poichè s'incrocciano in H, ma in ſiti differenti, e queſta differenza è la parallaſſe.

577. Paragoniamo queſti due diverſi ſiti con il zenit: l'angolo ZOH formato dalle linee verticale e orizzontale è la diſtanza apparente dell'aſtro dal zenit: ma dal centro T, la vera diſtanza dell'aſtro dal zenit ſarebbe l'angolo ZTH.

578. La diſtanza apparente ZOH è maggiore della diſtanza vera ZTH; perchè nel triangolo rettilineo TOH, di cui il lato TO è prolungato in Z, l'angolo eſterno ZOH è uguale ai due interni T, H; dunque è maggior dell'angolo T per la quantità dell'angolo H: queſta differenza delle due diſtanze dal zenit, ch'è l'angolo OHT, è ciò che ſi chiama *parallaſſe orizzontale*, ſe la linea OH è orizzontale come ſi è ſuppoſta, vale a dire ſe il luogo apparente dell'aſtro giace nell'*orizzonte apparente* OH, o ſia nella tangente tirata per il punto O dell'oſſervatore ſulla ſuperficie della terra. Nel triangolo TOH rettangolo in O ſi ha queſta proporzione, prendendo l'unità per raggio, o ſeno tutto; 1 : ſen. OHT :: TH : OT. Dunque il ſeno della parallaſſe orizzontale è $\frac{OT}{TH}$, cioè il *raggio della terra diviſo per la diſtanza dell'aſtro dà una frazione, che nelle tavole de' ſeni moſtra la parallaſſe orizzontale.*

579. Dunque la parallaſſe d'un aſtro è l'angolo formato nel centro dell'aſtro da due raggi, de' quali uno tende al centro della terra, l'altro al punto della ſuperficie dell'oſſervatore; queſte due linee formano l'angolo viſuale ſotto il quale ſarebbe veduto il raggio della terra alla diſtanza del centro dell'aſtro. Il triangolo TOH chiamaſi *triangolo parallattico*; è ſempre ſituato verticalmente, ſeguendo la direzione della verticale OT: ciò vuol dire, che tutto l'effetto della parallaſſe ſi fa d'alto in baſſo nel piano d'un verticale. Dunque la commutazione è tutta in altezza, e la parallaſſe abbaſſa ſempre l'aſtro d'alto in baſſo ſenza farlo comparire nè a dritta nè a ſiniſtra. La parallaſſe dunque non cambia l'

azi-

azimuto d'un pianeta, nè l'aſcenſion retta quando l'aſtro è nel meridiano, ed il verticale allora coincide col cerchio orario.

580. Sin qui ſuppoſto l'aſtro nell'orizzonte. Se il pianeta ſi trovaſſe in L più vicino al zenit, onde l'angolo ZOL diſtanza dal zenit foſſe acuto, la parallaſſe OLT ſarebbe minore: chiamaſi queſta *parallaſſe di altezza*.

TEOREMA. *Il ſeno tutto ſi ha al ſeno della parallaſſe orizzontale, come il ſeno della diſtanza dal zenit qualunque è al ſeno della corriſpondente parallaſſe di altezza.*

Dimoſtr. Nel triangolo rettangolo HOT ſi ha queſta proporzione: HT : TO :: ſen. O : ſen. THO; nel triangolo TOL queſta: TL: TO :: ſen. LOT : ſen. TLO; quivi, in vece di TL, ſi può porre la ſua uguale TH. Dunque ſi anno queſte due proporzioni, nominando R il ſeno dell'angolo retto.

HT : TO :: R : ſen. H.
HT: TO:: ſen. LOT: ſen. L } dunque R : ſen. LOT :: ſen. H : ſen. L.

Ma il ſeno dell'angolo ottuſo LOT è l'iſteſſo che quello del ſuo ſupplemento LOZ, o ſia della diſtanza apparente del pianeta dal zenit; dunque il raggio ſta al ſeno della diſtanza dal zenit, come il ſeno della parallaſſe orizzontale H è al ſeno della parallaſſe di altezza L.

581. Il ſeno della diſtanza apparente dal zenit è l'iſteſſo che il coſeno dell'altezza apparente, il raggio è ſempre ſuppoſto l'unità. Perciò, 1 : coſ. alt. :: ſen. paral. oriz. : ſen. paral. altezza; dunque *il ſeno della parallaſſe d'altezza è uguale al ſeno della parallaſſe orizzontale multiplicato per il coſeno dell'altezza apparente*.

582. La parallaſſe orizzontale della luna, ch'è la maggiore di tutte le parallaſſi de' pianeti, non arriva che a un grado incirca; ora tra il ſeno d'un grado, e l'arco d'un grado la differenza è appena d'un quarto di ſecondo: così ſi può prendere l'uno per l'altro e dire in generale, che la *parallaſſe di altezza è uguale alla parallaſſe orizzontale multiplicata per il coſeno dell'altezza apparente*. In queſto modo io in avvenire enuncierò ſempre il teorema generale della parallaſſe di altezza, di cui farò uſo frequente: chiamando *p* la parallaſſe orizzontale, *h* l'altezza apparente, ſupporrò ſempre la parallaſſe d'altezza = *p.* coſ. *h.*

583. La parallaſſe orizzontale d'un aſtro è tanto più piccola, quanto la ſua diſtanza è più grande; poichè quanto più il punto H s'accoſterà al punto O, tanto più creſcerà l'angolo THO. Nel triangolo THO ſi ha queſta proporzione, TH : TO :: R : ſen. THO. Se l'aſtro è in N, ſi avrà nel triangolo TNO queſta proporzione, TN : TO :: R : ſen. TNO: la prima proporzione dà queſt' equazione. TH. ſen. THO = R. TO; la ſeconda queſta: TN. ſen. TNO = R. TO; dunque TH. ſen. THO = TN. ſen. TNO; dunque TH : TN :: ſen. TNO : ſen. THO; dunque la diſtanza TH nel primo caſo è alla diſtanza TN nel ſecondo, come il ſeno della parallaſſe nel ſecondo caſo al ſeno della parallaſſe nel primo. Dunque ec. La dimoſtrazione medeſima avrebbe luogo qualunque foſſe l'angolo TOH, purchè i punti

ti N, H ſoſſero nella medeſima linea O H N. Perciò quando l' altezza apparente è la ſteſſa, i ſeni delle parallaſſi d' altezza ſono in ragione delle diſtanze.

584. La parallaſſe d' un aſtro creſce coll' iſteſſa proporzione del diametro apparente: ſe la diſtanza creſce, ſcema nello ſteſſo rapporto il diametro (583) e la parallaſſe: perciò la parallaſſe d' un aſtro è ſempre come il diametro: così a qualunque altezza il diametro della luna è ſempre $\frac{6}{11}$ della ſua parallaſſe, ed il cubo di queſta frazione marca la groſſezza o il volume della luna rapporto alla terra $\frac{1}{49}$.

585. Conoſcendo la parallaſſe orizzontale d' un aſtro, è facile conoſcere la ſua diſtanza: poichè nel triangolo rettangolo T H O ſi conoſce il ſemidiametro della terra T O, ch' è di 1432 $\frac{1}{2}$ leghe (ciaſcuna di 2283 pertiche) (ſono miglia geografiche 3434 da 953 pertiche l' uno), e l' angolo H O T di 90°, ſuppoſto il pianeta nell' orizzonte; ſe dunque inoltre ſi conoſce l' angolo T H O ch' è la parallaſſe orizzontale, riſolvendo il triangolo T O H ſi conoſce T H. In tal modo ſonoſi trovate ed eſpreſſe in miſure note le diſtanze di tutti i pianeti nella tavola in fine, ed in tal modo arrivano gli aſtronomi a conoſcere l' eſtenſione degl' immenſi ſpazj percorſi dai pianeti.

Metodi per trovare la parallaſſe orizzontale d' un pianeta.

586. Gli aſtronomi anno travagliato in tutti i tempi a conoſcere le diſtanze de' pianeti per via delle loro parallaſſi, ſopra tutto la parallaſſe della luna ch' è la più ſenſibile. L' eccliſſi della luna ſomminiſtrano un metodo che poteva altre volte eſſer aſſai buono; ſe ne vedrà la dimoſtrazione parlando dell' eccliſſi (619).

587. S' è adoprato ſopra tutto il metodo delle maggiori latitudini, che conſiſte nell' oſſervare la latitudine meridionale della luna quando paſſa per il meridiano aſſai preſſo dell' orizzonte, quanto ſorpaſſi la latitudine maggior boreale quando la luna paſſa aſſai alta: queſte due latitudini, che ſarebbero uguali vedute dal centro della terra, non poſſono differire che a ragion della parallaſſe, che creſce l' una e diminuiſce l' altra: quando però ſi ha la differenza di queſte due latitudini oſſervate, ſi può concludere la parallaſſe, che ha prodotto queſta diſuguaglianza. Queſto era il metodo di Tolomeo; e Ticone e Flamſtedio l' anno adoprato con ſucceſſo.

588. S' è impiegato pure in genere il metodo delle aſcenſioni rette, di cui il Regiomontano diede la prima idea ſono 300 anni. Queſto metodo conſiſte in oſſervare l' aſcenſion retta d' un pianeta vicino all' orizzonte a levante, ed alcune ore dopo verſo ponente; l' aſcenſion retta viene creſciuta dalla parallaſſe nel primo caſo, diminuita nel ſecondo; e quindi ſi deduce la parallaſſe iſteſſa. Queſto metodo principalmente fu adoprato dal

dal Sig. Caſſini e dal Flamſtedio per trovare la parallaſſe di marte, e indi quella del ſole.

589. Il terzo metodo per determinar la parallaſſe è quello che ſuppone due oſſervatori lontaniſſimi uno dall'altro, oſſervando ad un tempo l'altezza d'uno ſteſſo aſtro nel meridiano; queſto è il metodo il più naturale ed il più eſatto adoprato da me e dal Sig. De la Caille nel 1751, quando egli oſſervava al Capo di Buona Speranza, ed io in Berlino la luna per determinare la ſua parallaſſe, il che non era ſtato fatto prima con metodo eſatto (*Mem. Acad.* 1751). Il caſo più ſemplice di queſto metodo è quello, che un oſſervatore ſi trovaſſe in O (*fig.* 67), e un altro in D, lontano in circa un quadrante della terra. Il primo eſſendo in O oſſerverebbe l'aſtro H nell'orizzonte; il ſecondo in D nel zenit; in tal caſo l'angolo O H T, che è la parallaſſe orizzontale ſarebbe uguale all'angolo H T E, che è il complemento dell'arco O D, diſtanza degli oſſervatori o ſia differenza delle latitudini, ſuppoſto che ſieno nello ſteſſo meridiano. E' impoſſibile per le circoſtanze locali d'incontrar in pratica un caſo così ſemplice. Perciò vediamo coſa accade quando li due oſſervatori ſono a qualunque diſtanza, e l'aſtro appariſce a qualunque altezza.

590. Supponiamo, come nel 1751, un oſſervatore B (*fig.* 68) poſto in Berlino, e un altro in C al Capo di Buona Speranza; L la luna, da ambedue noi oſſervata nel tempo ſteſſo al meridiano; (non importa la piccola differenza di meridiani purchè ſi ſappia quanto ha dovuto variar l'altezza meridiana nell'intervallo dei due paſſaggi); C L T è la parallaſſe d'altezza per il Capo, B L T per Berlino; la ſomma di queſte due parallaſſi è l'angolo C L B, differenza totale fra le poſizioni della luna vedute dai due oſſervatori, o argomento totale della parallaſſe orizzontale; ſarebbe la loro differenza, ſe gli oſſervatori vedeſſero ambedue l'aſtro al mezzodì, o ambedue a tramontana. Or quando ſi anno le parallaſſi di altezza per due luoghi qualunque, è facile d'aver la parallaſſe orizzontale, baſtando divider ciaſcuna per il coſeno dell'altezza oſſervata; ſi divida cioè l'effetto totale C L B in due parti proporzionali ai coſeni dell'altezze, e ciaſcuna parte ſi divida per il coſeno dell'altezza corriſpondente. Con queſto metodo ho io trovato che la parallaſſe della luna nelle diſtanze medie è di 58′ 3″. Ma ella varia tanto a cagione della figura ellittica dell'orbita lunare, quanto a cagion dell'attrazione del ſole e della terra. La maggior parallaſſe della luna (in perigeo e in oppoſizione) è di 61′ 25″, la minima parallaſſe in apogeo e in congiunzione è di 53′ 53″, ſotto la latitudine di Parigi; l'appianamento della terra fa che ſia 9″ di più ſotto l'equatore, e 7″ di meno ſotto i poli, di modo che la parallaſſe equatoreale ſorpaſſa di 16″ la parallaſſe polare della luna (821).

Queſti metodi anno fatto trovar parimenti che la parallaſſe del ſole non era che di 10″ in circa; ma il paſſaggio di venere ſul ſole, oſſervato nel 1769, dimoſtrò che queſta parallaſſe non era ſe non che di 8″ $\frac{1}{2}$

dal

dal che ſegue che il ſole è 400 volte più lontano da noi che la luna, perchè la ſua parallaſſe è 400 volte minore.

591. Quando ſi avrà veduto qui dopo che la terra è ſchiacciata ai poli (816), ſi capirà che la parallaſſe differiſce un poco da un paeſe all'altro, ſecondo che la loro diſtanza dal centro è più o men grande. Gli aſtronomi anno ricercato per molti anni un metodo facile per far entrar queſta conſiderazione nel calcolo delle parallaſſi; queſto è quello che io ho dato nelle noſtre Memorie del 1764.

L'elliſſe POE (*fig.* 69), rappreſenta un meridiano della terra; P il polo elevato, O il luogo dell'oſſervatore; ON la verticale o ſia la perpendicolare all'orizzonte e alla ſuperficie della terra in O; CNH la meridiana orizzontale, cioè la comune ſezione del meridiano coll'orizzonte; CON l'angolo della verticale col raggio CO (che per Parigi è circa 15', ſe ne darà una Tavola artic. 821) che chiamerò s. La perpendicolare ON è ſenſibilmente uguale al raggio CO per la piccolezza dell'angolo CON; il valore del raggio CO per differenti latitudini ſi troverà nel Libro ottavo colla quantità dell'aumento della parallaſſe per ogni latitudine terreſtre ſulla parallaſſe polare che ha per baſe CP (821). La parallaſſe che aveſſe per baſe NO, ſarebbe minore d'una cento milleſima della parallaſſe orizzontale, che ha per baſe CO, differenza che non arriva a un trenteſimo di ſecondo, e che ſi può traſcurare: ſe l'oſſervatore O foſſe in N, vedrebbe ancora la luna nella ſteſſa verticale di O, e nello ſteſſo punto di azimuto. Ma queſto azimuto in cui appariſce la luna veduta dal punto O, o dal punto N quando la luna è nel meridiano, è differente da quello in cui apparirebbe ſe ſi oſſervaſſe nel centro C della terra; i raggi tirati dal punto C e dal punto N fino alla luna fuori del meridiano fanno allora un angolo, che io chiamo *parallaſſe di azimuto*. Se il raggio diretto verſo la luna è perpendicolare a CN, queſta linea CN ſarà la ſotteſa, o la miſura della parallaſſe di azimuto, perchè negli archi piccoliſſimi i ſeni e le tangenti non differiſcono ſenſibilmente dagli archi; chiamata p la parallaſſe orizzontale, che corriſponde al raggio CO, o ON, ſi avrà 1, o CO : ſen. s, o CN :: p : parallaſſe d'azimuto; perciò queſta parallaſſe che riſponde a CN, ſarà $= p$ ſen. s, la luna trovandoſi nell'orizzonte, ed avendo 90° d'azimuto, vale a dire eſſendo nel primo verticale.

592. Se la luna ſi accoſta a tramontana, e il ſuo azimuto contato dal mezzodì è maggior di 90°, l'angolo della luna di cui CN è la baſe, diventa minore. Sia CN (*fig.* 70), l'iſteſſa linea che nella figura 69, tirata ſeparatamente, e che ſi eſtende orizzontalmente da mezzodì a tramontana dal centro della terra fino a trovar la verticale; il raggio CMR ſia diretto verſo il punto dell'orizzonte corriſpondente alla luna, e ne ſegni l'azimuto, uguale all'angolo NCM, che chiamerò z; la perpendicolare MN calata dal punto N ſopra CR ſarà la miſura della parallaſſe d'azimuto in vece di CN; perchè è lo ſteſſo, quanto a queſta parallaſſe, che la luna ſia veduta dal punto C, o dal Punto M, l'un e l'altro eſſendo nel medeſimo verticale, ma è meglio quanto alla miſura di eſſa parallaſſe, conſiderar la luna come vedata dal punto M. ora MN $=$ CN ſen. NCM, o CN ſen. z; la parallaſſe che corriſponde a CN è p ſen. s; dunque quella che corriſponde a MN, è p ſen. s ſen. z: queſta è la formola generale, o il valore della parallaſſe d'azimuto, ſuppoſta la luna nell'orizzonte con un azimuto uguale a z.

593. La parallaſſe d'azimuto impiegata nel calcolo delle eccliſſi (710) deve eſſer miſurata ſopra un arco di cerchio maſſimo tirato per il centro della luna perpendicolarmente al verticale o paralellamente all'orizzonte: arco che non ſi cambia qualunque ſia l'altezza della luna, per eſſer formato in tutti i caſi dall'incontro delle due linee tirate dai punti M ed N alla luna, o nel piano dell'orizzonte, o in un piano di cui la parte NM è orizzontale, e vanno ad unirſi nella luna. Onde la parallaſſe d'azimuto per qualunque altezza ſarà ancora p ſen. s ſen. z; ſe ne vedrà l'uſo nel calcolo dell'eccliſſi (710).

594. Queſta parallaſſi d'azimuto tira ſeco una piccola mutazione nella parallaſſe di altezza. Poichè ſe l'oſſervatore foſſe ſituato in N (*fig.* 69), la parallaſſe di altezza ſarebbe miſurata ſulla baſe ON, e ſarebbe p cof. b, ſecondo la regola ordinaria (582);

(582); ma l'altezza vera veduta dal centro C della terra è un po più piccola, ſe la luna ſi trova a mezzodì del primo verticale; e un po più grande ſe la lune è al nord o dalla parte del polo elevato, poichè il raggio tirato dal punto C, e quello ch'è tirato dal punto N, non anno una iſteſſa inclinazione. Occorre dunque di fare una correzione alla parallaſſe di altezza trovata colla regola ordinaria.

595. Sia L (*fig.* 70) la luna ſuori del meridiano; C M L il piano del verticale della luna, in modo che l'angolo L C M ſia l'altezza della luna veduta dal centro della terra, la linea C M ſi trova inſieme nel piano dell'orizzonte e in quello del verticale; ſia pure il piccolo arco M N perpendicolare ſopra C M. L'altezza della luna veduta dal centro C della terra è minore dell'altezza veduta dal punto N, o M, per la quantità dell'angolo C L M. Imperciocchè eſſendo l'archetto M N è perpendicolare ſopra C M, lo è anche ſopra L M, perchè neceſſariamente è normale al pieno del verticale L M C, e a tutte le linee tirate per il punto M di queſto piano. Perciò la linea M N eſſendo come infinitamente piccola reppurto ella gran diſtenza L M, le linee L M, L N ſono ſenſibilmente uguali; il punto M dunque ſi trova ſituato del pari e all'iſteſſa diſtanza dalla luna, che il punto N; dunque l'altezza della luna veduta dal puntn N, o dal punto M, ſi trova ſenſibilmente la ſteſſa. Ma l'altezza della luna veduta dal puntn M, ch'è l'angolo L M R, è maggiore dell'altezza veduta dal punto C (= all'angolo L C M) per la quentità dell'angolo C L M, dunque l'altezza della luna veduta dal punto C è minore dell'altezza veduta dal punto N per la quantità dell'angolo C L M.

596. Quandn la luna è ſuori del meridiano, queſt'angnlo C L M è minore che quando è nel meridiano, e ciò in proporzione del coſeno d'azimuto al raggio. Imperciocchè quandn la luna ſi trova nel meridiano (ſuppoſto l'altezza e le diſtanza la ſteſſa) il punto M cade nel punto N, e l'engolo L C N è l'altezza della luna (concepiſcaſi il triangolo rilevato perpendicolarmente ſul piano della figura). Or eſaminando nei due caſi il valore dell'angolo C L M, ſi vede, che quando la luna è fuori del meridiano ha per baſe la linea C M, ma nel meridiano la C N; come per altro tutto è uguale, la diſtanza C L, l'inclinazione del raggio C L ſnpra C M, e C N, e le linee C M, C N ſono eſtremamente piccole, i piccoli angoli ſaranno tra lnro, come le lnro baſi C N, C M. Ma nel triangolo C M N rettangolo in N, C N è a C M, come il raggio è al coſeno dell'angolo N C M, ch'è l'azimuto della luna; dunque la differenza C L M tra l'altezze della luna vedute dal punto N e dal punto C, quando la luna è fuori del meridiano, è a queſta differenza, eſſendo la luna nel meridiano a uguale altezza, come il cnſeno dell'azimuto al raggio.

597. L'angolo M L C, nel caſo che foſſe il più grande ed aveſſe per baſe l'intiera linea C N, ſarebbe uguale a p ſen. s (591), perchè ſarebbe allora la perallaſſe d'azimuto: ſe dunque aveſſe per baſe e per miſura il piccolo arco C M, chiamando z l'azimuto N C M, ſi avrà queſta proporzione; 1 : cof. z :: p ſen. s : C L M; dunque l'angolo C L M ſarebbe = p ſen. s cof. z, nel caſo che C L foſſe perpendicolare a C M; ma per l'obliquità della linea C L e dell'angolo L C R ſulla beſe C M, che diminuiſce l'angolo C L M, non ha per miſura che M S, che ſi ha a C M, come il ſeno dell'altezza M C S è al raggio, o come ſen. h : 1; dunque l'angolo C L M è uguale a p ſen. s cof. z ſen. h, equazione della parallaſſe d'altezza nella aſeroide appianata.

598. Queſta correzione è additiva alla parallaſſe calcolata per il punto N, quando la luna è tra il primo verticale ed il polo elevato; in tutti gli altri caſi ſi ſottra dalla parallaſſe calcolata col metodo ordinario, e ſi ha la vera parallaſſe d'altezza nella aſeroide ſchiacciata. Nel libro ſeguente (718) darò un metodo per calcolare le eccliſſi per le ſole parallaſſi d'altezza e di azimuto; e per queſto ho voluto qui ſpiegare tutto ciò che concerne le parallaſſi.

599. Quando ſi calcola la parallaſſe d'altezza colla formula p cof. h (58a), ſi ſuppone il centro della terra in N (*fig.* 69) nel verticale O N, e ſi trova la differenza tra il luogo veduto dal punto O, e il luogo veduto dal punto N, coll'iſteſſa parallaſſe orizzontale che ha per baſe O N eguale ad O C, tanto ſulla terra ſferica, che ſulla terra appianata. Ma perchè ſi deve ridurre il luogo della luna al centro C; dalla parallaſſe p cof. h conviene ſottrarre la correzione p ſen. s ſen. h cnſ. z,

che diventa additiva quando l'azimuto contato dall'oppoſto del polo elevato, è maggiore di 90°. In queſto modo ſi arriva ſulla terra ſchiacciata, non meno che ſulla sferica, a ridurre al centro C della terra il luogo vedoto dal punto O, per un piccolo cambiamento di altezza e d'azimuto, quando ſi conoſcono i raggi della terra, e gli angoli delle verticali coi raggi della terra, di cui ſi troverà la Tavola nel Lib. VIII. (821).

LIBRO QUINTO.

Delle Eccliſſi.

600. Le eccliſſi (*deliquj*) del ſole ſuccedono, quando la luna nel novilunio ci naſconde il ſole ; e le eccliſſi della luna , quando nel plenilunio la terra impediſce ai raggi del ſole di arrivare alla luna, o quando, il che è lo ſteſſo, la luna entra nell'ombra della terra (544).

Se l' orbita della luna foſſe nel piano dell' ecclittica , come quella del ſole , in tutti i novilunj e plenilunj ſuccederebbero eccliſſi ; ma eſſendo l' orbita della luna inclinata all' ecclittica 5° (565) , e non tagliandola perciò che in due ſoli punti , che diconſi *nodi* , quindi è che l' eccliſſi non poſſono produrſi , ſe non quando la luna è vicina ai nodi , e vicina all'ecclittica; perchè in tal caſo potrà naſconderci il ſole , che ſta ſempre ſull' ecclittica , o immergerſi nell' ombra terreſtre , che ſta eſſa pure ſempre nel piano dell' ecclittica.

601. Dai moti del ſole , della luna , e de' ſuoi nodi naſcono nel ritorno dell' eccliſſi delle continue diſuguaglianze ; lo ſviluppo delle quali deve aver coſtato molta fatica agli antichi ; e le quali ſi cominciano veder trattate con qualche regolarità dai medeſimi , ſei o ſettecento anni ſoltanto prima di Gesù Criſto.

602. Vedendo gli ſteſſi antichi , che l' eccliſſi dentro un dato tempo uniforme non accadevano , ſi poſero a cercare quanti meſi o giorni biſognavano al moto della luna , onde foſſe queſto della medeſima quantità dentro lo ſteſſo giro di tempo ; lo trovarono di giorni 6585 , ore 8 , che formano 223 meſi lunari , cioè 18 anni e 10 giorni ; e a capo di queſto tempo , compiuteſi dal ſole 18 rivoluzioni 10° 40′ ſuccedeva ſempre una ſteſſa eccliſſi. Nel quale intervallo tutte le diſuguaglianze della luna , in longitudine , e in latitudine , compiuto il loro corſo , ricominciavano di nuovo (*Almag. IV. 2. p. 77.*). Il Sig. Halley chiama queſto intervallo , *Saros* , periodo *Caldaico* , o periodo di *Plinio* : ed è probabile , che colla ſcorta ſoltanto di queſto periodo abbiano gli antichi predette alcune eccliſſi , come Talete , 603 anni prima di G. C. E lo ſteſſo Halley prenunziò l' eccliſſi del ſole del dì 2 Luglio 1684 v. ſ. per mezzo di quella che ſi era viſta li 22 Giugno 1666. E queſto metodo è ſufficiente a predire i meſi circa e i giorni , nei quali ſuccederanno eccliſſi , e per correggere le tavole , e predire una eccliſſi per mezzo d' una , che ſi foſſe 18 anni prima oſſervata.

603. Per ſapere appreſſo a poco ſe nel novilunio o plenilunio di tal meſe poſſa naſcere eccliſſe , conoſcendo il ſito dei nodi della luna , ſi cerchino in quel meſe dell' anno , in cui il ſole ſi trova vicino agli ſteſſi nodi , i giorni del novilunio e plenilunio , indi la latitudine della luna ; la quale ſe ſarà di un grado circa , potraſſi forſe aſpettare una eccliſſi.

604. Per eſſere poi certo d' una qualche eccliſſi in un novilunio o ple-

nilunio e per poterne calcolare tutte le circoſtanze, biſogna conoſcere l' ore e il minuto della congiunzione o della oppoſizione, cioè quel punto, in cui il ſito della luna calcolato colle tavole, ſi trova lo ſteſſo con quello del ſole nella ecclittica: in oltre biſogna calcolare la latitudine che avrà la luna al punto della congiunzione; il di lei moto orario in longitudine e in latitudine, la parallaſſe e i diametri del ſole e della luna; il che coſtituiſce il principale fondamento del calcolo delle eccliſſi ſolari e lunari.

605. Noti i moti orarj della luna in longitudine e in latitudine, deveſi cercare l' inclinazione della orbita vera della luna colla ecclittica, indi quella dell' orbita relativa: il che è neceſſario per l' eccliſſi della luna, e del ſole ancora, quando cerchinſi le faſi per diverſi luoghi terreſtri; e quindi è ch' io pongo queſto articolo fra i fondamenti univerſali del calcolo dell' eccliſſi.

Quando ſi calcola una congiunzione di due pianeti, o d' un pianeta e d' una ſtella, una eccliſſi, o un appulſo, non fa d' uopo conoſcere ſe non quanto in un dato tempo uno de' due aſtri s' avvicini all' altro, che diceſi moto relativo. Per eſempio trattandoſi d' una eccliſſe del ſole, ſi cerca con quale velocità e con quale direzione la luna s' accoſti al ſole; per il che baſta cercare quanto in un' ora la longitudine d' un pianeta e la latitudine ſia maggiore di quella dell' altro; naſcendo una congiunzione o una eccliſſi, in forza dell' eccesſo d' uno di tali moti ſopra l'altro, e non già in forza del moto reale totale e aſſoluto di ciaſcun dei due pianeti.

606. Si può dunque traſcurare il moto d' uno de' due pianeti, facendo muovere l' altro colla differenza dei due moti, facendogli cioè cangiare longitudine e latitudine rapporto all' altro di tal quantità, quale ricerca la combinazione dei due moti preſi inſieme. E con queſto mezzo ſi avrà la congiunzione apparente di due aſtri, come ſe ſi foſſero conſiderati inſieme i moti d' ambedue.

607. Così per calcolare la congiunzione di due pianeti, non ſi bada che al moto relativo, e uno dei due pianeti ſi ſuppone immobile; con che ſenza cangiare punto la ſoſtanza della coſa ſi rende molto più ſemplice il calcolo: ſe un pianeta percorre verſo l' oriente in un' ora 36 minuti e un altro foli 2, la diſtanza dell' uno dall' altro ſarà di 34 minuti, la quale diſtanza reſta la ſteſſa dentro d' un' ora, come ſe, reſtandone uno immobile, l' altro cammini ogni ora 34 minuti. Queſta diſtanza apparente ſi rappreſenta con una linea retta, baſe d' un triangolo rettangolo, i di cui due lati ſono le differenze di longitudine e latitudine; così queſta diſtanza ſarà ſempre la ſteſſa poſte le medeſime differenze di longitudine e latitudine, ſia che ſi conſiderino ambedue i moti o un ſolo.

608. Deſcritto dunque un triangolo M N O (*fig.* 71), i di cui lati M N, N O ſieno eguali alla differenza dei moti orarj in longitudine e in latitudine, l' angolo O M N ſarà l' inclinazione dell' orbita relativa, e la baſe O M ſarà il moto orario per la ſteſſa: e ſuppoſto il ſole fiſſo in M, la luna avrà percorſo M O: e così ſi vede che la differenza fra la longitudine e latitudine di due pianeti ſarà la ſteſſa, come ſe ambedue ſi mo-

movessero; e l'ipotesi dell' orbita relativa M O rende il calcolo molto più semplice.

609. Così l' orbita relativa M O è quella che si può supporre in luogo della reale. Il triangolo M N O ci fornisce queste analogie; M N : N O come il raggio alla tangente O M N ; e il coseno dell' angolo O M N è al raggio, come M N : M O; dunque l' inclinazione dell' orbita relativa, e il moto orario relativo si troveranno con queste due analogie. *La differenza dei moti orarj in longitudine sta a quella in latitudine come il raggio alla tangente della inclinazione relativa.* Seconda: *coseno dell' inclinazione relativa sta al raggio, come la differenza dei moti orarj in longitudine al moto orario M O per l' orbita relativa.* E di queste ci serviremo (620), e daremo un esempio all' art. 621. (*Avvertasi che l' orbita relativa non è lo stesso con l' orbita apparente* (718)).

610. In queste due analogie si suppone il moto dei pianeti sì in longitudine, come in latitudine verso la stessa parte; ma se uno fosse diretto, l' altro retrogrado, cioè se la longitudine dell' uno andasse crescendo, dell altro diminuendo, in tal caso in vece della differenza si dovrebbe prendere la somma dei moti orarj in longitudine. Parimenti se la latitudine dell' uno si accrescesse, e dell' altro scemasse dalla stessa parte dell' ecclittica, cioè se uno si movesse in latitudine verso il nord, l' altro verso il sud, bisognarebbe prendere la somma in vece della differenza dei loro moti orarj in latitudine: e questo può succedere nelle eccliss dei pianeti cagionate dalla luna (725).

611. Nelle eccliss della luna, l' altro pianeta, che si considera, non è già il sole, ma il punto ad esso opposto, che è il centro dell' ombra della terra, il di cui moto orario in longitudine è lo stesso con quello del sole, e si considera perciò come se fosse il sole medesimo. Nelle due proporzioni poi (609) s' adopera il moto in latitudine soltanto della luna, giacchè il sole non ne ha.

612. Nel calcolo delle eccliss della luna, per avere il moto relativo in longitudine, basta aggiungere 8 secondi alla differenza dei moti orarj in longitudine, e tralasciare con ciò l' altra analogia; perchè in un triangolo, un angolo del quale è 5° $\frac{1}{2}$, e l' ipotenusa 30 minuti, il lato maggiore di soli 8'' circa supera l' ipotenusa.

613. Nelle eccliss del sole, o delle stelle, se non voglian calcolare che graficamente (695) basta conoscere dentro 5 minuti l'inclinazione dell' orbita lunare, che si potrà perciò supporre sempre di 5° 40' per l' eccliss del sole; e di 5° 9' per l' eccliss delle stelle. Ma se si volesse calcolarle con esattezza, o se si trattasse d' una eccliss di stella cagionata dalla luna, bisognerebbe cercare il moto orario della luna in longitudine e in latitudine, e sviluppare le analogie dell' art. 609.

Delle

Delle eccliſſi della Luna.

614. L'eccliſſe della luna è l'oſcurità cagionata ſul diſco della medeſima dall'ombra della terra. Diceſi totale, ſe tutto, e parziale ſe parte del diſco ſarà oſcurato. *Centrale*, quando l'oppoſizione naſce nel punto iſteſſo del nodo; nel qual caſo la luna paſſa per il centro del cono ombroſo.

615. Paſſano alle volte degli anni ſenza alcuna eccliſſe della luna; tale fu il 1767; ma per lo più ve n'hanno molte in ciaſchedun anno.

616. Se la luna nel punto del plenilunio vero ſi trovaſſe talmente diſcoſta da' ſuoi nodi, che la di lei latitudine foſſe maggiore di 64 min., in tal caſo non vi ſarebbe eccliſſe, perchè l'ombra della terra (618) non occupa maggiore ſpazio di 47 min. nell'orbita della luna, e il ſemidiametro 17': onde il lembo della luna non può toccare l'ombra ſe la diſtanza dei centri della luna e dell'ombra o ſia la latitudine della luna ſarà maggiore di 64'. Se queſta diſtanza ſarà magggiore di 30', l'eccliſſe non ſarà mai totale.

617. Siccome ſi miſurano i moti della luna per via degli archi celeſti da eſſa deſcritti, così biſognerà nello ſteſſo modo miſurare l'ombra, per cui paſſa nell'eccliſſe, cioè la larghezza di quel cono ombroſo prodotto dalla terra, che trattiene i raggi ſolari, come tutti i corpi opachi.

Sia S il centro del ſole (*fig.* 72), T della terra, L della luna nel plenilunio, SA il ſemidiametro del ſole, TB della terra, LC dell'ombra terreſtre in quel ſito per cui deve paſſare la luna; queſta linea LC è il raggio del cerchio ombroſo prodotto nella regione della luna da una ſezione perpendicolare all'aſſe.

L'angolo CTL nel centro della terra, che ha per baſe il lato CL, ſi dirà ſemidiametro dell'ombra, e queſto è quell'angolo, ſotto di cui ci ſi moſtra il moto della luna, o l'arco della ſua orbita deſcritto nella metà del tempo, in cui compieſi l'eccliſſe del centro, cioè nel tempo in cui percorre l'ombra da C in L.

618. Nel triangolo rettilineo CAT, prolungato il lato AT in D, ſi ha l'angolo eſterno CTD eguale agl'interni BAT, BCT; il primo de' quali è la parallaſſe del ſole, l'altro della luna (579); e perciò ſarà l'angolo CTD eguale alla ſomma delle parallaſſi. E ſe dall'angolo CTD ſi levi l'angolo LTD, reſterà l'angolo CTL, cioè il ſemidiametro dell'ombra; ma l'angolo LTD è uguale all'oppoſto ATS, cioè al ſemidiametro apparente del ſole; dunque *levandoſi il ſemidiametro apparente del ſole dalla ſomma delle parallaſſi, reſterà il ſemidiametro dell'ombra* in quella diſtanza TL dalla terra, in cui ſi trova la luna. Queſto cerchio ombroſo nato dalla ſezione del cono ombroſo ſi vede nella fig. 73.

Eſempio. Il dì 17 Marzo 1764 la parallaſſe orizzontale della luna nel punto della oppoſizione era 60' 56"; quella del ſole è coſtante di 8 $\frac{1}{2}$ ſec. (590); la loro ſomma dunque è 61' 5", toltone il ſemidiametro

del

del ſole 16′ 5″ reſteranno 45′ 6″ ſemidiametro dell'ombra: al quale però biſognerà aggiungere ancora 45″, cioè tanti ſecondi quanti ſono i minuti per cauſa dell'atmosfera terreſtre, per cui l'ombra s'accreſce circa $\frac{1}{60}$.

Queſto ſemidiametro così trovato ſta dentro i limiti 37′ 46″ e 46′ 19″; ſi trova maſſimo quando la luna è perigea e il ſole apogeo.

619. Eſſendo il ſemidiametro dell'ombra eguale alla ſomma delle parallaſſi toltone il ſemidiametro del ſole, ed eſſendo piccoliſſima la parallaſſe del ſole, ſi vede che il ſemidiametro dell'ombra potrà averſi col levare ſoltanto il ſemidiametro del ſole dalla parallaſſe della luna. Dunque la parallaſſe della luna potrà ottenerſi aggiungendo il ſemidiametro del ſole al ſemidiametro dell'ombra altronde noto dalla durata d'una eccliſſe. Il quale metodo potè eſſere impiegato in quel tempo, in cui poco ſi conoſceva queſta parallaſſe (586).

Trovare le faſi d'una eccliſſe di luna.

620. Nota l'ora del plenilunio o della oppoſizione vera, la latitudine che avrà allora la luna, e l'inclinazione dell'orbita che dipende dal moto orario della luna in longitudine e in latitudine, ſi deve cercare l'ora del mezzo dell'eccliſſe.

Sia O (fig. 73) il punto dell'ecclittica oppoſto al ſole, cioè il centro dell'ombra della terra in quella diſtanza in cui ſi trova la luna: O G il ſemidiametro dell'ombra, E L S l'orbita relativa della luna (609): L il luogo della luna al punto della oppoſizione, O L la latitudine della luna, o ſia la diſtanza dall'ecclittica K G; O M la perpendicolare calata ſull'orbita relativa E M S. Quando comincia l'eccliſſe, trovandoſi la luna in E, il di lei lembo tocca in P il confine dell'ombra; dunque ſul principiar dell'eccliſſe la luna ſi trova in E; e nello ſteſſo modo ſul finire della medeſima la luna ſi trova in S. I triangoli M O E, M O S rettangoli in M, ſono eguali per eſſere il lato M O comune, ed eguali i lati O S, O E; dunque ſarà E M eguale ad M S; e perciò il punto M indicherà il mezzo dell'eccliſſe. L'oppoſizione per altro naſce, quando la luna ſi trova nel punto L, che viene determinato dal cerchio di latitudine O L condotto dal punto O direttamente oppoſto al ſole, e perpendicolare all'ecclittica K G.

621. Nel triangolo L O M, formato dal cerchio di latitudine O L e dalla perpendicolare O M, eſſendo noti l'angolo L O M eguale all'inclinazione dell'orbita relativa della luna (609); (facendo ſempre la perpendicolare all'orbita e la perpendicolare all'ecclittica il medeſimo angolo, che forma l'orbita coll'ecclittica) e il lato L O, latitudine della luna nella oppoſizione, ſi troverà il lato L M con queſt'analogia: *il raggio è al ſeno della inclinazione, come la latitudine O L allo ſpazio L M*; il quale ſpazio L M ſi ridurrà in tempo relativamente al moto orario della luna, con queſt'analogia: *il moto orario relativo* (609) *è a un'ora, cioè* 3600″, *come lo ſpazio M L al tempo che paſſa tra la oppoſizione, e il mez-*

zo dell' eccliſſe. Queſto tempo levatolo dal tempo dell' oppoſizione, ſe la latitudine della luna s' accreſce, o pure aggiuntolo allo ſteſſo, ſe va ſcemando, cioè, ſe la luna va accoſtandoſi all' ecclittica e al nodo, ſi avrà il mezzo dell' eccliſſe.

622. Eſempio. Per l'eccliſſe della luna del dì 17 Marzo 1764, ſi trovò colle Tavole che l'oppoſizione vera dovea ſuccedere a $12^h\ 6'\ 12''$ per il meridiano di Parigi: il moto orario della luna in longitudine era di $37'\ 23''$; in latitudine di $3'\ 26''$; del ſole poi di $2'\ 29''$. La differenza de' moti orarj, $34'\ 54''$, ſta al moto in latitudine $3'\ 26''$ come il raggio alla tangente di $5°\ 37'$ inclinazione relativa. Il coſeno di queſta inclinazione $5°\ 37'$ ſta al raggio, come la differenza de' moti orarj in longitudine, $34'\ 54''$, al moto orario della luna per l' orbita relativa $35'\ 4''$ (609).

La latitudine della luna al punto della oppoſizione era $38'\ 42''$; dunque ſi dica il raggio ſta al ſeno della inclinazione $5°\ 37'$, come la latitudine $38'\ 42''$, all'intervallo ML $3'\ 47''$; e per ridurlo in tempo, il moto orario relativo $35'\ 4''$ a $60'\ 0''$, come $3'\ 47''$ a $6'\ 28''$ di tempo; che per eſſere decreſcente la latitudine della luna non giunta ancora al ſuo nodo, ſi aggiungerà all'ora della oppoſizione $12^h\ 6'\ 12''$, e ſi avrà l'ora $12^h\ 12'\ 40''$ del mezzo dell'eccliſſe, cioè a $0^h\ 12'\ 40''$ mat. delli 18 Marzo.

623. Le ſteſſe quantità colle quali ſi trova la differenza LM fra la oppoſizione e il mezzo dell' eccliſſe, ci ſerviranno per trovare la minima diſtanza OM dell'orbita lunare dal centro ombroſo; poichè nello ſteſſo triangolo rettangolo LOM eſſendo noto il lato LO latitudine nella oppoſizione, e l'angolo LOM inclinazione dell'orbita relativa, ſi troverà OM di $38'\ 31''$.

624. Per avere il principio e il fine dell'eccliſſe, ſia E il centro della luna ſul punto del ſuo entrare o toccare l'ombra, cioè ſul principiare dell'eccliſſe. La diſtanza OE del centro della luna dal centro dell' ombra è uguale alle due rette OP ſemidiametro dell'ombra (618), e PE ſemidiametro della luna. Lo ſteſſo ſi dica di OS, eguale alle due ſteſſe OR, RS; e queſta diſtanza ſarà nel propoſto eſempio di $1°\ 3'\ 19''$.

625. Nel triangolo rettilineo OEM rettangolo in M, dalla nota perpendicolare OM, colla ſomma de' ſemidiametri della luna e dell'ombra OE, ſi avrà il terzo lato EM che ſi trova di $50'\ 15''$, che ſi ridurrà in tempo come ſopra, facendoſi: Il moto orario della luna $35'\ 4''$ a un' ora, o $3600''$, come il lato ME $50'\ 15''$ alla metà del tempo di tutta l'eccliſſe $1^h\ 25'\ 59''$,

626. Queſta metà di tempo è quella, che impiega la luna andando da E in M; ma ſi trova la luna in M a ore 12 $12'\ 40''$ (622); dunque levandone un' ora $25'\ 59''$, ſi avrà il principio dell'eccliſſe a ore 10 $46'\ 41''$, e aggiungendo lo ſteſſo tempo, ſi averà il fine a ore 13 $38'\ 39''$.

627. Nelle eccliſſi totali della luna devono cercarſi altre due faſi, cioè l'*im-*

l' *immerſione* , e l' *emerſione* in N e in R (*fig.* 74). Il centro della luna ſi trova in D in quel punto in cui tutta intieramente entrò nell' ombra ; per trovare il qual punto di tempo biſognerà ſciorre il triangolo O M D , la di cui baſe O D è uguale alla differenza fra i ſemidiametri dell'ombra O N e della luna D N , e ſi ſciorrà come al § 625: levando cioè la metà del tempo di tutta l' eccliſſe totale dal tempo in cui ſi ha il mezzo in M per avere l'immerſione in D , e aggiungendola per avere l'emerſione in V .

628. Conoſcendoſi la minima diſtanza dei centri O M (*fig.* 73) , e li ſemidiametri dell' ombra O A e della luna M B , facilmente ſi trova la parte A C della luna che rimane eccliſſata . Poichè A M è uguale ad O A — O M ; cui ſe ſi aggiunga M C , ſi ha A C . Dunque la parte A C è uguale ad O A + M C — O M ; cioè *la parte eccliſſata è uguale alla ſomma dei ſemidiametri ombroſo e lunare , meno la minima diſtanza.* Il che avrebbe luogo anche nella parte A C (*fig.* 74) , la quale pure diceſi grandezza dell' eccliſſe , comprendendovi cioè la parte dell'ombra , che eccede il lembo della luna .

Eſempio . Nell' eccliſſe dei 17 Marzo 1764 la ſomma dei ſemidiametri era di 63′ 19″ , e la minima diſtanza 38′ 31″ ; dunque la parte eccliſſata A O 24′ 48″ loro differenza . Queſta parte A C ſogliono gli aſtronomi eſprimerla in *digiti* , *cioè in parti duodecime del diametro lunare* ; per trovare i quali ſi dirà : il diametro apparente della luna 33′ 18″ ſta a 12 digiti e minuti zero, come 24′ 48″ al quarto, che ſarà digiti 8 56″ $\frac{1}{2}$ grandezza cercata dell' eccliſſe in digiti.

629. Tutte le faſi d'una eccliſſi lunare ſi poſſono anche determinare colla ſola riga e compaſſo ſenza calcolo alcuno , trovato però prima colle Tavole il tempo della congiunzione , la latitudine , la parallaſſe e il moto orario . Il qual metodo è baſtantiſſimo ſe non ſi voglia che predire l' eccliſſe ; perchè ſe la figura che ſi delinea avrà un piede di diametro , l' errore che ſi potrà commettere non arriverà a un minuto ; e d'altro canto nella predizione delle eccliſſi della luna non ſi può aſpettare maggiore eſattezza , potendoſi appena aſſicurarſi di non isbagliare di un minuto circa nella ſteſſa oſſervazione . Per il che io credo che in tutte l'eccliſſi della luna poſſi baſtare l'operazione grafica .

630. Eſempio . Trovato il ſemidiametro O G (*fig.* 73) dell'ombra di 46′ (618) , lo divido in 46 parti ; prendo O L èguale alla latitudine della luna 38′ $\frac{2}{3}$, i quali 38′ $\frac{2}{3}$ li prendo dalla diviſione O G , che ſerve di ſcala . Per il punto L deſcrivo l'orbita della luna E L S che formi l'angolo 5° 37′, o pure 5° 40′ (613) ſopra una paralella all'ecclittica . Indi piantando il compaſſo in L prendo L X eguale a 35 parti della ſcala , giacchè il moto orario relativo della luna è di 35′ : in L ſcrivo l'ora della oppoſizione 12^h 6′ , e in X perciò 11^h 6′ ; poſcia divido la porzione di orbita X L percorſa dalla luna in un'ora in 60 minuti di tempo , e ſeguo la ſteſſa diviſione per tutta l'orbita E L M S . Prendo

col compasso sulla scala una linea eguale alla somma de' semidiametri dell'ombra e della luna 1° 3', e piantato un lato del compasso in O, segno coll'altro lato i punti E, S; e osservo che il punto S corrisponde a ore 13 minuti 39, come sopra col calcolo (626). Lo stesso è dei punti E, M, ec.

631. La penombra è una oscurità più debole di quella del cono d'ombra; e nasce da una luce fiacca di porzione del disco solare, che illumina la luna anche quando dal centro non ne proviene alcuna. Il punto E (*fig.* 72) sul lato O E P del cono ombroso è sepolto in una perfetta oscurità, perchè non può ricevere raggio alcuno dal sole; al contrario il punto F sulla linea A G F condotta dal lembo superiore A del sole per il lembo inferiore G della terra, gode di piena luce perchè vede intieramente il disco A O del sole: ma tutti li punti compresi tra E ed F non veggono che parte del disco solare; e non ricevono perciò se non parte di luce e formano la penombra. Questa penombra è causa della grande difficoltà che s'incontra nel fissare il principio dell'eclisse lunare, e si falla alle volte di molti minuti.

632. Nei colori che mostra la luna eclissata si osservano delle considerabili diversità. Quando la luna è apogea, passa per la parte del cono che è più vicina al vertice, e allora comparisce più rosficcia, più luminosa d'allora quando è perigea: perchè nel perigeo i raggi rifratti dall'atmosfera e dispersi per il cono, di cui ne scemano l'oscurità, non arrivano fino al centro, o all'asse dell'ombra, che in tal caso è assai larga; e perciò la luna più vicina allora alla terra, trova l'ombra più densa.

633. Ed ecco perchè in alcune eclissi la luna si è persa affatto di vista; come accadde li 15 Giugno 1620, o li 9 Dicembre 1601; nelle quali eclissi giusta il Keplero non si distingueva il lembo eclissato. Evelio parlando dell'eclisse 25 Aprile 1642, accerta, che non si distingueva il sito della luna nè anche coi telescopi, quantunque l'aria fosse sì bella, che si potevano osservare le stelle perfino di quinta grandezza; ma questo svanimento però totale della luna accade molto di rado.

Delle Eclissi del sole.

634. Le eclissi del sole nascono quando la luna nel novilunio, passando direttamente tra noi ed il sole, ci nasconde il sole intieramente, o in parte. Le eclissi sono totali, quando il sole ci comparisce tutto intieramente coperto dalla luna, nel qual caso il diametro apparente della luna è maggiore di quello del sole. Le annulari quando essendo il diametro della luna minore di quello del sole, ella ci comparisce sopra del sole in modo, che ci lascia vedere tutto all'intorno come un anello, o corona luminosa. Di tal sorta fu vista l'eclisse il primo dì d'Aprile 1764 a Cadice, a Rennes, a Calais, e a Pello in Lapponia. Le eclissi *centrali* succedono quando la luna nel punto della sua congiunzione apparente non ha alcuna latitudine, perchè allora il di lei centro compari-

pariſce ſul centro ſteſſo del ſole, e l'eccliſſe può eſſere totale e annulare anche eſſendo centrale.

635. Gli autori più vecchj ci parlano delle grandi eccliſſi del ſole, come di tanti fatti notabiliſſimi. Così ne parla Iſaia cap. 13, Omero, Pindaro, e Plinio Lib. II. cap. 12, e Dioniſio Alicarnaſſeo lib. II. il quale riferiſce, che nella naſcita e morte di Romolo accaddero delle eccliſſi totali del ſole tanto oſcure, quanto la mezza notte. Erodoto ſcrive, che nel ſeſto anno della guerra fra i Lidi e i Medi in tempo d'una battaglia il giorno ſi cangiò in denſa notte; il che era ſtato prenunziato da Talete Mileſio dover accadere in quell'anno; della quale predizione di Talete ne parla anche Plinio (lib. II. cap. 2), e il Sig. Coſtard prova che queſta ſu la eccliſſe dei 17 Maggio 603 anni prima di G. C. (*Philoſ. tranſ.* 1753. *pag.* 23). Altre ſimili eccliſſi ſi trovano accadute negli anni 431, 190, e 50 prima di G. C. e dopo G. C. negli anni 59, 100, 237, 360, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1191, 1241, 1415, 1485, 1544, 1560, (*Kepl. aſtron. part. opt. pag.* 290 ec.). Di tutte le eccliſſi accadute dal principio dell'era volgare ſe ne trova un eſatto Catalogo nell'*art de verifier les dates* in foglio 1770.

636. E in fatti un'eccliſſe totale del ſole rieſce uno ſpettacolo molto ſingolare. Clavio che fu teſtimonio di quella delli 21 Agoſto 1560 in Coimbria atteſta eſſere ſtate le tenebre maggiori o almen più ſenſibili e ſpaventoſe di quelle della notte: non ſi potevano muovere i piedi, e gli uccelli per lo ſpavento cadevano a terra.

637. Dopo grandiſſimo tempo non vi ſu a Parigi altra eccliſſe totale che quella delli 22 Maggio 1724, la di cui oſcurità totale durò 2' $\frac{3}{4}$. Si videro a occhio nudo il ſole mercurio e venere in una ſteſſa linea; ma ſtelle poche a cagione delle nubi. La prima piccola parte di ſole, che ſi ſcoprì, lanciò un lume improvviſo e viviſſimo, che tolſe quella denſa oſcurità (*Hiſt. dell' Acad.* 1724); l'eccliſſe del 1706 fu di dieci digiti e 58 minuti; e ci rimaneva lucida $\frac{1}{12}$ parte incirca del ſole; la di cui luce però pareva tinta d'un pallore ſpaventevole e lugubre; tutti gli oggetti per altro ſi diſtinguevano chiaramente come nel più bel dì (*Hiſt. dell' Acad.* 1706). Queſta eccliſſe fu totale a Montpellier, e ſi offervò intorno alla luna una corona di pallida luce, larga $\frac{1}{12}$ parte del diametro lunare, nella più ſenſibile ſua parte; ma che per altro ſi diſtingueva ancora intorno alla luna in diſtanza di 4 gradi, ma ſempre più debole.

638. Nell'eccliſſe del ſole dei 23 Settembre 1699 non vi reſtò lucida, che $\frac{1}{180}$ parte del diametro ſolare a Gripſvvald in Pomerania, e le tenebre vi furono sì grandi, che non ſi poteva nè leggere, nè ſcrivere; e vi fu chi vide qnattro ſtelle, che dovettero eſſere mercurio, venere, regole ſpica della vergine (*Hiſt. Acad.* 1700).

639. L'eccliſſi del ſole in un determinato luogo della terra ſono aſſai

più rare delle lunari; perchè eſſendo la luna molto più piccola della terra, non può coprire del noſtro globo che una piccoliſſima parte; e ſpeſſo avviene che non ci arriva in terra nè anche il vertice del cono ombroſo lunare, come nell' eccliſſi *annulari*. In ogni anno però ſuccedono molte eccliſſi, che alle volte, intendendo le ſolari e lunari inſieme, giungono a ſei; ma tutte non ſi veggono in uno ſteſſo luogo. Perchè dal 1755 fino a tutto il 1764 non ſi trovano che quattro eccliſſi ſolari viſte a Parigi, e al contrario undici lunari.

Avendo il Re deſiderato di ſapere ſe fra pochi anni foſſe per accadere a Parigi qualche eccliſſe totale, io impegnai il Sig. Vaucel a tal ricerca, e trovò che da queſto anno fino il 1900 vi ſaranno 59 eccliſſi viſibili a Parigi, niuna delle quali ſarà totale, e una ſola annulare li 9 Ottobre 1847 (*Mem. préſentés &c. Tom. V. pag.* 575).

640. Il calcolo delle eccliſſi ſolari è molto più difficile e più lungo di quello delle lunari per cauſa delle parallaſſi, che indiſpenſabilmente v' hanno luogo; le quali per ciaſchedun punto terreſtre ſono diverſe; onde è, che una medeſima eccliſſe ſolare ſi vede diverſamente in diverſo paeſe; al roveſcio delle lunari, che ſono affatto le ſteſſe per ognuno che le oſſerva, perchè allora la luna, perſa di fatto la luce, reſta oſcura a tutto il mondo.

641. Spiegherò ſul principio un metodo quaſi meccanico, onde la viſta poſſi ajutare la fantaſia, per ſcemarne la difficoltà. Spiegherò dunque una operazione grafica, colla quale ſi potrà calcolare una eccliſſe del ſole riſpetto alla terra in generale, colla ſteſſa facilità, con cui ſe ne calcola una della luna (629); e anche ſpiegherò come ſi poſſa per mezzo d' un globo trovare in circa le faſi dell' eccliſſe per ciaſchedun luogo terreſtre, compiti però prima i calcoli preliminari (604).

642. Per far vedere la ragione e il principio di tale grafica operazione, moſtrerò il modo con cui nel caſo più ſemplice avvengono queſte eccliſſi ſulla ſuperficie terreſtre. Suppongo un principio, che deve ſempre ſtarci avanti gli occhi, ed è: eſſere tanto grande la diſtanza del ſole dalla terra, che i raggi partendo dal di lui centro e diretti a diverſi punti terreſtri, ſi poſſono ſupporre ſenſibilmente tra loro paralelli. Così vedendoſi dal punto T (*fig.* 75) che ſuppongo centro della terra, il centro del ſole per via del raggio T S, e dal punto E ſulla ſuperficie terreſtre, vedendoſi lo ſteſſo centro del ſole per via del raggio E O, che forma col primo un angolo di $8'' \frac{1}{2}$ (590), e a cui s' uniſce a una diſtanza immenſa, così, dico, queſto raggio è ſenſibilmente paralello al primo; ſi può dunque ſupporre che dal punto E della terra ſi vegga il centro del ſole per una linea E A O paralella alla T L S.

643. Se la luna nella ſua congiunzione ſarà in L, l' oſſervatore terreſtre ſituato in K vedrà un' eccliſſe centrale del ſole, poichè vedrà i centri del ſole e della luna ſulla ſteſſa linea T K L S. Sia A L una porzione dell' orbita deſcritta dalla luna prima della congiunzione, da A verſo L, cioè dall' occidente verſo l' oriente. E' chiaro che l' oſſervatore

ſitua-

ſituato in E vedrà l' eccliſſe centrale, giunta che ſarà la luna al punto A, poichè vede i centri del ſole e della luna ſulla ſteſſa linea E A O.

Se la luna ſpende un'ora di tempo a percorrere la porzione di ſua orbita A L, chiaramente ſi vede, che nel luogo E ſi vedrà l' eccliſſe un' ora prima che in K, o dal centro T della terra, cioè un'ora prima della congiunzione, che io ſuppongo avvenire in L.

644. Io ſo beniſſimo, che ſi dura fatica nell' immaginarſi che il ſole a un tempo ſteſſo corriſponda a punti diverſi dell'orbita lunare in diverſi luoghi della terra; ma s'intenderà ciò facilmente riflettendo a quel che avviene a chi paſſeggia per i viali d'un giardino, ed ha il ſole a deſtra: tutte le ombre degli alberi ſono paralelle fra loro; quando ſi paſſa per l' ombra del primo albero, del ſecondo, terzo ec. ſi vede il ſole che corriſponde al primo, ſecondo, terzo albero ec. e quattro perſone poſta fra loro a quella diſtanza in cui ſono li quattro alberi, vedranno il ſole in faccia ad eſſi quattro alberi diverſi. Nella ſteſſa guiſa l'oſſervatore in D, vede il ſole che corriſponde al punto C della orbita lunare, o della projezione, e quello che è in K, lo vede nel punto L, quello ch' è in F nel punto H. Non è biſogno d' avviſare, che i punti E, F, K girano colla terra; ma in queſti preliminari generali ci baſta conſiderare eſſi punti in generale, ſenza badare a que' paeſi della terra, che occupano i diverſi punti del globo).

645. Il punto E della terra, è il primo di tutti a vedere la luna che va coprendo il ſole, e vedrà l' eccliſſe centrale, giunta che ſia la luna in A (643); ma il principio dell' eccliſſe per il punto E ſi fu quando il centro della luna ſi ſarà trovato in M, perchè vedendoſi il centro del ſole in A, il di lui lembo ſi ſarà viſto nel punto B, lontano dal punto A 16′ circa, ch'è l'angolo ſotto di cui veggiamo il ſemidiametro ſolare, nel qual caſo la diſtanza fra i centri A, M del ſole e della luna ſarà ſtata eguale alla ſomma dei ſemidiametri A B, B M del ſole e della luna. Eſſendo la diſtanza della luna dal punto della congiunzione L, o ſia dalla linea dei centri, eguale alla ſomma dei ſemidiametri ſolare e lunare più alla linea A L eguale alla T E, è chiaro che l' oſſervatore, il quale dal punto E al levare del ſole avrà viſto toccarſi inſieme i lembi della luna e del ſole, vedrà l'eccliſſe centrale da un altro punto dello ſpazio aſſoluto diverſo da E; e l'eccliſſe centrale ſi vedrà da quell' oſſervatore, che col ſuo moto ſarà giunto al punto E del cerchio d'illuminazione, quando la luna ſarà giunta al punto A.

646. La porzione A L dell' orbita lunare eguale al raggio E T della terra, ſi vede ſotto l'angolo A E L eguale all'angolo E L T, che è la parallaſſe orizzontale della luna (578); dunque la porzione M L compariſce eguale alla ſomma dei ſemidiametri del ſole e della luna e alla parallaſſe orizzontale della luna. E perciò il punto E della terra vedrà il principio dell' eccliſſe, quando la diſtanza M L della luna dal punto L, ove naſce la congiunzione, ſarà eguale alla ſomma dei ſemidiametri ſolare e lunare e della parallaſſe orizzontale della luna. E parimenti il punto G, l'ultimo e il più orientale della terra, vedrà il fine della eccliſſe, quan-

quando la luna, paſſata già la congiunzione, ſarà altrettanto lontana dal medeſimo punto L.

Se A C ſarà eguale alla ſomma dei ſemidiametri ſolare e lunare, trovandoſi la luna in C, il punto E della terra vedrà il fine dell' eccliſſe, perchè vedrà allora il centro della luna lontano dal centro del ſole A della quantità A C eguale alla ſomma dei loro ſemidiametri.

Ma mentre trovandoſi la luna in C, il punto E vede il fine dell' eccliſſe, un altro punto D, che vede il centro del ſole ſulla linea D C paralella alla T S, vedrà un' eccliſſe centrale; e lo ſteſſo vadaſi conſiderando di tutti gli altri punti terreſtri, che corriſpondono a perpendicolo a diverſi punti della linea A C L.

647. Mentre il punto terreſtre E vede il fine dell' eccliſſe giunto il centro della luna in C, e mentre il punto D la vede allora centrale, i punti terreſtri che ſono fra E e D vedono l' eccliſſe di varia grandezza. Così il punto F da cui il centro del ſole ſcorgeſi nella linea F H, vede la diſtanza apparente della luna C dal ſole H eguale alla C H, la quale C H quanto ſarà minore della ſomma dei ſemidiametri lunare e ſolare, la luna di altrettanta quantità coprirà il ſole agli occhi dell' oſſervatore F; ſe ſarà minore d' un digito, la luna coprirà un digito del diſco ſolare, e l' eccliſſe diraſſi d' un digito: ſe ſarà minore di ſei digiti, la luna ne coprirà ſei, e il di lei lembo ſi vedrà dal punto F ſul centro del ſole. Lo ſteſſo ſi dice, ſe ſarà minore di tre digiti, cioè d' un quarto del diametro ſolare ec.

648. E per trovare il punto F della terra, in cui poſta la luna in C l' eccliſſe a una data ora comparirà di tre digiti, partendo dal punto C, ov' è la luna, biſogna 1°. prendere C A eguale alla ſomma dei ſemidiametri ſolare e lunare; 2°. prendere A H, cominciando da A, di tre digiti, ec.; 3°. calare una perpendicolare H F N ſulla terra, (cioè ſul piano G E del cerchio terreſtre ch' è perpendicolare alla linea dei centri) e ſi troverà il punto cercato F della terra; poichè vedendoſi dallo ſteſſo il ſole in H e la luna in C, la loro diſtanza è minore di tre digiti della ſomma dei loro ſemidiametri.

649. Finora ho io ſuppoſto, che l'orbita della luna L B M paſſi per la linea S L T che uniſce i centri del ſole e della terra, e che la luna in congiunzione non abbia alcuna latitudine: ora oſſerviamo coſa avvenga, quando ſarà in qualche latitudine. E primieramente quanto diſſi del punto M (645), ſi deve ſimilmente intendere d' ogni altro punto ſituato alla medeſima diſtanza dai punti T ed L. Supponiamo adeſſo che la linea L M (eguale alla ſomma della parallaſſi lunare e dei ſemidiametri ſolare e lunare) girando intorno al punto L, deſcriva un cerchio, il di cui piano ſia perpendicolare ad L T e al piano della figura, di modo che ciaſchedun punto di queſto cerchio abbia la medeſima diſtanza dal punto T. Queſto cerchio perpendicolare alla linea dei centri, e deſcritto nella regione lunare, ſi dice *il cerchio di projezione*, perchè ad eſſo ſi riferiſcono, e in lui ſi conſiderano quaſi delineati il ſole e la terra; al quale cerchio applicheremo in ſeguito quanto abbiamo detto finora ſulla

figu-

figura 75. E' chiaro che i diverſi punti di tal cerchio corriſpondono a diverſi punti della circonferenza terreſtre, ſiccome il punto A corriſponde al punto E della terra, il punto L al punto K. Il ſito poi, o ſia i punti del cerchio ſteſſo nella regione lunare, ai quali corriſpondono i diverſi punti terreſtri, reſtano determinati da altrettante perpendicolari condotte dagli ſteſſi punti terreſtri ſullo ſteſſo cerchio, o *piano della projezione*, che io ſuppongo nella regione della luna.

650. Supponiamo una linea L B (*fig.* 76) eguale al raggio della projezione L M (*fig.* 75), più alla ſomma dei ſemidiametri ſolare e lunare. Con queſta L B (*fig.* 76) come raggio deſcriviamo un cerchio B C G D nel piano della projezione; indi un altro cerchio A E Q R col raggio L A eguale alla parallaſſe della luna, come lo era L A nella *fig.* 75. Quando la luna prima di giungere alla congiunzione, batterà col ſuo centro ſu qualche punto K della circonferenza B C D, allora per qualche punto terreſtre (646) comincierà l'eccliſſe.

E ſimilmente giunto il centro della luna ſu qualche punto V della circonferenza A V E del cerchio di projezione, il centro della luna ſi vedrà ſul centro del ſole, e perciò ſi vedrà il principio dell'eccliſſe centrale da quel luogo terreſtre, che ſi troverà direttamente ſotto al punto V, o che avrà la ſua projezione al punto V.

651. *L'eccliſſe generale* del ſole è quella, che ſi calcola per la terra in generale, ſenza conſiderare i luoghi, ai quali appartiene: dalla quale noi cominciamo colla ſcorta di Keplero (*Epitome pag.* 373) prima di cercare le faſi dell'eccliſſe ſolare proprie di ciaſchedun luogo terreſtre. Quando la diſtanza L K del centro della luna dal centro della projezione ſarà eguale alla ſomma dei ſemidiametri del ſole, della luna e della projezione, allora comincierà l'eccliſſe del ſole in quel luogo della terra, che corriſponde a perpendicolo al punto I (645); queſto diceſi il principio della eccliſſe generale: e ſimilmente ſe giunto il centro della luna in G ſarà G L eguale alla ſomma degli ſteſſi tre ſemidiametri, allora da quel luogo terreſtre, che l'ultimo di tutti vedrà l'eccliſſe del ſole, ſi vedranno ſtaccarſi per così dire i lembi del ſole e della luna, e ſarà allora il fine dell'eccliſſe generale. Parimenti la perpendicolare L M calata ſull'orbita determinerà il mezzo dell'eccliſſe generale, come nelle eccliſſi lunari (620).

652. Per conoſcere l'ora del mezzo dell'eccliſſe generale, ſi premettono gli ſteſſi calcoli, e ſi ſegue lo ſteſſo metodo, che nelle lunari (620): L A B rappreſenta porzione dell'ecclittica. L il punto dove ſi trova il ſole nella congiunzione. L H la latitudine della luna nella congiunzione. K M G l'orbita relativa (609). Nel triangolo L M H rettangolo in M ſono noti l'angolo H L M inclinazione dell'orbita relativa, e la baſe H L latitudine lunare, onde ſi troverà il lato H M, che ſi ridurrà in tempo in ragione del moto orario della luna per l'orbita relativa; e quindi ſi ſaprà la differenza di tempo fra la congiunzione ed il mezzo dell'eccliſſe; la quale quantità di tempo ſi leverà dall'ora della congiunzione accaduta in H, ſe la latitudine della luna va creſcendo, cioè ſe la luna

avrà

avrà già paſſato il ſuo nodo; e ſi aggiungerà, ſe la luna va avvicinandoſi allo ſteſſo ſuo nodo, e ſi conoſcerà così il mezzo della eccliſſe generale in M, come ſi è viſto all' art. 622.

653. Il cerchio di projezione A E R rappreſenta il diſco della terra, o ſia l' imagine dell' emiſfero terreſtre illuminato e traſportato nella regione lunare: la linea V X è la porzione dell orbita lunare deſcritta dalla ſteſſa luna in tempo dell' eccliſſe totale, ſiccome K G quella che ſarà deſcritta dal primo momento in cui la penombra (631) toccherà il diſco terreſtre in qualche punto I, fino a quello in cui la penombra ſteſſa abbandonerà il punto F della terra, cioè dal principio al fine dell' eccliſſe generale. Dalla lunghezza dunque K G dell' orbita lunare compreſa fra i punti K, G conoſceremo la durata dell' eccliſſe; ſiccome dal mezzo M della ſteſſa K G il mezzo dell' eccliſſe generale. La linea poi K G è diviſa egualmente dalla perpendicolare L M per eſſere eguali L K ed L G; lo ſteſſo è della corda V X. Onde il punto M dinota il mezzo dell' eccliſſe generale, la di cui durata viene eſpreſſa dalla K G, e la durata dell' eccliſſe centrale dalla V X.

654. Eſempio. Nella eccliſſe del primo Aprile 1764 l' ora vera della congiunzione fu la 10 31′ 23″ matut. a Parigi; la latitudine in quell' ora fu 39′ 36″ boreale; il moto orario della luna in longitudine 29′ 39″, del ſole 2′ 27″ $\frac{2}{3}$, l' inclinazione dell' orbita relativa 5° 44′ 26″, il moto orario relativo o compoſto 27′ 19″ $\frac{1}{2}$. Seguendo dunque, come nell' eccliſſi lunari (625) queſte due analogie, R : 39′ 36″ = ſin. 5° 44′ 26″ : 3′ 58″ = alla H M; poſcia 27′ 19″ $\frac{1}{2}$: 60′ 0″ = 3′ 58″ : 8′ 42″ di tempo, i quali ſi leveranno dall' ora della congiunzione, per eſſere creſcente la latitudine della luna, e ſi avrà 10^{h} 22′ 41″ ora del mezzo dell' eccliſſe generale al meridiano di Parigi.

Col medeſimo triangolo H L M troveremo la perpendicolare L M di 39′ 24″, cioè la più breve diſtanza della luna dal centro della projezione a mezza l' eccliſſe; colla ſcorta della quale perpendicolare troveraſſi ancora il principio ed il fine.

655. Il principio dell' eccliſſe generale rapporto al meridiano di Parigi ſi trova come nelle eccliſſi lunari (625); nel triangolo L K M rettangolo in M, ſono note la perpendicolare L M (654) e la baſe L K eguale alla ſomma dei tre ſemidiametri del ſole, luna e projezione (645): onde ſi troverà M K che ſi ridurrà in tempo in ragione del moto orario, e tolto eſſo tempo dall' ora del mezzo in M, ſi avrà il principio dell' eccliſſe generale in K; e aggiunto ſi avrà il fine in G.

Eſempio: Nell' eccliſſe del 1764 il lato L M è di 39′ 24″; la parallaſſe della luna di 54′ 0″ a Parigi (da cui ho levata la parallaſſe del ſole, per ſapere quanto la luna è più baſſa dello ſteſſo; della quale differenza ſoltanto ſi abbiſogna in una eccliſſe), il ſemidiametro orizzontale della luna 14′ 47″, del ſole 16′ 1″; dunque il principio dell' eccliſſe generale

rale ſi troverà a $7^h\ 37'\ 48''$ matut. e il fine a ore $1\ 7'\ 34''$ dopo il mezzodì; e la durata perciò per tutta la terra di ore $5\ 29'\ 46''$.

656. Il principio dell' eccliſſe centrale ſuccede quando la luna giunge al punto V, in cui l'orbita taglia il cerchio di projezione; perchè allora il centro della luna e del ſole e il lembo della terra ſono in una ſteſſa linea, e il punto della terra che corriſponde al punto V vede il centro della luna ſopra quello del ſole.

Nel triangolo LMV rettangolo in M, note la perpendicolare LM (654) e la baſe LV, parallaſſe o raggio della projezione, ſi troverà MV che ſi convertirà in tempo lunare; e queſto tolto dall'ora del mezzo dell' eccliſſe generale, ſi avrà l' ora numerata a Parigi, quando comincia l'eccliſſe centrale al punto V della terra.

Eſempio. Nella eccliſſe del 1764 poſta $LV = 54'\ 0'' = 3240''$; $LM = 39'\ 24''$, ſi avrà $MV = 36'\ 56''$, che danno di tempo $1^h\ 21'\ 5''$; la metà della quale durata tolta dal mezzo dell' eccliſſe $10^h\ 22'\ 41''$ (654), avremo il principio dell'eccliſſe centrale a $9^h\ 1'\ 36''$, e aggiuntala, il fine a $11^h\ 43'\ 46''$; e ore $2\ 42'\ 10''$ di tempo impiegato dalla ombra a traverſare la terra.

657. Tutti queſti calcoli dell' eccliſſe generale ponno farſi graficamente, ſiccome quelli delle eccliſſi lunari (629); deſcritto un cerchio grande, il di cui raggio LA ſi dividerà in tanti minuti, quanti ne contiene la parallaſſe, ſi prenderà la linea LH eguale alla latitudine della luna, e l' angolo MLH eguale alla inclinazione relativa dell' orbita lunare (609); ſi prenderà ſulla ſteſſa ſcala una linea eguale al moto orario della luna per l'orbita relativa, e le ſi farà eguale la HN, notando in H l'ora della congiunzione, e in N un'ora di meno; e diviſa la NH in 60 minuti, ſi ſeguirà a dividere in uguali minuti tutta l' orbita GK; e in tal guiſa ſi conoſcerà l' ora, in cui la luna ſu in K, in V, in M, in X, in G, ſiccome trovato lo abbiamo negli articoli precedenti.

658. Volendoſi ora ſapere quali ſieno li paeſi terreſtri, cioè quali ſieno le loro longitudini e latitudini geografiche, che corriſpondono ai punti V, X, quando la luna giunge ai medeſimi, noi lo ſpiegheremo per mezzo d' un globo. E in fatti non conſiglierei mai alcun aſtronomo ad adoperare la trigonometria per queſti calcoli, ſe non l'eſiggeſſe un qualche caſo ſtraordinario, o qualche importante oſſervazione; eſſendo aſſai meglio impiegato il tempo a calcolare delle oſſervazioni già fatte per eſtenderne e cavarne delle conſeguenze, piuttoſto che intrigarſi in tali calcoli laborioſi, per dedurne ciò che dovrà avvenire. Le operazioni grafiche ſono ſufficienti per delineare una carta ſimile alla tavola VII. che ſi ſuole comunemente e compendiariamente unire all' effemeridi. L' idea e il modello fu dato dal Sig. Caſſini quando oſſervò l'eccliſſe del ſole in Ferrara nel 1664.

659. Suppongo dunque un globo terreſtre di 6 pollici almeno di diametro, e una riga con due piedi come GVAE (*fig.* 77), la di cui lunghezza VA ſia eguale al diametro del globo, e l' altezza al raggio dello ſteſſo, o un poco maggiore, per poterla mettere ſull' orizzonte GE; ſi

raggio di queſto globo deve rappreſentare il raggio della terra, o la parallaſſe della luna, come L A nella *fig.* 76; onde ſi dovrà ſupporre diviſo in parti 54 per l'eccliſſe del 1764, in cui la detta parallaſſe era di 54'.

669. Siccome non ſi può cangiare il diametro di tal globo per addattarlo alle diverſe eccliſſi, così biſognerà calcolare le diverſe parti della figura, cioè il moto orario della luna e li diametri ſolare e lunare, e quindi ridurli a queſta ſcala: ſe il globo per eſempio aveſſe 8 pollici di diametro, e la parallaſſe foſſe di 54', ſi deſcriverà una linea eguale al raggio del globo, e la ſi dividerà in 54 parti, 27 $\frac{1}{3}$ delle quali ſe ne prenderanno per il moto orario.

661. Per ſituare ſul globo l'orbita della luna, ſi dovrà formare una figura ſimile alla 76, in cui la linea B L D rappreſenta porzione dell' ecclittica ed X V l'orbita relativa; e nella quale formando l'angolo A L O eguale all' angolo di poſizione (693), o al complemento dell' angolo dell' ecclittica col meridiano, ſarà deſcritta porzione dell' equatore O L Q, il quale ſarà al mezzodì o al di ſotto dell' ecclittica all' oriente del globo nei ſegni aſcendenti, cioè quando la congiunzione ſuccede tra li 21 Dicembre e li 21 Giugno. Dalla ſomma dell' angolo A L O e di quello della inclinazione dell' orbita relativa, o dalla loro differenza ſecondo il caſo, ſi conoſcerà l'angolo che forma la perpendicolare L M col meridiano univerſale L P, o ſia col meridiano del globo, che ſi ſuppone immobile; il qual angolo è uguale all' angolo formato dall' orbita con l' equatore. Nella deſcritta figura prendanſi col compaſſo gli archi O V, Q X, e ſull' orizzonte del globo cominciando dai cardini d' oriente e d' occidente ſi contino altrettanti gradi quanti ne contengono i detti archi verſo il nord ſe la latitudine della luna ſarà boreale, e verſo il ſud ſe auſtrale.

662. Il polo del globo ſi alzi ſopra l'orizzonte tanti gradi, quanti ne contiene la declinazione del ſole, la quale ſe ſarà boreale s'intende doverſi alzare il polo boreale. Il pezzo G V A E (*fig.* 77) ſi dovrà ſituare in modo che ciaſcuna delle due eſtremità della riga ſuperiore V A corriſponda perpendicolarmente ſopra i due punti notati ſull' orizzonte del globo; nel qual caſo queſta riga V A rappreſenterà l'orbita della luna quaſi deſcritta ſull' orizzonte del globo, come lo era nella fig. 76 ſu' cerchio di projezione.

Biſogna in oltre prendere dalla figura 76 il pezzo d' orbita V X diviſo in tempo colle ore che battono ſui punti V, X, cioè che corriſpondono al principio ed al fine, il qual pezzo d' orbita ſi trasferirà ſulla riga V A colla diviſione del tempo, per il che fare comodamente ſi coprirà la detta riga V A con un pezzo di carta: così ſi avrà una porzione V A diviſa in minuti di tempo, come lo è l'orbita V X della luna (657); o pure ſervendoſi del moto orario, ſi noterà ſolamente l'ora del mezzo dell' eccliſſe nel punto di mezzo L della riga, e determinando dal punto L lunghezze eguali al moto orario, ſi noteranno le ore antecedenti all' ora del mezzo, e le ſuſſeguenti, avvertendo di ſegnare le ore antecedenti all' occidente, o alla dritta.

663. Fat-

663. Fatto tutto queſto apparecchio, biſognerà ſituare il globo ſu quell' ora che gli compete; per eſempio nella eccliſſe del 1764, dovendo la luna trovarſi in A a ore 9 2', principio dell'eccliſſe centrale (656), ſi farà girare il globo in modo, che Parigi reſti in C cioè per il tratto di ore 2 58' all'occidente del *meridiano univerſale* M P; nel quale meridiano ſi ſuppone fiſſo il ſole, e al contrario tutti li paeſi della terra ſi ſuppongono col girare del globo da occidente in oriente paſſare ſucceſſivamente avanti di lui.

Situato in tal guiſa il globo ſecondo l'ora di Parigi, e ſupponendo la luna in A, l'eccliſſe ſi vedrà centrale in quel luogo della terra, che perpendicolarmente corriſponde ſotto alla luna (645) ſul globo alla ora ſteſſa 9^h 2' di Parigi; per trovare il qual luogo ſi dovrà calare (ben livellato l'orizzonte del globo) dal punto A ſul globo un filo a piombo, o pure, poſto l'occhio ſul punto A, guardare perpendicolarmente il globo, o finalmente con una ſquadra cercare ſul globo queſto dato paeſe; trovato il quale ſi noterà la di lui longitudine e latitudine; e queſto è il primo punto della eccliſſe centrale ſegnato A ſulla carta della *Tav.* VII.

664. Si pianterà nel punto A il centro d'un cerchio del raggio A D, eguale alla ſomma dei ſemidiametri ſolare e lunare preſa ſulla ſcala dei 54 minuti. Queſto cerchio ſi potrà farlo di cartone, e poſtone il centro in A, ſi metterà paralello all'orizzonte del globo; o pure prendendo colle punte del compaſſo una linea eguale alla ſomma dei ſuddetti ſemidiametri, fiſſatane una in A, l'altra punta del compaſſo ſi farà girare, e intanto ſi oſſerveranno tutti que' punti del globo, che corriſponderanno perpendicolarmente alla circonferenza del cerchio deſcritta da eſſa punta; e queſti ſaranno i luoghi, che vedranno all'iſteſſa ora toccarſi ſcambievolmente i lembi del ſole e della luna; fra i quali luoghi quello che ſarà nell'orizzonte del globo, vedrà il contatto dei lembi al naſcere del ſole.

665. Si formerà un altro cerchio, il di cui raggio ſia minore per la quarta parte del diametro ſolare, cioè per tre digiti (e ſarà 8' per l'eccliſſe del 1764), o pure ſi ſminuirà di tal quantità una porzione del primo cerchio, con cui ſi trovò la prima faſe, come ſi ſcorge nella chiocciola della *fig.* 79; o pure finalmente ſi regolerà l'apertura del compaſſo. Queſto cerchio o punta del compaſſo col ſuo girare intorno al centro A (*fig.* 77) moſtrerà col filo a piombo tutti i luoghi della terra, in cui in quell'ora ſi vedrà eccliſſato il ſole di tre digiti, e la ragione facilmente ſi vedrà dagli articoli 647, 648.

666. Simili cerchi ſe ne potranno fare per l'eccliſſe di 2 3 4 5 digiti ec. collo ſminuire di altrettanti digiti il raggio del cerchio della *penombra*, cioè del cerchio che ha per raggio la ſomma de' ſemidiametri del ſole e della luna. Ma più brevemente ſi potrà formare un cerchio ſolo dividendone la circonferenza in 12 parti, e in cui li 12 ſettori vadano ordinatamente ſcemando, come nelle ſcale degli orologi a ripetizione (*fig.* 79), in guiſa cioè, che ciaſchedun ſettore ſia minore del precedente d'un di-

gito, o duodecima parte del diametro ſolare preſo ſulla ſcala della paralaſſe orizzontale, e del moto orario (660); facendo girare un filo a piombo ſulle circonferenze di queſti ſettori, il piombo ſegnerà ſul globo i paeſi, che nella ora indicata vedranno l'eccliſſe d'un digito, due, ec.

667. Se il centro di queſti cerchi ſi pianterà in L ſul mezzo cioè della riga A V, facendo la ſteſſa operazione come di ſopra, dopo avere col girare del globo fiſſato l'indice P ſull'ora 10^h 23', che è l'ora di Parigi, quando accade il mezzo dell'eccliſſe generale, ſi troveranno tutti i paeſi, che alle $10^h\frac{1}{2}$ 23' vedranno l'eccliſſe d'un digito, due ec. E con queſto mezzo ſi potrà ſegnare ſopra d'un globo o carta geografica la figura di tutti i punti, che vedranno un'eccliſſe centrale, o d'un digito, di due ec. Biſogna notare, che tutti queſti luoghi dai quali a una data ora ſi vedrà l'eccliſſe d'un digito non anno però aſſolutamente l'eccliſſe d'un digito per la maggior grandezza, perchè con tale operazione non ſi trova già la faſe maggiore, ma quella ſolamente che conviene a una data ora; ma ſi potrebbe trovare anche queſta maſſima faſe cercando quel punto della terra, che più di tutti ſi ſcoſta dal punto A (*fig.* 77), o pure che dando un piccolo moto al globo e alla luna, ſi trova nonnoſtante nella ſteſſa diſtanza dalla luna.

Trovare le faſi d'un'eccliſſe del ſole col metodo delle projezioni.

668. Il metodo, che finora abbiamo ſpiegato non è tanto eſatto, onde ſi ſperi di ſchivare un errore di uno o due minuti nel determinare il principio e il fine dell'eccliſſe in qualunque luogo, ſe non ſi faccia però uſo d'un globo grandiſſimo e perfettiſſimo; ma tale eſattezza l'averemo facilmente, ſervendoſi delle projezioni, e d'una elliſſe giuſtamente deſcritta; l'operazione grafica che ſi farà colla riga ſoltanto e col compaſſo, ſarà più eſatta aſſai e della ſteſſa ſemplicità di quella del globo. Prima però d'entrarvi voglio farne vedere la teoria collo ſpiegare diſtintamente i principj della projezione ortografica; di cui n'ho già fatto uſo nell'art. 643 e ſeg. Giuſta l'aſſerzione di Flamſtedio primo fu Wren a trovare verſo il 1660 le faſi d'una eccliſſe ſenza il calcolo delle paralaſſi; e lo ſteſſo Flamſtedio aſſeriſce, che il Sig. Halley prima di partire nel 1666 per Santa Elena, gli avea fatta menzione della coſtruzione delle eccliſſi, ſenza però ſcoprire il metodo, per il quale Flamſtedio per allora non avea molta fede.

669. Diſegnare la *projezione* d'una figura, ſignifica delineare la figura ſteſſa ſopra un altro piano per via di linee condotte da varj punti della figura ſteſſa ſopra lo ſteſſo piano. *Projezioni* ve n'ha di molte ſorte; ma fra tutte la più ſemplice è l'*ortografica*, in cui quelle linee tutte ſi conducono perpendicolarmente ſu quel piano; e di queſta appunto ſi fa uſo con gran frutto nelle eccliſſi ſoggette alle paralaſſi.

670. Se dalle eſtremità A, B d'una linea AB (*fig.* 78) ſi calino ſopra un piano qualunque P L, diverſo dalla linea AB, delle perpendicolari A*a*, B*b*, lo ſpazio *a b* da eſſe determinato ſul piano, ſi dice la pro-

projezione ortografica della linea AB, e il piano PL, ſopra cui ſi fanno cadere le perpendicolari, ſi dice *piano della projezione*.

671. La projezione ortografica *ab* d'una linea AB in tal guiſa determinata, è uguale al coſeno della inclinazione della ſteſſa linea col piano PL. Poichè condotta AC paralella a PL, l'angolo BAC è uguale a tale inclinazione, ed AC = *ab* è la projezione di AB; ma AB: AC = R : coſen. BAC; o pure raggio al coſeno della inclinazione, come la linea AB alla di lei projezione; dunque, preſo il raggio come unità, *la projezione d'una linea è uguale alla ſteſſa linea moltiplicata per il coſeno della di lei inclinazione col piano di projezione*.

672. La *Projezione* d'un arco FI è uguale al ſeno del medeſimo. Sia DFH (*fig.* 80) la circonferenza del ſemicerchio, di cui cercaſi la projezione, e il piano del medeſimo ſemicerchio ſia perpendicolare al piano della projezione. Ciaſcheduna delle perpendicolari FC calate da ciaſchedun punto della circonferenza ſul raggio CH, ſaranno perpendicolari al piano, e ſegneranno le projezioni dei punti medeſimi. Il punto K ſarà la projezione del punto I, e la linea CK ſarà la projezione dell'arco FI: ma poſto C il centro del cerchio, CK = IL è il ſeno dell'arco FI; dunque i ſeni degli archi FI ſono le projezioni degli archi ſteſſi, contandoli queſti archi dal punto F, che corriſponde perpendicolarmente al centro C. Di queſta propoſizione ci ſerviremo aſſai nel calcolo delle eccliſſi.

673. La projezione ortografica d'un cerchio inclinato è ſempre una elliſſi. Sia DFH il cerchio, di cui cercaſi la projezione, e di cui il diametro DH ſia nel piano ſteſſo della projezione, o a lui paralello. Se queſto ſemicerchio inclinato al detto piano ſi farà girare intorno al diametro DH in guiſa che le linee IK mantenghino coſtantemente il medeſimo angolo qualunque d'inclinazione col piano di projezione, la projezione di eſſe tutte ſaranno le linee KG, ciaſcheduna delle quali ſarà eguale alla ſua corriſpondente IK moltiplicata nel coſeno dell'angolo d'inclinazione (671); onde ſarà ſempre KG ad IK come il coſeno dell'angolo d'inclinazione al raggio: ma, come ſi dimoſtra nelle ſezioni coniche, proprietà dell'elliſſi è, che tutte le ſue ordinate KG ſerbino una coſtante ragione colle corriſpondenti ordinate del cerchio che ha lo ſteſſo diametro; dunque una curva che paſſerà per l'eſtremità delle linee KG ſarà un'elliſſi; e perciò la projezione d'un ſemicerchio obliquo DFH ſarà la periferia d'un'elliſſi DGH, il di cui aſſe maggiore DH uguaglia il diametro del ſemicerchio, e il minore ne ſcemerà in ragione del coſeno dell'inclinazione. E lo ſteſſo affatto ſuccederebbe, ſe il diametro DH del cerchio, di cui vuolſi la projezione, foſſe in una data diſtanza al di ſotto del detto piano.

674. Se dunque ſi guarda un cerchio obliquamente, ſi vedrà come trasformato in elliſſe. Perchè ſiccome una linea AB (*fig.* 81) mirata dal punto O obliquamente compariſce della ſteſſa grandezza colla perpendicolare AC = AB ſen. ABC; così nel cerchio CAD (*fig.* 82) viſto pure obliquamente, tutte le ordinate AB, EF compariranno più piccole nella ſteſſa ragione, e il cerchio comparirà un'elliſſe CGD, in

cui

cui l' aſſe minore ſta all' aſſe maggiore, come il ſeno della inclinazione al raggio; la quale propoſizione è la ſteſſa colla precedente; e di eſſa ne faremo uſo perpetuamente.

675. La *fig.* 83 rappreſenta le ſinee principali della projezione per una qualche eccliſſe. S T è la linea condotta dal centro del ſole a quello della terra, e la diremo linea dei centri. I L è un piano che perpendicolare alla detta linea dei centri paſſa per il centro della terra. Queſto piano forma *il cerchio d' illuminazione*, e diſtingue la parte illuminata I D L dalla oſcura L O V I. In queſto piano noi conſidereremo le diverſe parti della projezione; e quanto ci diremo ſopra, ſi applicherà allo ſteſſo piano di projezione, anche quando ſi trafporterà nella regione della luna (682), perchè ſi manterrà ſempre paralello ed eguale al cerchio d' illuminazione. La linea P O è l' aſſe della terra, E Q il diametro dell' equatore, P E L O Q I P *il meridiano univerſale* (661), cioè quello che paſſa perpetuamente per il ſole, e ſotto di cui vanno paſſando ſucceſſivamente i diverſi paeſi tutti della terra col moto diurno della medeſima. E D è la declinazione o ſia diſtanza del ſole dall' equatore; l' arco P I è l' elevazione del polo ſopra il piano di projezione, la quale altezza è uguale alla declinazione del ſole, perchè levando dagli angoli retti, o quadranti di cerchio P E, D I la porzione comune P D, reſterà P I = D E. Queſta elevazione è altresì uguale alla inclinazione di tutti i paralelli terreſtri colla linea dei centri; cioè uguale al complemento della loro inclinazione col piano di projezione.

Preſi dall' equatore gli archi E G, Q F uguali alla latitudine d' un luogo terreſtre, per eſempio di Parigi, e condotta la linea G H perpendicolare all' aſſe P O, ch' è il coſeno della latitudine E G, ſarà eſſa il raggio del paralello di Parigi, cioè del cerchio che deſcrive Parigi col moto diurno della terra; e il di lui diametro ſarà G F. Se dalle eſtremità G, F e dal centro H di tal paralello ſi caleranno le perpendicolari G M, F R, H N, i punti che reſtano determinati M, R, N ſul cerchio di projezione I L ſaranno le projezioni delle eſtremità e centro del paralello.

676. La diſtanza T M del centro T della projezione dalla eſtremità interiore M della projezione del paralello di Parigi, è uguale al ſeno dell' arco G D, o della differenza fra E G latitudine di Parigi, e D E declinazione del ſole; e la diſtanza T R del centro T della projezione dalla eſtremità R la più lontana del paralello di Parigi, è uguale al ſeno dell' arco D F, o ſia V F; il quale V F è uguale alla ſomma degli archi V Q, Q F, uno de' quali nota la declinazione del ſole, l' altro la latitudine di Parigi. *Dunque la diſtanza del centro della projezione dalla ultima eſtremità del paralello è uguale al ſeno della ſomma della latitudine del luogo e della declinazione del ſole.*

677. Per trovare la projezione del polo P ſi calerà una perpendicolare dal punto P ſulla linea T I; la quale ſegnerà un punto lontano dal centro T d' una quantità uguale a T P. coſen. P T I, cioè T P. coſen. declin. del ſole (671).

678. La diſtanza T N del centro T della projezione dal centro N del para-

paralello è uguale a T H . coſen. H T N (671); ma T H è il ſeno della latitudine di Parigi , H T N = P I = D E declinazione del ſole ; dunque T N è uguale al ſeno della latitudine del luogo moltiplicato nel coſeno della declinazione del ſole a un' ora data , intendendoſi preſo per raggio il raggio ſteſſo della projezione.

679. Il punto D della terra ha il ſole nel zenit , e un altro qualunque E lo ha lontano quanto è l'arco D E : preſa dunque nella projezione una linea T A, e convertita in arco per avere D E , ſi avrà in ſeni la diſtanza del ſole dal zenit , o ſia il coſeno della di lui altezza per un luogo qualunque della terra, la di cui projezione ſia nel punto A ; cioè la linea T A , ſeno dell'arco D E, ſarà la projezione della detta diſtanza del ſole dal zenit.

680. Quindi ne ſegue, che la linea T A eſprime la parallaſſe d'altezza per un luogo che ha la projezione in A ; poichè T L parallaſſe orizzontale (646), è anche il ſeno tutto ; dunque T A , che è il coſeno dell'altezza, ſarà parimenti la parallaſſe d' altezza, la quale è ſempre = *p*. coſen. *h* (582) ; dunque in genere *la diſtanza d' un luogo terreſtre dal centro della projezione è uguale alla parallaſſe d' altezza* , preſo per la parallaſſe orizzontale il raggio della projezione.

681. La projezione del paralello di Parigi , o del cerchio che ha il centro H, e il diametro F G , diſegnata ſul piano I T L , è una elliſſi (673); e appunto queſta elliſſi biſognerà deſcrivere ſul piano , per trovarſi le faſi dell' eccliſſi ; ma prima biſogna oſſervare , che ſi può trasferire nella regione della luna il piano di projezione I T L , dove l' elliſſe ſarà affatto la ſteſſa come ſul piano che paſſa per il centro della terra ; perchè realmente ella è determinata da linee paralelle alla linea dei centri T D S, che s'eſtendono fino alla luna, dove formano una projezione della terra eguale alla terra ſteſſa (642), per eſſere L A = T E (*fig.* 75).

682. Benchè per piano di projezione ſi poſſa ſcegliere quello che paſſa per il ſole, o per la terra (*Mem. dell' Acad.* 1744 *p.* 191); nonoſtante io ſcelgo quello che ſi concepiſce nella regione lunare , parendomi queſto il più comodo , perchè il moto e il diametro della luna vi ſono quali realmente li veggiamo dalla terra , e il raggio ſteſſo della terra vi comparisce d'una grandezza nota e data dalle tavole , che è la parallaſſe orizzontale della luna . Addottando il piano che paſſarebbe per il centro della terra, come lo proponevano Keplero e Boulliaud , ſiamo obbligati di ſupporre l'occhio dell' oſſervatore poſto nella luna , il che può rendere queſta materia più difficile ai principianti.

683. Scelta la regione lunare per piantarvi la noſtra projezione , cerchiamo adeſſo, come vi ſi debbano riferire i paralelli terreſtri. La projezione della terra tutta ſarà un cerchio paralello ed uguale al cerchio d' illuminazione , come l' abbiamo detto ; ma la projezione del paralello di Parigi non può eſſere ſe non in forma ellittica (673) , per non eſſere il medeſimo paralello al piano della projezione . Ora biſogna deſcrivere queſta elliſſi, che ſul piano nella regione lunare è la ſteſſa come ſul piano, che paſſarebbe per il centro della terra ; perchè queſte due elliſſi ſo-

no

no compreſe fra linee paralelle ; e perciò quanto ſi è detto ſulla fig. 83 (675) ſi dovrà intendere dell' elliſſi, che ora deſcriveremo nel piano di projezione che paſſa nell' orbita lunare.

684. Nelle ſeguenti oſſervazioni non biſogna ſcordarſi, che la diſtanza della luna dal punto della projezione, che rappreſenta un qualche luogo terreſtre, nota per lo ſteſſo luogo la diſtanza apparente dei centri del ſole e della luna. Supponiamo un punto E della terra (*fig.* 75) di cui la projezione trovata col raggio E A, ſia in A ; queſti vede il ſole ſulla linea E A (643) ; e ſe allora il centro della luna corriſponde al punto L della projezione, l' oſſervatore in E vedrà la luna diſcoſta dal ſole quanto è A L ; e la diſtanza apparente ſul piano di projezione fra la luna L e il punto A che corriſponde al punto E della terra, ſarà A L. Biſogna notare, che eſſendo il punto A la projezione del luogo terreſtre E, il ſole veduto dal punto E ſi riferiſce allo ſteſſo punto A : così è lo ſteſſo il dire, che un punto A della projezione dinoti il luogo E della terra, per eſempio Parigi, o che dinoti il luogo del ſole viſto da Parigi (644).

685. Per mezzo delle propoſizioni degli art. 675 e ſeg., è facile di diſegnare una elliſſi di projezione per un luogo e giorno qualunque dato. Sia A O B (*fig.* 85) il cerchio d' illuminazione, cioè il cerchio della terra perpendicolare alla linea de' centri : biſogna ſupporre il ſole al di ſopra della figura, che corriſponde perpendicolarmente ſopra del centro C della terra. La linea O P D C è un diametro del meridiano univerſale, in cui il ſole ſi ſuppone fiſſo ; tra il quale e l' aſſe della terra v' è una differenza eguale alla declinazione del ſole. A C B è un diametro dell' equatore perpendicolare al meridiano univerſale. P è la projezione del polo, cioè il punto del piano della projezione, cui perpendicolarmente corriſponde il polo (677). Si prendano gli archi B L, A K eguali alla latitudine del luogo ; indi K M, K N, L R, L V eguali alla declinazione del ſole. Condotte le linee M E R, N F V, ſarà C E uguale al ſeno di B R, cioè della ſomma della latitudine del luogo e della declinazione del ſole ; e C F uguale al ſeno di B V = A N, cioè della differenza degli archi ſteſſi. Onde i punti E, F ſaranno le eſtremità della projezione del paralello (675) ; dunque ſarà E F l' aſſe minore della elliſſe, che rappreſenta il paralello, e il centro della ſteſſa ſarà in G punto di mezzo delle E F, dovendo neceſſariamente il centro dell' elliſſi trovarſi in diſtanze uguali dalle eſtremità dell' aſſe minore.

686. Veramente il punto G è diverſo dal punto D, per cui paſſa il diametro K L del paralello di Parigi ; ma ciò avviene, perchè il cerchio A O B, ſu di cui preſimo gli archi B L, A K uguali alla latitudine di Parigi, non è nè un meridiano, nè un cerchio ſu cui ſi contino le latitudini ; poichè l' aſſe è inclinato al cerchio di projezione, e il meridiano al cerchio A O B, e il punto dell' aſſe, per cui paſſa il paralello di Parigi è benſì in una diſtanza dal centro uguale a C D ; ma queſto punto, riferito al cerchio di projezione, corriſponde perpendicolarmente al punto G, in guiſa che C G è uguale a C D moltiplicato per il coſeno della

decli-

declinazione (671). Così ciò che abbiamo fatto per trovare il punto G, è ſoltanto una coſtruzione per avere le grandezze CE, CF, come abbiamo dimoſtrato doverſi trovare, ma in cui non ſi fa uſo della linea KDL come diametro del paralello.

687. L' aſſe maggiore dell' elliſſe è uguale al diametro del paralello; preſi gli archi AK, BL uguali alla latitudine del luogo, ſarà KL il diametro ſteſſo del paralello, eguale al coſeno della latitudine del luogo. Trovato l' aſſe ſi condurrà per il centro G, determinato di ſopra, la linea SGX, paralella ed eguale alla KL, che eguaglia il diametro del paralello di Parigi; e ſarà SGX l' aſſe maggiore dell' elliſſe da deſcriverſi.

688. Noti l' aſſe maggiore SGX e il minore EGF dell' elliſſe cercata, ſe ne troveranno tutti i di lei punti di ora in ora. Per il che fatto deſcritto ſull' aſſe maggiore SX un cerchio SHXQ, che rappreſenterà il paralello di Parigi, ſebbene ſituato in un diverſo piano, ſi divida eſſo cerchio in 24 ore 1, 2, 3, ec. ciaſchedun punto *g* di eſſo paralello comparirà ſulla linea *gf* perpendicolare all' aſſe maggiore SX, e condotta da ciaſchedun punto della diviſione; perchè qualunque ſieno l' inclinazione del cerchio SHX e l' obliquità ſotto di cui ſarà viſto, purchè paſſi per li punti S, X, il punto *g* della di lui circonferenza corriſponderà ſempre perpendicolarmente al punto *h* dell' aſſe maggiore, e l' aſciſſa G*h* dell' elliſſe ſarà ſempre uguale al ſeno dell' arco H*g* del paralello, o ella diſtanza dal meridiano.

689. Parimenti per trovare l' ordinata *bb* corriſpondente dell' elliſſe, notiſi, che la linea *gb* del paralello eſſendo viſta obliquamente, deve comparire d' una lunghezza *bb* minore di *gb* nella ſteſſa ragione, con cui GE è minore di GH, cioè l' aſſe minore del maggiore. Si dovrà dunque ſminuire il coſeno *gb* d' un angolo orario di 15°, ec. nella ſteſſa ragione.

690. Per trovare queſti tali coſeni ſi può adoperare un compaſſo di proporzione; o pure deſcrivere col centro G un altro cerchio EYF ſull' aſſe minore, e dividerlo come l' altro HXQ in 24 parti, o pure 48 ſe voglianſi nell' elliſſe ſegnate le ore di 30 in 30 minuti. Quindi da ciaſchedun punto del cerchio maggiore ſi condurranno delle linee *gbb* paralelle all' aſſe minore, e da ciaſchedun punto del cerchio minore che corriſponde alle medeſime ore ſi condurranno altrettante *ab* paralelle all' aſſe maggiore; le quali prodotte incontreranno le prime nei punti *b*, che rappreſenteranno l' elliſſe ricercata. Per eſempio la ſeconda *gf* condotta dal punto 30 taglia la ſeconda *ab* ſimilmente condotta dal punto lontano 30° da E, nel punto *b*, e queſto è quel punto dell' elliſſe, che è lontano dal meridiano due ore; poichè *bb* è il coſeno di 30° nel cerchio minore, cioè il coſeno *gb* diminuito nella ragione degli aſſi. Il punto poi corriſpondente *c* a ſiniſtra nota due ore dopo mezzodì. E in tal guiſa ſi trova per ciaſchedun' ora la projezione del paralello di Parigi, e il ſito di Parigi ſul cerchio di projezione per qualſivoglia ora del giorno.

691. Nella figura 88 ſi vede delineata in tal modo una elliſſe per un' eccliſſe di ſtella, a 26 gradi di declinazione, in cui però ſonoſi cancellate le linee, colle quali biſognò deſcriverla. La parte inferiore ſerve quando la declinazione è boreale; perchè allora la parte illuminata del paralello, come CB nella fig. 83, relativamente al raggio ſolare ST è più baſſa o più meridionale. Ma s' adoperi l' inferiore o ſuperiore, biſogna ſempre conſiderare Parigi o il luogo dell' oſſervatore muoverſi a ſiniſtra verſo l' oriente, nella parte viſibile del paralello, o nella parte rivolta verſo del ſole (qui della ſtella).

La parte dritta o ſia occidentale della elliſſe (*fig.* 88) nelle eccliſſi del ſole ſerve per le ore della mattina; ma nelle eccliſſi delle fiſſe, la detta parte ſerve al tempo ch' è avanti al paſſaggio delle medeſime per il meridiano, poichè il moto della terra è verſo l' oriente, o ſi conſideri ſulla terra ſteſſa o ſulla di lei projezione. Nell' eſtremità dell' aſſe minore ſi notano o^h, o 12^h, trattandoſi del ſole; ma trattandoſi dell' eccliſſe d' una fiſſa cagionata dalla luna vi ſi nota l' ora del paſſaggio della ſteſſa per il meridiano.

692. Nella fig. 88 vi ſono deſcritti i diametri dell' elliſſi corriſpondenti a diverſe declinazioni, poſto lo ſteſſo raggio di projezione. E nella ſteſſa ancora ſi vede quali ſarebbero i punti di diſtanza dal vertice S della projezione, per i quali paſſarebbero tutte queſte elliſſi, cioè il valore di SV. In mezzo all' elliſſe vi ho ſegnati i punti, che ſaranno i centri di queſte diverſe elliſſi; onde ciaſcheduno poſſa deſcriverſele ſopra altrettante carte, per calcolarne l' eccliſſi di tutte le fiſſe.

693. Calcolando l' angolo di poſizione (313) ſi potrebbe avere il ſito del cerchio di latitudine riſpetto al cerchio di declinazione CG (*fig.* 84) ma più brevemente lo troveremo colla ſeguente operazione grafica. Suppongo FGH un arco di cerchio di projezione eguale alla doppia obliquità dell' ecclittica, cioè gli archi GF, GH preſi dal punto G termine del meridiano CG della projezione, eguali ciaſcheduno a 23° 28'. Centro in G, col raggio GV, eguale alla tangente dell' arco GF ſi deſcriva un cerchio XMV, e ſi divida in 12 ſegni, ſiccome l' ecclittica, cominciando dal punto X dalla parte d' occidente, in cui ſi noterà l' ariete, cioè 0° di longitudine, e ſi continuerà da X verſo M, V, B. Prendaſi ſu queſto cerchio un arco XM eguale alla longitudine del ſole, o della ſtella, e calata ſul diametro VX la perpendicolare MN, ſi avrà il punto N della tangente GNX, per cui ſi dovrà condurre il cerchio di latitudine CN.

E infatti, preſo per raggio GX, GN è il coſeno dell' arco XM, cioè della longitudine del ſole; dunque GX : R :: GN : coſen. longit. del ſole; cioè GN = GV. coſen. longit. Ma per la coſtruzione, GM = GX = tang. 23° $\frac{1}{2}$, poſto il raggio = 1, cioè CG, o CH; dunque GN = tang. 23° $\frac{1}{2}$. coſen. longit. ch' è lo ſteſſo che la proporzione di trigonometria ſferica con cui, nota la longitudine del ſole e l' obliquità dell' ecclittica, ſi tro-

ſi trova l' angolo di poſizione: il raggio è al coſeno della baſe, o longitudine del ſole, come la tangente dell' angolo eguale all' *obliquità* dell' ecclittica, alla cotang. dell' altro angolo, cioè alla tang. dell' angolo di poſizione. Dunque il cerchio di latit. CN deve formare col meridiano CG l' angolo NCG.

694. Si potrebbe fare una ſimile coſtruzione anche per le ſtelle incontrate dalla luna. E' vero che ſi ſuppone il coſeno della latitudine uguale al raggio, ma l' errore rieſce inſenſibile; perchè non paſſando la latitudine della luna li 6°, l' errore non arriva a $\frac{1}{180}$, cioè a 8 min. di grado nell' arco AF; e queſti 8' ſono inſenſibili anche in una figura d' un piede di raggio, come io la uſo. Sulla circonferenza della *fig.* 88 vi ho ſegnati i punti, per li quali ſi dovranno condurre i cerchi di latitudine per diverſe ſtelle, come per la γ $\mathfrak{m}$ cioè per la ſtella γ della vergine ec. Si vede che tutte quelle, che hanno la loro longitudine nel primo ed ultimo quadrante dell' ecclittica, cioè ne' ſegni aſcendenti, ſono alla dritta del meridiano CS, e le altre alla ſiniſtra; perchè nella *fig.* 84 li tre primi e tre ultimi ſegni di longitudine ſono alla dritta o all' occidente del punto G, il che è facile a vederſi ſopra d' un globo. La direzione poi dell' ecclittica in tutti i caſi tende all' oriente; e ſe nello ſteſſo tempo ella s' accoſta al nord, la perpendicolare deve declinare alla parte oppoſta alla direzione dell' ecclittica, cioè all' occidente, quando la ſi conſideri dalla parte del nord.

Trovare le faſi d' una eccliſſe di ſole, o di ſtella, con la riga e col compaſſo.

695. Il fin qui detto è baſtante per trovare con l' eſattezza d' un minuto il principio e fine d' una eccliſſe, laſciati i calcoli delle parallaſſi. Il ſemicerchio della *fig.* 88. d' un raggio di $5\frac{1}{2}$ poll. (qui è ridotta alla metà) rappreſenta la projezione della terra nella regione lunare (649); il raggio CR è diviſo in tanti minuti, quanti ne ha la parallaſſe; il diametro TR è paralello all' equatore, CS è una porzione del meridiano univerſale, o del cerchio di declinazione, che paſſa per il ſole, o per la ſtella. CK è la diſtanza fra i centri, C della projezione, e K della elliſſe (678); KF è il ſemiaſſe maggiore della elliſſe (687), eguale al coſeno della latitudine del luogo, per eſempio di Parigi, per cui ſi calcola l' eccliſſe. La linea KV, o KQ è il ſemiaſſe minore che ſta al maggiore, come il ſeno della declinazione dell' aſtro, al raggio (674). Queſta elliſſe *fig.* 88 rappreſenta il paralello di Parigi, o pure la linea deſcritta ſul piano di projezione dal raggio condotto da Parigi ad *Antares*, la cui declinazione è di 26° Auſtrale.

696. La parte ſuperiore dell' elliſſe è l' arco diurno, o pure quello di cui ſi deve ſervirſi nella declinazione meridionale del ſole; la inferiore FQH

ſerve per le declinazioni boreali (691) : la linea C L rappreſenta (694) il cerchio di latitudine.

697. Si prenda dalla ſcala C R la latitudine della luna nella congiunzione, e ſi faccia C L eguale alla ſteſſa ſul cerchio di latitudine ; così ſi avrà il punto L, per cui ſi farà paſſare con la debita inclinazione l'orbita della luna. Per il che fare dal punto della congiunzione L ſi condurrà una linea L M perpendicolare a C L, ſulla quale da L in M ſi ſegnerà il moto orario della luna in longitudine, meno quello del ſole, preſo dalla ſcala C R ; e parimenti da M verſo N paralellamente al cerchio di latitudine ſi ſegnerà il moto di lei orario in latitudine, al mezzodì del punto M ſe la luna tende verſo il nord, al nord ſe tende al ſud; cioè ſe la latitudine ſarà auſtrale creſcente, o boreale decreſcente ; ſi condurrà per li punti N, L una linea che ſarà l'orbita relativa I N L; e al punto L ſi ſegnerà l'ora della congiunzione, e in N un'ora di meno, indi ſi dividerà N L in 60 min. di tempo, e ſi continuerà la ſteſſa diviſione per tutta l'orbita.

698. Sulla elliſſe ſi noteranno le ore del ſole, o della ſtella, trovate (690), prendendo la parte inferiore, ſe la declinazione del ſole o ſtella ſarà dalla parte del polo elevato (691). Se ſi tratta d' una eccliſſe di ſtella, ſul meridiano in V o in Q ſi nota l' ora del di lei paſſaggio per il meridiano.

699. Dalla ſcala C R preſa col compaſſo la ſomma dei ſemidiametri ſolare e lunare, o il ſemidiametro ſolo della luna nell' eccliſſe di ſtelle, ſi pianti una punta del compaſſo in L momento cioè della congiunzione, e ſi oſſervi ſe l'altra punta del compaſſo cada ſulla elliſſi in un punto, ove ſia ſcritta la ſteſſa ora ch' è in L ; ſe sì, il tempo della congiunzione ſarà altresì l' ora del principio o del fine della eccliſſe, ſecondo che queſto punto dell' elliſſi ſarà all' oriente o a ſiniſtra del punto L, o pure all' occidente o a deſtra del medeſimo.

Che ſe la diſtanza dei due punti dell' orbita e dell' elliſſi corriſpondenti alla ora ſteſſa non è uguale alla detta ſomma dei ſemidiametri, allora piantata una punta dello ſteſſo compaſſo a dritta o a ſiniſtra del punto L ſull' orbita della luna, per eſempio in I, ſi oſſervi ſe l'altra punta cadeſſe ſull' elliſſe in un punto (come A) che notaſſe la ſteſſa ora del punto I ; ſe il punto A foſſe troppo lontano, allora tentando ſi cerchino eſſi due punti, che ſegnano la ſteſſa ora, uno ſull'orbita, l'altro ſull' elliſſi.

Trovati che ſieno eſſi due punti come I, A lontani uno dall' altro della quantità I A, eguale alla ſomma dei ſemidiametri, il primo de'quali I dell' orbita ſia alla dritta o all'occidente di A, allora ſi dirà eſſere queſta l' ora del principio dell'eccliſſe (646).

700. La luna cammina verſo l'oriente per la ſua orbita da I in E, e Parigi ſul ſuo paralello da A in B, ma aſſai più lentamente, perchè in 12 ore percorre mezza la elliſſi, e la luna in due ore fa molto viaggio; onde ſi vede che la luna arriverà all'oriente di Parigi in E, mentre Parigi non ſarà che in B, e ſi troveranno perciò di nuovo in diſtanza tra loro

loro di B E uguale alla ſomma degli ſteſſi ſemidiametri, quando la luna ſarà per laſciare il ſole; ſe tali ſieno eſſi due punti B, E, ſi avrà il fine dell'eccliſſe.

701. Il mezzo dell' eccliſſe è in circa all' ora di mezzo fra il principio ed il fine; onde ſi dividerà per mezzo in D la porzione I E, e ſi cercherà l'ora in G di mezzo fra l' ora A e B: e dalla diſtanza G D di eſſi punti G, D, ſi avrà la più corta diſtanza fra i centri della luna e del ſole nel mezzo dell' eccliſſe.

702. La quale diſtanza traſportata ſulla ſcala C R, ſi avranno i minuti e ſecondi di grado, ch' eſſa contiene; che ſarà facile diſtinguerli ſe il raggio C R ſia di 6 pollici circa. Se il punto D dell'orbita ſi trovaſſe al di ſotto, o al mezzodì del punto G del paralello, ſarà ciò indicio che la luna paſſa al mezzodì della ſtella.

703. Per iſchivare la diviſione del raggio della projezione C R ſempre in tante parti, quante ne contiene la parallaſſe (da cui ſi levano ſempre le frazioni di minuto) ſi pianta una ſcala E F (*fig.* 89) di 60 minuti, le linee della quale ſono più lunghe del raggio del cerchio, quando la parallaſſe è minore di 60′, e più corte quando eccede i 60′. Se la parallaſſe, per eſempio, è di 54′, cioè d'una ſeſta parte minore del raggio della projezione ſuppoſto ſempre di 60′, in tal caſo biſogna adoperare una ſcala, in cui il compaſſo indichi 54′ invece di 60′; poichè quell' apertura di compaſſo, che, poſta la parallaſſe 60′, equivale a 10′, non deve indicare ſe non che 9′, poſta la parallaſſe 54′; dunque ſi deve ſervirſi d'una ſcala maggiore della ſeſta parte. Queſta ſcala ſebbene diviſa in 60 parti, non ce ne darà che 54, portandovi il raggio della projezione, perchè è maggiore di eſſo raggio, e perciò maggiori ancora le di lei parti.

704. Eſſendo ſempre il ſemidiametro della luna $\frac{3}{11}$ della parallaſſi (584), ſi potrà deſcrivere una linea retta C D ſulla ſcala, in modo che abbracci le $\frac{3}{11}$ di tutte le ſcale della parallaſſi, cominciando dalla linea ſegnata 10, 10; ſi avrà da queſta ſcala facilmente il ſemidiametro della luna ch' è per eſempio 16′ $\frac{2}{3}$ poſta la parallaſſe di 61′; di 14′ $\frac{2}{3}$ poſta di 54′ ec; prendendolo col compaſſo ſenza doverne ſapere il di lui valore.

705. Quando dalla nota minima diſtanza G D fra i centri del ſole e della luna, ſi vuole ricavare la grandezza dell' eccliſſe in digiti (628), biſogna levare queſta diſtanza dalla ſomma dei ſemidiametri, e confrontatone il reſtante col diametro del ſole diviſo in 12 digiti, ſi vedranno i digiti e parti di digiti eccliſſati del ſole.

706. Quando ſi tratta di eccliſſe d'una ſtella ſi opera nello ſteſſo modo come in quelle del ſole, avvertendo 1°. che C L è la differenza fra le latitudini della luna e della ſtella; 2°. che L N è il moto orario della luna ſola, giacchè la ſtella non ne ha; 3°. che nei punti V, o Q dell'elliſſe ſi nota l'ora del paſſaggio per il meridiano, o più eſattamente

te la differenza fra l' aſcenſioni rette della ſtella e del ſole, ridotta in tempo, all' ora della eccliſſe; 4°. che ſi prende la diſtanza I A eguale al ſolo diametro della luna.

707. *Eſempio.* Li 7 Aprile 1749, antares fu in congiunzione colla luna a ore 2^h 22′ matut. la parallaſſe della luna era 57′ $\frac{1}{4}$, il moto orario 33′ 12″ in longit. e in latit. decreſcente 1′ 56″; la latitudine nella congiunzione era 3° 45′ 22″ per la luna, e 4° 32′ 12″ per la ſtella; e la luna perciò era al nord della ſtella di 46′ 50″.

Conduco in primo luogo l' aſſe dell'ecclittica, o il cerchio di latit. C L al punto corriſpondente alla longitudine d'antares 8^s 6° 16′ (693); indi prendo ſulla linea nella ſcala delle parallaſſi (*fig.* 89) che corriſponde a 57′, la quantità 46′ 50″, e la porto ſul cerchio di latit. da C in L, e dal punto L innalzo la perpendicolare L M (*fig.* 88).

Dalla ſteſſa linea 57 nella ſcala delle parallaſſi prendo il moto orario della luna 33′ $\frac{1}{5}$, e prendo eguale L M; e prendo finalmente M N eguale a 2′, perchè il moto orario della luna in latit. verſo il nord è di 2′; onde la luna un'ora prima della congiunzione, cioè a 1^h 22′ matut. ſi trovava in N; noto in N 1^h 22′, e divido L N in 60′ di tempo, notandoli di 10 in 10.

Antares paſſa per il meridiano di Parigi a 3^h 11′ (363), e tale ora ſcrivo in V, e ſulle altre diviſioni dell'elliſſi ſcrivo 2^h 11′; 1^h 11′ ec. e gl'intervalli fra quelle ore, in cui ſi può credere che avvenga l' eccliſſi, cioè la congiunzione, li divido di 10 in 10′ almeno.

Preſo col compaſſo ſulla ſcala il ſemidiametro della luna dalla linea 10, 10, fino alla C D ſulla linea dei 57′, piantandone una punta del compaſſo ſteſſo ſull' orbita della luna, l' altra ſull'elliſſe, oſſervo che le dette punte cadono in I ed A, nei quali ſono ſcritte le ſteſſe ore 1^h 1′; dunque conchiudo che giunta la luna in I, e la projezione di Parigi o ſia il luogo apparente della ſtella in A, ſuccederà un' eccliſſi cioè un contatto dei lembi della ſtella e luna, per eſſere allora la diſtanza della luna dalla ſtella eguale al ſemidiametro della ſteſſa luna.

Cerco due altri punti ſegnati con una ſteſſa ora, dall'altra parte verſo l'oriente; li trovo E ſull'orbità, B ſull'elliſſi, colla ſteſſa ora 2^h 11′; è queſto ſi è il tempo dell'emerſione; onde la luna dall'immerſione fino all' emerſione ha percorſa la porzione I E, e la ſtella apparentemente A B. Dunque la più corta loro diſtanza ſarà ſtata, eſſendo la luna in D e la ſtella in G, che ne ſono i punti di mezzo; il che facilmente ſi verificherà miſurandone la diſtanza di minuto in minuto; e ſi troverà realmente, che in vicinanza circa della ora 1^h 36′ queſta diſtanza ceſſa di calare e ſi va accreſcendo. Portata queſta più corta diſtanza D G ſulla linea 57 della ſcala delle parallaſſi, ſi troverà di 6′; il che indica che il centro della luna paſsò 6′ al mezzodì della ſtella, nel tempo della più corta diſtanza. Se l'eccliſſe foſſe del ſole ſi prende la ſomma de' ſemidia-

midiametri del ſole e della luna, e la ſi porta ſulle diviſioni della orbita e dell' elliſſe.

708. Sarebbe facile di ridurre al calcolo tutte le operazioni grafiche finora ſpiegate; ma vi ſono altri metodi, coi quali ſi calcolano eſattamente le faſi d' una eccliſſe ſolare; dei quali ſe ne può vedere un dettaglio nella *mia Aſtronomia*. In queſto compendio non poſſo dare che qualche idea di quel metodo, che io ho preſcelto e perfezionato, e che io chiamo il metodo *degli angoli parallattici*.

Sia S il ſole (*fig.* 86), o pure la ſtella, di cui ſi calcola l' eccliſſe, ZCSD il verticale del ſole, PBSE il cerchio di latitudine condotto dal polo dell' ecclittica per il ſole, OS il cerchio di declinazione condotto dal polo dell' equatore. Nota la declinazione del ſole, e l' ora per cui ſi vuole calcolare la diſtanza apparente dei centri, lo ſtato, o la faſe dell' eccliſſi, ſi cercherà l' altezza del ſole (368), e il ſuo angolo parallattico OSZ (369), da cui ſe ne leverà l' angolo di poſizione OSP (313, 318) formato nel centro del ſole dai cerchj di declinazione e di latitudine; o pure vi ſi aggiungerà ſe il ſito del polo dell' ecclittica ſarà dall' altra parte del punto O, il che ſi rileverà facilmente con un globo piantato ſecondo il giorno e l' ora propoſta (192); e ſi avrà *l' angolo parallattico* propriamente detto, formato dal verticale e dal cerchio di latitudine.

709. Nota per la ſteſſa ora la longitudine vera del ſole e della luna, ſi avrà la loro differenza, che biſogna moltiplicare per il coſeno della latitudine della luna, e che nel caſo noſtro è rappreſentato dalla linea AB paralella all' ecclittica, o perpendicolare al cerchio di latitudine. Si ſa parimenti la latitudine vera della luna per l' ora ſteſſa, cioè l' arco SB del cerchio di latitudine compreſo fra il ſole e il punto B, a cui perpendicolarmente corriſponde la luna. Nel triangolo ABS rettangolo in B noti i due lati AB, BS, colla trigonometria rettilinea ſi troverà l'angolo di congiunzione ASB, e la baſe AS, vera diſtanza della luna dal ſole. Dallo ſteſſo angolo ASB ſi leverà l' angolo parallattico PSC, o pure ſi prenderà la loro ſomma, ſe il punto A foſſe dall' altra parte riſpetto a BS, e ſi avrà l'angolo d'azimuto ASC; noto il quale angolo con la baſe AS, ſi troverà SC differenza d' altezza del ſole e della luna, e anche AC vera loro differenza d' azimuto. La quale differenza d' altezza aggiunta all' altezza del ſole, darà l' altezza vera della luna. Nota la parallaſſe orizzontale, ſi calcolerà la parallaſſe d' altezza (582), che tolta dall' altezza vera, darà l' apparente. La differenza fra queſt' altezza apparente e quella del ſole, darà l'arco SD del verticale, che indicherà la linea orizzontale DL, ſu di cui deve trovarſi il luogo apparente L della luna. La differenza apparente d' azimuto DL, è un poco maggiore della differenza vera CA, ma tale divario non oltrepaſſa mai i 30", e ſi può per lo più traſcurare; ſebbene ſi può facilmente trovarlo, perchè è CA : DL come il ſeno della diſtanza vera dal zenit al ſeno della apparente. Nella *Connoiſſance des temps* per il 1764 ne ho data una Tavola. Parimenti ſi correggerà la differenza d' azimuto DL, colla pa-

parallaſſe d' azimuto (592); e ſe ſi ricerca un calcolo eſattiſſimo, la parallaſſe d' altezza CD ſi correggerà con l' equazione prodotta dalla figura ſchiacciata della terra (594). Noti pertanto DL, DS, ſi troverà la baſe SL, che è la diſtanza apparente dei centri ſolare e lunare.

710. Se queſta diſtanza ſi troverà eguale alla ſomma dei ſemidiametri apparenti del ſole e della luna (o della luna ſoltanto nell' eccliſſi delle ſtelle), ſi averà il principio dell' eccliſſe, o il fine. Se ſarà minore di detta ſomma, per eſempio di 5', ſarà allora l' eccliſſe di 5'. Calata dal luogo apparente L della luna una perpendicolare LE ſul cerchio di latitudine BSE, ſi ha la latitudine apparente SE della luna, e la differenza di longitudine apparente EL. Onde la quantità BE è *la parallaſſe di latitudine*, e la differenza delle AB ed LE *la parallaſſe di longitudine*, ſuppoſti i punti L ed A dalla medeſima parte del cerchio di latitudine BSE.

711. Fatto che ſi abbia queſto calcolo per due punti diverſi di tempo, ſi hanno due latitudini apparenti, e due differenze di longitudine del ſole e della luna; onde ſi potrà deſcrivere *l' orbita apparente* affetta dalla parallaſſe, e calcolarne le faſi d' un' eccliſſe ſolare, come abbiamo fatto nelle lunari deſcrivendo l' orbita relativa vera (620).

Uſo delle eccliſſi per trovare le longitudini geografiche.

712. Il metodo più eſatto che abbiamo per conoſcere le longitudini terreſtri (47), o le differenze de' meridiani (51, 54) è certamente quello delle eccliſſi del ſole o delle ſtelle; la di cui ſola difficoltà conſiſte nei lunghi calcoli che vi entrano, il che però non ci proibiſce di farne grande uſo per vantaggio della Geografia.

713. Dalla oſſervazione del principio e fine d' una eccliſſe ſolare, della immerſione ed emerſione d' una ſtella, o d' un pianeta, naſcoſtici dalla luna, biſogna dedurre il tempo della vera congiunzione; noto il qual tempo in ciaſcheduno di due paeſi, la differenza dello ſteſſo ſarà la differenza dei meridiani (*Kepl. aſtron. par. opt.* 395). Per eſempio di tale metodo, il più diretto, il più elegante, il più ſicuro di quanti ſe ne poſſono adoprare, ſcelgo il calcolo d' una eccliſſe di ſtella, ſiccome quello, che contiene alcune conſiderazioni di più del calcolo delle ſolari, cui però aggiungerò ciò che ha luogo nelle eccliſſi ſolari.

714. Sia S il ſole (*fig.* 90) o la ſtella eccliſſata, L il luogo apparente del centro lunare riſpetto al ſole ſul principio dell' eccliſſe; F il luogo apparente del centro ſteſſo ſul punto della emerſione; LF il moto apparente della luna riſpetto al ſole, o alla ſtella, durante l' eccliſſi. SH il cerchio di latitudine, che paſſa per la ſtella; GHI un arco dell' ecclittica, DSE una linea perpendicolare ad SH, che paſſa per la ſtella, e ſenſibilmente paralella all' ecclittica; ſupponiamo parimenti FA paralella a DE; ſarà il moto apparente in latitudine AL, ed FA il moto apparente relativo in longitudine ſopra un arco di cerchio maſſimo; il quale arco ſenſibilmente ſi confonde col paralello all' ecclittica, ma è però

mino-

minore di alcuni ſecondi dell'arco G I dell' ecclittica. E queſto moto apparente è la prima coſa che ſi dee cercare.

715. Si ſa dalle Tavole l' ora della congiunzione vera calcolata, e parimenti le longitudini e latitudini vere della luna e dell' aſtro eccliſſato al principio e al fine dell' eccliſſe; per le ſteſſe ore ſi calcola la differenza delle parallaſſi in longitudine e latitudine (710); ſi aggiunge ciaſcuna parallaſſe alla longitudine vera, o vi ſi leva ſecondo che il luogo apparente della luna è più o meno avanzato del luogo vero, e così ſi hanno le longitudini apparenti, o affette dalla parallaſſe; la differenza delle quali è il moto apparente della luna per l'ecclittica; e levandovi il moto del ſole o aſtro eccliſſato (o aggiungendolo ſe foſſe retrogrado), ſi avrà G I moto relativo apparente per l'ecclittica.

716. La differenza delle parallaſſi in latitudine per gli ſteſſi due punti di tempo ſi applica ancora alla latitudine vera della luna data dalle Tavole (o alla di lei diſtanza dal polo boreale dell' ecclittica), e ſi averanno le due latitudini apparenti I L, G F per il principio e fine dell' eccliſſe; la differenza di queſte latitudini apparenti (o la loro ſomma, ſe una foſſe auſtrale, l' altra boreale) darà il moto apparente della luna in latitudine; da cui ſottraendovi il moto in latitudine dell' aſtro eccliſſato, ſe il cangiamento della di lui latitudine s'accorda nel nome con quella della luna, ſi avrà A L moto relativo apparente della luna. Finalmente la differenza delle longitudini apparenti G I ſi multiplica per il coſeno della latitudine apparente media fra le latitudini I L, G F (531), e ſi avrà il valore del moto F A miſurato nella regione dell'eccliſſe.

717. Così noti nel triangolo F A L rettangolo in A i due lati F A, A L, ſi conoſcerà ancora l' angolo L F A e la baſe F L, cioè l' inclinazione dell'*orbita apparente*, e il moto apparente in linea retta per l'orbita apparente della luna riſpetto all' aſtro S, che ſempre ſi ſuppone immobile durante l'eccliſſe.

718. Nel triangolo S L F ſi ſanno i tre lati, cioè il moto apparente F L in linea retta, e la ſomma dei ſemidiametri della luna e dell'aſtro, accreſciutone però prima quello della luna in ragione della di lei altezza (572); al principio dell'eccliſſe la ſomma dei ſemidiametri è S L, al fine S F: noti dunque i tre lati ſi cerchino gli angoli S L F, S F L per via della trigonometria rettilinea, cioè il moto F L ſi ha alla ſomma delle due diſtanze oſſervate S L, S F, come la loro differenza, alla differenza dei ſegmenti B L, B F; la metà della quale differenza aggiunta alla metà del moto F L darà il maggiore dei due ſegmenti, e ſottratta il minore.

719. Noti eſſi due ſegmenti ſi troveranno gli angoli B L S, B F S, uno dei quali aggiunto alla inclinazione apparente L F A, e levatone l' altro dalla medeſima, averemo i complementi degli angoli di congiunzione apparente, cioè D S F, L S E.

Il raggio ſta alla ſomma dei ſemidiametri apparenti S F, che corriſponde alla maggior latitudine, come il coſeno dell' ang. D S F alla S D, la quale diviſa per il coſeno della latitudine H S dell' aſtro S (ſe non

fosse però il sole) darà la distanza G H della congiunzione apparente , per la osservazione , che corrisponde alla maggior latitudine apparente D F della luna . Questa distanza G H si leverà dalla longitudine vera della stella o del sole , se in questa maggior latitudine si avesse il principio dell' eccliss̀e , o si aggiungerà , se il fine , e si averà la longitudine apparente della luna osservata. Dal paragone della quale longitudine osservata colla calcolata si conoscerà l' errore delle Tavole in longitudine.

720. Applicata la parallasse di longitudine alla longitudine apparente , avremo la longitudine vera della luna; e dalla differenza fra questa longitudine vera e quella della stella S ridotta in tempo in ragione del moto orario per l' ecclittica , troveremo l' ora della congiunzione vera nel luogo dell' osservazione. Lo stesso calcolo si ripeterà per un' altra osservazione , e si otterrà nello stesso modo l' ora della congiunzione vera per questo nuovo meridiano ; la differenza fra questa e la prima sarà la differenza dei meridiani di quei due luoghi , dove si sono fatte queste osservazioni.

721. Questo metodo per trovare le longitudini geografiche è il più esatto che abbiamo; il solo discapito , che abbia , è la lunghezza del calcolo , ch' è di gran remora per quei pochi , che cercano questo punto . Nonnostante da alcuni anni si sono determinate le longitudini di moltissime città colle eccliss̀i del sole , e le ho pubblicate nella *Connoiss. des temps* 1774.

722. Nell' osservare le immersioni delle stelle , queste compariscono per lo più sul disco lunare per alcuni secondi : la quale apparenza probabilmente nasce dalla irradiazione del lume lunare : tutti i corpi luminosi compariscono in tal guisa ingranditi per la luce che li circonda.

723. Dall' atmosfera della luna nasce un altro fenomeno , che sembra dimostrato dal Sig. di Sejour nelle Mem. de l' Acad. per il 1767; che consiste in una *inflessione* di $4'' \frac{1}{2}$, eguale alla doppia rifrazione orizzontale dell' atmosfera lunare . In forza di questa inflessione nelle eccliss̀i solari bisogna diminuire il semidiametro lunare di quella stessa quantità , come si diminuisce quello del sole di 3″ in forza della irradiazione . La circostanza più opportuna per verificare questa inflessione sarebbe quella , in cui avvenisse un' eccliss̀e totale in quei paesi , nei quali la luna fosse in grande altezza sopra l' orizzonte , e annulare in altri , nei quali fosse presso dell' orizzonte ; e tale appunto ha dovuto essere l' eccliss̀e del 23 Settembre 1699.

724. L' eccliss̀i dei pianeti fatte dalla luna si calcolano come quelle del sole e delle fisse ; bisogna però badare ai loro moti in longitudine e latitudine , onde viene accresciuto o diminuito quello della luna , e d' onde nasce qualche diversità nella posizione dell' orbita relativa.

725. I pianeti alle volte s' eccliss̀ano scambievolmente . Marte parve che eccliss̀asse giove li 9 Gennajo 1591 ; e restò eccliss̀ato da venere li 3 Ottobre 1590 (*Kepl. astron. par. opt. pag.* 305). Mercurio fu eccliss̀ato

da

da venere li 17 Maggio 1737 (*Philoſ. tranſ. n.* 450). Nelle opere degli aſtronomi ſi trovano anche ſcritte molte eccliſſi di ſtelle indotte dai pianeti : ſaturno coprì la ſtella *e* di ſeſta grandezza nel corno auſtrale del toro il dì 7 Gennajo 1679 giuſta il Sig. Kirch (*Miſcell. Berolin. pag.* 205).

Dei paſſaggi di venere e di mercurio ſotto al ſole.

Venere e mercurio , che girano intorno al ſole in una diſtanza minore di quella della terra (393) , in ciaſcheduna rivoluzione ſinodica ſi trovano fra noi ed il ſole ; nel qual caſo , ſe ſono in pochiſſima latitudine , ſi veggono ſul ſole come una nera macchia e rotonda , larga in circa una trigeſima parte del diſco ſolare , ſe ſarà venere , e $\frac{1}{150}$ ſe mercurio.

726. Averroe credette di vedere mercurio ſul ſole , ma Albategnio e Copernico penſavano e con ragione che non poteſſe averlo veduto a occhio nudo . Anche Keplero credette vedere mercurio a occhio nudo , ma poi s' accorſe che ſarebbe ſtata una macchia ſolare , delle quali ve n' hanno talvolta di tanto grandi , che ſi poſſono beniſſimo vedere ſenza teleſcopio ; le quali Galileo atteſta averle vedute a occhio nudo e fatte vedere agli altri , e ne addurrò degli eſempj (936 , 941) . Ma mercurio , il di cui diametro è di ſoli 12″ , è impoſſibile che ſi abbia mai potuto vedere ſul ſole ; al più e appena poteaſi raſſigurare venere nel 1761 , che avea un diametro di 58″ . Non è dunque da meravigliarſi , ſe prima della ſcoperta dei teleſcopj non ſi ſia mai veduto mercurio o venere ſul ſole.

727. Queſti paſſaggi ſuccedono ſoltanto quando venere e mercurio nella loro congiunzione inferiore ſono in una latitudine che non eccede il ſemidiametro ſolare , cioè quando eſſa congiunzione ſuccede aſſai vicina al nodo , e per venere in diſtanza dallo ſteſſo al più di $1° \frac{1}{4}$.

728. Queſti paſſaggi ſono molto utili , perchè con eſſi ſi determina eſattamente il luogo del nodo N di mercurio , o di venere (*fig.* 91) viſta che ſi abbia la ſituazione O R della loro orbita . Con eſſi ſi conoſce la longitudine eliocentrica ſenza ricorrere alla parallaſſe dell' orbe magno ; poichè la congiunzione del pianeta col ſole S prova , che la longitudine del pianeta viſto dal ſole è la ſteſſa colla longitudine della terra ; ma i paſſaggi di venere anno ſopra tutto queſto ſingolar vantaggio di far conoſcere con eſattezza la parallaſſe del ſole (735) , da cui dipendono le diſtanze che hanno tra loro ſcambievolmente , e da noi , li pianeti (585) : quindi è che ſono tanto celebri eſſi paſſaggi , e per li quali ſi ſcriſſero tante memorie , e s' intarpreſero tanti viaggi.

729. I paſſaggi di venere ſono vantaggioſi per tre capi ; 1°. per la grande eſattezza , con cui s' oſſerva il contatto de' due aſtri , uno de' qua-

li è opaco e poſto ſopra il luminoſo ; nel qual caſo ſolo in tutta l' aſtronomia ſi può oſſervare un angolo di diſtanza fino alla preciſione d' una decima parte di ſecondo . 2°. per la nota ragione fra le parallaſſi di venere e del ſole con quelle di tutti gli altri pianeti . 3°. la grandezza di queſta parallaſſe , onde ſi ha più di 15' di tempo di differenza fra le oſſervazioni , e che è doppia di quella del ſole .

730. Keplero fu il primo , che nel 1627 , deſcritte le ſue tavole Rudolfine ſulle oſſervazioni di Ticone , ſi ſtudiò d' indicare , quando venere e mercurio paſſarebbero ſotto il ſole : e in un avvertimento agli aſtronomi ſtampato in Lipſia nel 1629 annunciò un paſſaggio di mercurio per il 1631 , e due di venere per il 1631 e 1761. Le Tavole di Keplero non potevano eſſere tanto eſatte , onde ne poteſſe trarre con ſicurezza l' avvenimento di queſti fenomeni , che dipendono dalle coſe le più minute ; quindi il paſſaggio di venere predetto per il 1631 , non ſi verificò ; e Gaſſendo che vi ſi era ben preparato in Parigi reſtò deluſo . Al contrario avvenne un paſſaggio di venere nel 1639 non predetto da Keplero , ma oſſervato in Inghilterra . Morì Keplero qualche giorno prima di quello , in cui avea predetto il paſſaggio di venere nel 1631 , ma quello di mercurio avvenne come l' avea predetto .

731. Prima di tutto eſaminiamo perchè queſti paſſaggi ſieno sì rari , e ſpecialmente quelli di venere . Tornando venere alla ſua congiunzione inferiore in capo d' un anno e di giorni 219 (454) , parrebbe , che in ogni ſua congiunzione doveſſe vederſi ſul ſole , giacchè ſi frappone tra lui e noi ; ma queſte eccliſſi vanno del pari colle lunari (600) ; poichè non baſta che venere ſia congiunta col ſole , ma di più ſi ricerca , che lo ſia in vicinanza del ſuo nodo , e con una latitudine geocentrica niente maggiore del ſemidiametro ſolare , cioè di 16' circa . Sia S il centro del ſole (*fig.* 91) , S N l' ecclittica , O R N l' orbita di venere ; la di cui latitudine geocentrica S V in quel punto , in cui perpendicolarmente corriſponde al punto S centro del ſole : ſe queſta latitudine è minore del raggio ſolare S A , venere comparirà ſul diſco O A R del ſole ; e lo ſteſſo dicaſi di mercurio .

732. Nota che ſia la rivoluzione ſinodica di mercurio , ch' è di giorni 115 21^h 3' 22'', 3 (454) , ſi può trovare per quanto tempo ſi vuole , tutte le di lui congiunzioni inferiori col ſole . Fra queſte ſi ſceglie quella , in cui il ſole trovaſi vicino al nodo di mercurio , cioè verſo il principio di Maggio e Novembre , la quale , calcolandola con più ſcrupoloſa attenzione , ci farà vedere , ſe in eſſa congiunzione vera la latitudine geocentrica ecceda o no il ſemidiametro ſolare . In tal guiſa il Sig. Halley nel 1691 calcolò molti paſſaggi di mercurio ſotto il ſole , che ſono deſcritti nelle Tranſazioni Filoſofiche . Sono eſſi calcoli per 29 paſſaggi tanto per il paſſato ſecolo che per il preſente . Si era ſervito dei periodi di anni 6 , 7 , 13 , 46 e 265 , coi quali ſpeſſiſſimo ſi ritrovano di bel nuovo i paſſaggi di mercurio ſotto il ſole nello ſteſſo nodo , e i quali baſtano per indicare gli anni , in cui ſuccederanno . Il medeſimo Sig. Halley s' era adoprato anche per li paſſaggi di venere , e trovò de' periodi

riodi di 8 anni, di 235 e di 243, che riconducono i detti passaggi; e dall'anno 918 fino il 2119 calcolò 17 passaggi di venere.

733. Il primo di tali passaggi, che si sia osservato, fu quello di mercurio osservato a Parigi da Gassendo li 7 Novembre 1631 la mattina. Dopo il quale se ne osservarono altri 12 compresovi quello delli 9 Novembre 1769, ch' è stato visto in America e nelle Indie; noi siamo in aspettazione di altri negli anni 1776, 1782, 1786, 1789, 1799 ec.

734. Venere fu osservata sul sole nel 1639; ma specialmente nel 1761 e 1769; e vi passerà di nuovo nel 1874, 1882, 2004, 2012, 2117, 2125 ec. Il passaggio di venere del 1769 è una delle osservazioni più importanti che sieno mai state fatte dagli astronomi, per essersi conosciuta la vera parallasse del sole; qual punto interessante fu notato dal Sig. Halley nel 1677; se la parallasse che abbassa gli astri fa vedere venere sulla linea BC, in vece che sull'orbita OR, essa descriverà sopra il sole una corda meno lunga, e la durata del di lei passaggio sarà minore; dalla quale durata conosceremo la parallasse di venere. Quindi è che si aspettavano con impazienza i passaggi di venere del 1761 e 1769: quasi tutti i Sovrani e tutte le Accademie d' Europa si sono proposti de' viaggi in lontani paesi, perchè l' effetto della parallasse riuscisse maggiore, e l' esito di essi viaggi specialmente nel 1769 fu sì felice, che non ci resta più che desiderare.

La Società reale di Londra secondata dal Re d' Inghilterra, inviò osservatori al Forte del Principe di Galles nella Baja d' Hudson, e all' Isola Taiti in mezzo al mare del sud; l' Abbate Chappe si portò in California; il P. Hell a Wardus nell' estremità più settentrionale della Lapponia. Il Sig. Planman si mise in Cajanebourg in Finlandia; dalle quali cinque osservazioni riuscite felicemente si conchiuse la parallasse del sole di 8″, 5, o pure 8″, 6.

735. Per trovare questa parallasse basta calcolare il principio ed il fine d' un passaggio di venere, adoperando la parallasse come abbiamo fatto per l' eccliss i solari (710). Si trova che la durata del passaggio nel 1769 vista dal centro della terra doveva essere di $5^h\ 41'\ 56''$ fra i due contatti interiori, cioè fra il momento in cui il disco di venere si trova intieramente sul sole, e il momento in cui principia ad uscirne. Ma calcolando queste fasi per Wardus, e adoperando una parallasse di 8″, 5 per il sole (onde si ha per quel giorno un eccesso della parallasse di venere sopra quella del sole di $21'' \frac{52}{1000}$) si trova che la durata del passaggio doveva essere maggiore di $10'\ 52''$ di tempo. Al contrario nell' Isola Taiti doveva essere minore di $11'\ 43''$. Dal che ne segue, che se a Taiti si è veramente osservata una durata minore di $22'\ 35''$ di quella di Wardus, la parallasse del sole è realmente di 8″, 5. Ora il P. Hell osservò questa durata di $5^h\ 53'\ 14''$, e li Sigg. Green, Cook, e Solander l' osservarono a Taiti di $5^h\ 30'\ 4''$, minore della prima di $23'\ 10''$: questa quantità è bensì diversa di 35″; ma in una differenza

tota-

totale di 23′ 10″, non ſi riduce nè anche a $\frac{1}{30}$ di differenza ; e dall' altro canto avendo nello ſteſſo modo paragonate fra loro le altre oſſervazioni, le ho trovate d'accordo con una parallaſſe di 8″ , 6 ; onde l' incertezza intiera ſu queſto punto non arriva a $\frac{1}{60}$. Tutte le oſſervazioni, calcoli , metodi, e riſultati ſi ponno vedere nella mia *Memoire ſur le paſſage de Vénus* ſtampata ſeparatamente nel 1772 (*a Paris , chez Lattré Graveur, rue S. Jacques*); la quale opera potendoſi avere da tutti , non mi eſtenderò più a lungo ſu queſto punto . Appreſſo lo ſteſſo Inciſore ſi trova un Mappamondo , in cui ho notato per via di cerchi l' effetto della parallaſſe in tutti i paeſi della terra , aggiuntavi una ſpiegazione, in cui ho notato tutti i luoghi , dai quali ſi doveva fare l' oſſervazione per renderla più certa: ed ho avuto il piacere di vedere verificato quanto avevo indicato.

736. Il modo d' oſſervare queſti paſſaggi conſiſte nel determinare con un quadrante , o con un reticolo , la differenza d' aſcenſione retta e di declinazione , onde concluderne la differenza di longitudine (946) e l' ora della congiunzione . Queſti paſſaggi ſervono ancora per trovare il luogo del nodo con eſattiſſima preciſione , oſſervatane però la differenza fra le aſcenſioni rette e declinazioni di venere e del ſole (535 , 946). Se ne conchiude la diſtanza S M di venere dal centro del ſole in mezzo al ſuo paſſaggio, e la latitudine geocentrica S V ſi riduce al ſole ; e così nel triangolo S N V nota l' inclinazione N dell' orbita e il lato N V , ſi trova la diſtanza S N del ſole dal nodo del pianeta.

LIBRO SESTO.

Delle rifrazioni.

737. L'*atmosfera*, cioè la massa d' aria che circonda la terra, indebolisce la luce, la disperge, la divide, e cangia la di lei direzione. Si è dimostrato con molte sperienze, che i raggi di luce che da un mezzo meno denso entrano obliquamente in uno più denso, cangiano la loro direzione, e s' avvicinano alla perpendicolare, quasi che fossero fortemente attratti dalla materia più densa; questo cangiamento è diverso secondo l' obliquità del raggio; e le Tavole, che ne contengono l' effetto, si dicono *Tavole della rifrazione*, *o Tavole anaclastiche*.

Sia A B D la superficie della terra (*fig.* 92); E K G la superficie esteriore dell' atmosfera, la di cui densità è sensibile per alcune leghe d' altezza; A il luogo dell' osservatore, ed M K un raggio che entra obliquamente in K; questo raggio incurvatosi nell' atmosfera giunge al punto A, come se avesse seguita la direzione della linea retta N K A; l' occhio riceve l' impressione della luce secondo la direzione N K A; e l' astro, che veramente è in M, corrisponde al raggio A K N; onde la rifrazione lo fa comparire più alto quanto è l' angolo N K M, che chiamiamo *la rifrazione astronomica*.

738. Essendo il raggio C K R perpendicolare alla superficie refringente in K, l' angolo M K R dicesi *angolo d' incidenza* formato dal raggio incidente colla perpendicolare avanti la rifrazione; e l' angolo N K R = A K C, dicesi di *rifrazione*, formato dallo stesso raggio colla stessa perpendicolare dopo la rifrazione: i seni di questi due angoli hanno fra loro un rapporto costante, che dicesi *il rapporto della rifrazione*; e che Newton suppone eguale alla ragione di 3201 : 3200. Onde non v' ha rifrazione alcuna nel raggio perpendicolare alla superficie refringente, perchè essendo nullo uno degli angoli, anche l' altro necessariamente svanisce; e poi il raggio perpendicolare a una superficie più densa, non cangia la direzione per esserne più attratto, perchè vi cade quanto più direttamente lo può, e per la via più breve. Dal che ne segue che la rifrazione si forma sempre in un piano verticale, perchè non avendo il raggio rifratto se non che una tendenza ad avvicinarsi alla linea verticale o zenit, non si volgerà nè alla dritta nè alla sinistra di questa linea, e si conserverà nello stesso piano del raggio diretto e della linea verticale; così il luogo vero e l' apparente saranno in uno stesso verticale.

739. Le leggi, le proprietà, e gli effetti della rifrazione e della luce si troveranno in molti libri d' Ottica, specialmente in quello che porta per titolo: *A compleat System of Optiks by Robert Smith, Cambridge* 1738 2 *vol. in* 4° di cui ve ne sono due edizioni Francesi, d' Avignone e di Brest pubblicate dal P. Pezenas e dal Sig. le Roy.

Gli

Gli antichi conobbero beniſſimo il fenomeno delle rifrazioni in generale: Ariſtotele in uno de' ſuoi problemi parla ſulla curvatura apparente d' un remo nell' acqua ; e ſi dice che Archimede abbia ſcritto un trattato ſulla figura d' un cerchio viſto ſotto l' acqua ; gli angoli della rifrazione ſi credevano in que' tempi proporzionali agli angoli d' incidenza: Snellio, e Deſcartes moſtrarono che coſtante proporzione non ſi dava che fra i ſeni di eſſi angoli.

Non fu parimenti incognita la rifrazione aſtronomica a Tolommeo, quantunque non ſe ne ſia ſervito ne' ſuoi calcoli. Sul fine del libro VIII dell' Almageſto dice eſſervi della diverſità nel levare e tramontare degli aſtri che dipende dai cangiamenti dell' atmoſfera : Alhazen, Ottico Arabo del X ſecolo, ne fece menzione più preciſa e ſpiega il modo di verificarla colla ſperienza nella ſua *Ottica*, opera che non ci è pervenuta (*Montucla Hiſt. des Mathém.* I. 308) ; ma ſi crede generalmente che l' abbia preſa queſta ſua Ottica quaſi tutta da Tolommeo.

Prendete, dic' egli, uno ſtrumento formato con cerchj che girino intorno ai poli; miſurate la diſtanza d' una ſtella dal polo del mondo, quando paſſa per il meridiano vicina al zenit, e quando ſi leva dall' orizzonte; in queſto ultimo caſo trovarete la diſtanza dal polo più picciola ; Alhazen dimoſtra poi dover ciò avvenire per la rifrazione : della cui quantità in vero non ne parla, ma queſto ſuo paſſo ci moſtra in qual modo ſi oſſervaſſe l' effetto della rifrazione, e come ſi foſſe riconoſciuta . Parimenti quando gli antichi oſſervavano l'equinozio colle loro armille, potevano vederlo due volte in uno ſteſſo giorno, per cauſa della rifrazione, (Flamſtedio, *Prolegom. pag.* 21) ; e queſto effetto ſteſſo potevaſi vedere nelle ſtelle vicine al polo; perchè oſſervando due ſtelle come γ d'Andromeda e la polare, lontane fra loro 47°, queſta diſtanza ſi troverà maggiore di 30', quando la prima paſſerà per il meridiano in vicinanza del zenit, che quando paſſerà ſotto il polo preſſo l'orizzonte : e in tal modo più o meno ſaranno tra loro diverſe le diſtanze delle ſtelle.

Snellio pubblicando le oſſervazioni di Waltero, notò, che queſte oſſervazioni erano sì eſatte, che Waltero per mezzo d'eſſe s' era accorto dell' accreſcimento d' altezza cagionato dalla rifrazione ; ma il primo a determinarla in modo da poterne piantare le Tavole, fu Ticone : ed ecco il modo, con cui la ſcoprì (*Progymnaſmata pag.* 15).

749. Avea determinata con uno o due ſtrumenti ben lavorati l'altezza del polo per via delle altezze ſuperiore e inferiore della ſtella polare (33); e la determinò ancora colle altezze del ſole nei due ſolſtizj (70), e trovò la ſeconda minore di 4' della prima . Soſpettò da principio dell' eſattezza degl' iſtrumenti, ma adoperandone fino a dieci di varia grandezza e forma, e beniſſimo lavorati, trovò ſempre lo ſteſſo ; e non potendo incolpare le oſſervazioni, cercò ſeriamente la cauſa di un tale fenomeno, e pensò finalmente che proveniſſe da una notabile rifrazione che dovea patire il ſole nel ſolſtizio d' inverno, la di cui altezza allora per il ſuo paeſe era di 11.° Queſta ſpiegazione s'accordava coll' Ottica ; nonoſtante egli a ſtento ſi perſuadeva che queſta rifrazione poteſſe produrre un er-

rore

rore sì grande; la giudicava di 9′ almeno all' altezza di 11° (ella non è veramente che 4′ $\frac{3}{4}$; ma Ticone l' accreſceva perchè giudicava la parallaſſe del ſole di 2′ 50″ invece di 8″) : e quindi è che fece coſtruire dei cerchj di dieci piedi di diametro , l' aſſe dei quali corriſpondeva eſattamente al polo del mondo , e con i quali miſurava la declinazione degli aſtri fuori del meridiano ; e allora s' avvide che la rifrazione del ſole, anche nell' eſtate, ſebbene inſenſibile all' altezza meridiana , nonnoſtante ſi rendeva ſenſibile preſſo l' orizzonte , ove era di 30′ circa .

Ticone credeva che la rifrazione del ſole ſi riduceſſe nulla all' altezza di 45°, e delle ſtelle a 20° ; mentre a queſt' altezza ella è di 2′ $\frac{1}{2}$, il quale errore durò per molto tempo . Il P. Riccioli ſteſſo nel 1665 ſupponeva che non ſi aveſſe più rifrazione dopo i 26° d' altezza o circa ; quantunque ſia ancora di due minuti .

741. Il Sig. Caſſini fu il primo verſo il 1660 , che cominciò a formare una nuova Tavola delle rifrazioni nel mentre che formava parimenti nuove Tavole del ſole d' una eſattezza molto maggiore delle precedenti. Ma per verificarne l' aggiuſtatezza , il Sig. Caſſini deſiderò avere delle oſſervazioni del ſole fatte al zenit , dove ognuno ſa non eſſervi rifrazione ; e con queſto mezzo poteva rilevare , ſe le ſue tavole ſolari foſſero più eſatte delle Ticoniane . Nel qual caſo non avrebbe più dubitato della preferenza delle ſue tavole del ſole e delle rifrazioni ſopra di quelle di Ticone , rappreſentandoſi meglio colle ſue le oſſervazioni tanto nel caſo , in cui hanno luogo le rifrazioni , quanto in quello in cui non ve ne ſono .

Luigi XIV e il grande Colbert , che aveano tante volte moſtrato il loro zelo per la gloria delle ſcienze , laſciarono queſto penſiere all' Accademia : la quale giudicò l' iſola Cayenna più a propoſito d' ogni altro luogo ; ella ha 5° di latit. , e la Francia vi mandava delle navi più volte all' anno . Se la rifrazione foſſe nulla all' altezza di 45° , le altezze meridiane del ſole dovevano eſſere eſenti da rifrazione ; perchè in quel luogo la minore altezza del ſole è di 61° ; dunque ſi dovea avere l' obliquità dell' ecclittica ſenza alcuna diminuzione per la rifrazione , ma al contrario accreſciuta dalla parallaſſe del ſole nei due ſolſtizj : così nell' ipoteſi Ticoniana dovea nella Cayenna trovarſi la diſtanza de' due tropici maggiore di 47° 3′; e ſecondo il Caſſini , che diminniva la parallaſſe e vi ſupponeva qualche rifrazione anche nelle maggiori altezze , non dovea trovarſi nella Cayenna che di 46° 58 ; e così v' era fra queſte due ipoteſi la differenza di 5′ , che poteva eſattamente trovarſi nella ſteſſa iſola , e quindi decidere a un tempo ſteſſo ſulla parallaſſe , ſulla rifrazione e ſull' obliquità dell' ecclittica . Queſti motivi erano baſtevoli per decretare un tal viaggio ; v' era ancora da verificare la lunghezza del pendulo , la parallaſſe della luna , di marte e del ſole , la teoria di mercurio , le longitudini geografiche , la poſizione delle ſtelle auſtrali , le maree , le variazioni del barometro ; queſte furono le cagioni del viaggio intrapreſo

dal Sig. Richer. Egli partì da Parigi nel meſe d'Ottobre 1671, e ſi trattenne nella Cayenna dalli 22 Aprile 1672 fino gli ultimi di Maggio 1673; e le di lui oſſervazioni furono pubblicate nel 1679, e ſono anche inſerite nella raccolta delle oſſervazioni pubblicata dall' Accademia nel 1693.

Il tutto ſucceſſe nella Cayenna appreſſo a poco ſecondo le dimoſtrazioni del Caſſini; l' obliquità apparente dell' ecclittica fu trovata di 23° 28' 32", cioè molto minore di quella che doveva eſſere ſecondo Ticone; non fu diverſa che di 5" da quella che dovea trovarſi, ſtando alle Tavole di riſrazione e alla parallaſſe del ſole del Caſſini; dalle oſſervazioni della Cayenna non ſe ne deduſſero altre conſeguenze; ſolo è da notarſi, che gli elementi, coi quali aveanſi rappreſentate le oſſervazioni in Europa, colla ſteſſa eſattezza rappreſentavano le oſſervazioni dell' America; il che non s' otteneva cogli elementi di Ticone riſpetto all' obliquità dell' ecclittica, alla parallaſſe del ſole, e alle rifrazioni aſtronomiche.

Metodo di trovare le rifrazioni aſtronomiche.

742. Dopo la ſtoria della rifrazione, paſſo ai metodi ſucceſſivamente adoperati per oſſervarla. Ho ſpiegato quello delle declinazioni (740): ecco quello delle altezze. Eſſendo la rifrazione la differenza fra l' altezze apparente e vera, il metodo conſiſte nel calcolare la vera per quel punto di tempo, in cui ſi oſſervò l'apparente.

Quando non ſi praticavano gli orologi, ſi adoperava l' azimuto, o l' angolo Z (*fig.* 31) per riſolvere il triangolo PZS, e trovare l' altezza vera; l'angolo PZS non è punto affetto dalla rifrazione, poichè il luogo vero e l'apparente ſono in un ſolo e medeſimo verticale ZS (739), e perciò nello ſteſſo grado d' azimuto. Dunque nel triangolo PZS ſono noti per il dato tempo i lati PZ, PS e l' angolo Z oppoſto ad uno di loro, e perciò ſi troverà colla trigon. ſferica il terzo lato ZS, il di cui complemento è l' altezza vera, che paragonata coll' apparente oſſervata nello ſteſſo tempo darà la rifrazione. (Ticone *Progymn. pag.* 93). Queſto metodo degli azimuti oggidì non ſi pratica.

743. Le altezze corriſpondenti del ſole, o d' una ſtella forniſcono il mezzo più proprio per trovare il valore della riſrazione, ſe però ſi prendano con un gran quadrante, e un eſattiſſimo pendulo. Suppongo per eſempio che l' altezza del ſole oſſervata in diſtanza di ſei ore dal meridiano la mattina e la ſera ſiaſi trovata eſattamente di 9°, e che ſecondo il calcolo (368) non debba eſſere ſe non di 8° 54'; ſi ſaprà da ciò, che all' altezza apparente di 9° corriſponde una rifrazione di 6', e che il ſole ſi vede più alto di 6'.

Nel triangolo PZS (*fig.* 31) formato al polo, al zenit, al ſole, ſi ſuppongono note le diſtanze PZ del polo dal zenit, e PS del ſole dal polo boreale del mondo, indipendentemente dalle rifrazioni; ma l' errore che ne può riſultare nelle gran rifrazioni, è piccoliſſimo; ſarà parimenti nota dall' oſſervazione delle altezze corriſpondenti l' ora in quel punto, e l'angolo orario ZPS; dunque ſi troverà ZS diſtanza dal zenit; ch' è il com-

complemento dell' altezza vera, poichè i due lati PZ, PS, e l'angolo P ſono quantità vere e date, indipendentemente dalle rifrazioni. Queſt' altezza vera trovata col calcolo è ſempre minore dell' apparente oſſervata col quadrante, e dalla differenza ſi ha il valore della rifrazione corriſpondente all' altezza oſſervata. Queſto metodo fu in paſſato adoperato dal Sig. Picard, e nel 1751 dal Sig. de la Caille; e con eſſo ſi trovò che la rifrazione orizzontale, cioè la maſſima, è di $32' \frac{1}{2}$ circa.

744. Il Sig. de la Caille, prima del ſuo viaggio in Affrica, s' era impegnato di determinare le rifrazioni per via degli angoli orarj, e delle altezze corriſpondenti del ſole e delle fiſſe più lucide; egli fu il primo che aveſſe il vantaggio d' impiegare queſto metodo ſenza piantare ipoteſi; perchè tornato dal Capo, conoſcendo le declinazioni delle ſtelle oſſervate preſſo il zenit del Capo indipendentemente dalle rifrazioni, aveva il lato PS con grande eſattezza; ha egli dunque calcolato la maggior parte di queſte altezze corriſpondenti dopo il ſuo ritorno; e gli ſervirono per deſcrivere una tavola di rifrazioni più eſatta e più ſicura di quante ſe ne avevano.

745. V' è un mezzo di conoſcere le rifrazioni in certe altezze, ſenza dover ſupporre noto l'angolo P: e conſiſte nell' oſſervare una ſtella che paſſa per il meridiano nel punto ſteſſo del zenit, o ad eſſo vicino e che poi paſſa per il meridiano ſotto il polo. Eſſendo nulla la rifrazione nel zenit, ſi avrà la vera diſtanza della ſtella dal polo; e dopo 12 ore circa paſſando eſſa per il meridiano ſotto il polo, e vicina aſſai all' orizzonte, ſi troverà la di lei diſtanza dal polo molto minore, perchè ſarà accorciata dalla rifrazione, che alza la ſtella, e ſi avrà quindi la rifrazione in queſta altezza.

Eſempio. La Chiara di Perſeo paſſava, alcuni anni ſono, in diſtanza di ſei minuti dal zenit di Parigi; così era certa la ſua diſtanza di 41° 4′ dal polo, perciò dovea paſſare per il meridiano ſotto il polo in diſtanza di 41° 4′ dal polo ſteſſo, cioè all' altezza vera di 7° 46′. Queſta però ſi oſſervò di 7° 52′ 25″; era dunque certo, che la rifrazione all' altezza apparente di $7° 52' \frac{1}{2}$, alzava la ſtella di 6′ 25″.

746. Il Sig. de la Caille ancora trovò un metodo ingegnoſo, per determinare le rifrazioni, quando ſi trovava al Capo, paragonando le oſſervazioni delle ſtelle, che erano molto vicine al ſuo zenit, finchè ſi trovavano quaſi ſull' orizzonte di Parigi, e di quelle che erano vicine al zenit di Parigi, nel tempo ch' ei le vedeva ſull' orizzonte.

747. Quando foſſero ſtate in tal guiſa oſſervate le rifrazioni a diverſi gradi d' altezza, ſarebbe ſtato facile il vedere, che dal zenit fino alli 80° di diſtanza, ſeguono la ragione delle tangenti delle diſtanze dal zenit; ma il Bradley fu il primo che verſo il 1760 guidato dalle ricerche del Sig. Simpſon ſulla trajettoria dei raggi di luce, moſtrò, che diminuendo ciaſcuna diſtanza dal zenit del triplo della rifrazione, la tangente del reſiduo era eſattamente come la rifrazione ſteſſa; dopo queſta legge

il Sig. Bradley deſcriſſe una Tavola delle rifrazioni, poco invero diverſa da quella del Sig. de la Caille; eſſe ſono minori di 14″ all' altezza di 6°, di 26″ a 20°, e di 11″ a 40°.

748. Il Sig. Bouguer oſſervò, che la rifrazione orizzontale al Perù nel 1740 era di 27′, in vece di 32′ $\frac{1}{2}$ come in Europa: ma queſta diminuzione non ſi trova ſe non ſotto la zona torrida; e ſi trovò che le rifrazioni ſono le medeſime a Parigi, in Lapponia, e per fino ſotto il cerchio polare. Il Sig. de la Caille al Capo le trovò quaſi le ſteſſe che a Parigi.

Il Sig. Picard colle altezze meridiane del ſole trovò nel 1669, che le rifrazioni erano maggiori d' inverno, che d' eſtate; maggiori la notte che il giorno. Era facile di conchiudere, che le rifrazioni ſarebbero più o meno notabili, ſecondo la maggiore o minore denſità dell' aria, e che tali diverſità dovevano corriſpondere a quelle del barometro e termometro. Il Sig. Mayer trovò nel 1753 che la rifrazione media s' accreſceva di $\frac{1}{22}$, quando il barometro ſi alzava per 15 linee, o quando il termometro s' abbaſſava per 10 gradi ſulla ſcala del Sig. Reaumur.

I vapori preſſo l'orizzonte, i quali per l' umidità, per li venti, per altre cauſe variabiliſſime ſi cangiano, diverſificano ſenſibilmente le rifrazioni; quindi gli aſtronomi ſi diſpenſano più che poſſono dal fare oſſervazioni preſſo l'orizzonte.

749. La rifrazione accreſce tutte le altezze degli aſtri, e diminuiſce le riſpettive loro diſtanze; e quando, per avere la longitudine della nave, ſi miſura ſul mare qualche diſtanza fra la luna e una ſtella, biſogna correggere eſſa diſtanza oſſervata.

La rifrazione fa comparire il ſole e la luna di figura ovale; in cui un diametro è minore dell' altro 4′ 21″; fa altresì comparire gli oggetti terreſtri più elevati; e ſe ricerchiſi in qualche livellamento molta eſattezza, biſogna computare la rifrazione.

750. I raggi traverſando l' atmoſfera ſi diſpergono, in modo che l' intenſità della luce del ſole, quando ſi trova ſull' orizzonte, è 1354 volte minore di quando ſi trova al zenit, ſecondo l' eſperienze del Sig. Bouguer (*Traité d' optique ſur la gradation de la lumière*).

751. Il crepuſcolo dopo il tramontare del ſole, e l' aurora prima del naſcere (108) ſono effetti ſimili a quello della rifrazione; naſcono dall' atmoſfera, che riflette e diſperge i raggi ſolari, in modo che giungono a' noſtri occhi, e ci levano la viſta degli aſtri, ſebbene ſia tramontato il ſole.

752. *L' arco d' emerſione* d' un aſtro, è la quantità della diſceſa del ſole ſotto l' orizzonte computata in un verticale, quando ſi comincia a vedere lo ſteſſo aſtro a occhio nudo. L' arco di emerſione per venere comunemente ſi ſtima di 5°, ſebbene in certi tempi ſia nullo, vedendoſi eſſa in pieno dì; di 10° per mercurio e giove, di 11° verſo 12° per marte ſaturno e le ſtelle di prima grandezza. Nonnoſtante Sirio ſi vede anche

di

di giorno nei paeſi meridionali. Il Sig. de la Nux l' ha viſto ſpeſſe volte all' Iſola di Bourbon. *Canopo* è in apparenza tanto grande quanto ſirio, almeno di bella notte; ma la ſua luce è un po meno bianca, e nel crepuſcolo non ſi vede sì facilmente. L' arco d' emerſione per le ſtelle di terza grandezza è di 14°; e finalmente di 18° per le piccole ſtelle; e queſto ſi chiama l' abbaſſamento del *cerchio crepuſculare*. Ma ſi vede che queſta quantità può eſſere molto varia: v' hanno certi paeſi meridionali d' un' aria sì pura, che in certi tempi ſi vede ſirio di giorno; a Parigi nell' eſtate in bel dì ſereno ſi vede venere a occhio nudo, quando è lontana dal ſole e vicina alla terra.

753. L' altezza dell' atmosfera dedotta da queſti 18°, è di circa 15 leghe (cioè miglia geogr. moderne 36 poco meno) ſecondo il calcolo del Sig. de la Hire (*Mem. Acad.* 1713): ma in un' altezza di 11 leghe, o 25100 toeſe (migl. geogr. 26) l' aria è tanto rara, che il barometro non avrebbe che una linea d' altezza in vece di poll. 27. Si dividono 25275 piedi per il numero delle linee, che indicano l' altezza del barometro, ſi ha la quantità d' altezza, a cui biſogna giungere, onde il barometro ſi cangi per una linea; queſto numero di piedi ſuppone il termometro alla temperatura di 10 gradi. Vedaſi la grande Opera del Sig. de Luc, che ha per titolo: *Recherches ſur les modifications de l' atmoſphère, en 2 vol. in* 4° in cui tratta profondamente tutto ciò che appartiene al termometro e al barometro, il calore dell' aria, e le rifrazioni.

LIBRO SETTIMO.

Dei moti delle ſtelle fiſſe.

754. Sei ſpecie di moto devonſi conſiderare nelle ſtelle fiſſe ; la *preceſſione*, l' *aberrazione* , la *nutazione* , il *cangiamento generale in latitudine*, *i cangiamenti particolari a diverſe ſtelle* , e la *parallaſſe annua* , ſoſpettata già da molti aſtronomi . Abbiamo già parlato ſulla preceſſione (320), cioè dell' annuo cangiamento di longitudine di circa 50″ $\frac{1}{3}$ in ogni ſtella : ne riſultano dei cangiamenti nelle aſcenſioni rette e nelle declinazioni . Ma è facile dalla nota longitudine e latitudine d' un aſtro trovarne colla trigon. sferica l' aſcenſione retta e la declinazione (318), e d' avere perciò il cangiamento dell' una dal noto cangiamento dell' altra.

755. Queſta preceſſione generale naſce dalla retrogradazione dei punti equinoziali ſulla ecclittica immobile ; e non ſuppone perciò alcun cangiamento nelle latitudini delle ſtelle fiſſe : immaginiamoci che tutto il cielo ſi muova lentamente intorno ai poli e all' aſſe dell' ecclittica , e che tutte le ſtelle ſiano traſportate verſo l' oriente per 50″ $\frac{1}{3}$ all' anno paralellamente all' ecclittica.

Queſta retrogradazione degli equinozj naſce , come lo diremo parlando dell' attrazione, dalla ſchiacciata figura della terra, ſu la cui protuberanza s' eſercita l' attrazione laterale del ſole e della luna . Queſti due aſtri attraendo lateralmente l' equatore terreſtre , gli fanno cangiar inſenſibilmente ſito, in guiſa che non corriſponde più alle ſteſſe ſtelle ; ed è lo ſteſſo come ſe le ſtelle aveſſero un moto riſpetto all' equatore , avanzandoſi paralellamente all' ecclittica.

756. Dopo la ſcoperta dell' attrazione , ſi vide che tutti i pianeti dovevano avere un moto nei nodi (1062) loro come la luna , e l' oſſervazione lo ha verificato (518). Si vide che ciaſcun pianeta , o l' orbita di ciaſcun pianeta cangiava di ſito per l' attrazione degli altri ; dunque anche l' orbita della terra.

Il Sig. Eulero nel 1748 notò, che l' attrazione di giove ſopra la terra dovea eſſere ſenſibile, e baſtante a ſpiegare la diminuzione nell' obliquità dell' ecclittica , e la varietà nelle latitudini delle fiſſe riſpetto all' ecclittica , di cui Ticone ne avea già fatta menzione.

757. Eratoſtene , Ipparco , Tolommeo trovarono eſſa obliquità di 23° 50′; Albategnio di 23° 33′ $\frac{2}{3}$ verſo l' anno 880 ; Ticone nel 1587 di 23° 31′ 30″: noi attualmente non la troviamo che di 23° 28′ 0″ : onde tale diminuzione pare fuori di dubbio . Queſta deve eſſere ſeguita da un cangiamento di latitudine nelle fiſſe , e da una piccola diſuguaglianza nel-

nelle loro longitudini ; tutto ciò è ſpiegato a lungo nel XVI libro della mia *aſtronomia*.

758. Queſti moti generali appartengono a tutte le ſtelle ; ma ve ne ſono alcune , che anno ſofferto qualche diſordine , qualche moto proprio , prodotto da qualche cauſa fiſica che non ſi ſa , e che ſoltanto ſi cerca di determinare colla oſſervazione.

Il Sig. Halley lo notò nel 1718. Il moto proprio di *arturo* è il più ſenſibile che in ogni altra ſtella . Secondo l' oſſervazioni di Flamſtedio la declinazione d'*arturo* ſul principio del 1690 era di 20° 49′; e ſecondo le oſſervazioni del Sig. De la Caille di 20° 29′ 39′ ſul principio del 1750; la differenza è di 19′ 21″ ; e ſecondo le note leggi della preceſſione degl' equinozj non dovrebbe eſſere che 17′ 7″, 2 ; dunque li 2′ 13″, 8 reſidui appartengono al moto proprio di queſta ſtella in declinazione nello ſpazio di 60 anni, cioè 22″, 3 per ogni dieci.

759. Le ſtelle di prima grandezza come *ſirio* , *aldebaran* e *rigel* ſembrano eſſere ſtate ſoggette a ſimili moti , ma però in minor quantità . Non poſſiamo attribuirne la cauſa che all' attrazione di altre ſtelle , o pianeti appartenenti a qualche vicino ſiſtema ; ma le ſtelle ſono in una diſtanza da noi sì enorme , che rieſce impoſſibile l' affermare qualche coſa con certezza ſu queſto punto.

760. *La parallaſſi annua* , di cui moſtrammo gli effetti nel moto de' pianeti (441), potrebbe eſſere la cauſa di tali moti delle ſtelle , ſe queſte non foſſero tanto diſtanti dalla terra . Nonnoſtante fu creduto per lungo tempo , che doveano avere una parallaſſi annua ; ma ſebbene queſta parallaſſi ſia oggidì dimoſtrata inſenſibile e come nulla nelle fiſſe , nonnoſtante voglio dare un' idea di queſta queſtione tante volte trattata , anche nel 1760.

761. Sia S il ſole (*fig.* 93), AB il diametro dell' orbe magno (413), A il punto in cui ſi trova la terra il primo di Gennajo , B il primo di Luglio, E una ſtella che ſi vede per il raggio AE ; eſſendo la linea AB nel piano dell' ecclittica , e ſupponendoſi l' orbe della terra perpendicolare al piano della figura , l' angolo EAB è la latitudine della ſtella ; ma quando la terra ſarà in B , eſſendo la ſtella in oppoſizione col ſole , eſſa comparirà ſul raggio BE , e la di lei latitudine apparente ſarà l' angolo EBC ; queſta latitudine EBC è maggiore della prima , e l' angolo AEB ne nota la differenza ; finalmente l' angolo AES , che è ſenſibilmente la metà di AEB per l' eſtrema piccolezza di AB , è la *parallaſſi annua* in latitudine.

762. Se la diſtanza SE della ſtella foſſe dugento mille volte maggiore della diſtanza SA del ſole dalla terra , l' angolo AES ſarebbe di 1″ , e la latitudine EAS d' una ſtella in congiunzione ſarebbe minore di 1″ della latitudine EBC nella oppoſizione , ſupponendo la latitudine di 90° circa . Copernico dimoſtrando con molte ragioni il moto della terra , non diſſimulò queſta obbiezione (*Cop. Lib.* 1. *c.* 10) . Affinchè la latitudine delle ſtelle , ad onta del moto della terra , ſi vedeſſe ſempre la medeſima, biſognerebbe che foſſero a una diſtanza sì grande , che non vi foſſe tra

eſſa

eſſa e l'orbita della terra ſenſibile proporzione, e che l'angolo A E S foſſe quaſi infinitamente piccolo ; *ma* , dice Copernico , *io ſtimo meglio ammettere queſta diſtanza sì enorme , piuttoſto che la grande quantità di moti che avrebbero luogo ſuppoſta fiſſa la terra* . E poi la diſtanza grande delle ſtelle non contiene alcuna contraddizione , anzi è faciliſſima a concepirſi (464).

763. Se la parallaſſi annua foſſe ſenſibile , per eſ. di 20″ , una ſtella realmente ſituata nel polo dell' ecclittica , ci parrebbe che deſcriveſſe annualmente un piccolo cerchio del raggio di 20″ , perchè ci comparirebbe lontana dal polo di 20″ alla parte ſempre oppoſta al ſito della terra . Il Sig. Picard nel 1672 notò nella ſtella polare alcune diverſità , non per altro conformi all' effetto di queſta parallaſſi , ma erano eſatte ; ed egli facendo la prima ſcoperta dell' aſtronomia moderna nelle fiſſe , ebbe la gloria di gettare i fondamenti di tutte le altre che ne ſeguirono.

764. Il Dottore Hook celebre in quaſi ogni genere di ſcienza , e che ſi repurava egli ſteſſo il più dotto dell' Inghilterra , per determinare queſte variazioni piantò nel Collegio di Gresham in Londra un teleſcopio di 36 piedi , con cui oſſervò le diſtanze dal zenit della γ del dragone ; e le oſſervazioni che produſſe ſono eſattamente concordi colla teoria delle parallaſſi come ſe vi ſi foſſero accomodate ad induſtria ſuppoſta la parallaſſi di quella ſtella di 15″ ; nonnoſtante tutto ſi trovò poi falſo.

765. Il Sig. Picard volle verificare queſta oſſervazione ; ma l' altezza meridiana della lira nei due ſolſtizj gli parve la ſteſſa , il che è contrario al Sig. Hook , come lo notò lui medeſimo nella radunanza dell' Acad. li 4 Giugno 1681 (*Hiſt. céleſte pag.* 252).

Flamſtedio avendo oſſervata nel 1689 e negli anni ſeguenti la ſtella polare col ſuo quadrante murale , trovò che la declinazione nel meſe di Luglio era minore di 40″ che nel meſe di Decembre; queſte oſſervazioni erano eſatte, ma non dimoſtravano la parallaſſe annua, come lo fece vedere il Sig. Caſſini (*Mem. Acad.* 1699). Per altro quantunque Flamſtedio lo credeſſe, nonnoſtante dubitava delle ſue oſſervazioni , e deſiderava che ſi fabbricaſſe uno ſtrumento di 15 , 20 piedi di raggio e ſodamente piantato, per decidere con più ſicurezza ſu queſto punto . Il Sig. Caſſini credette aver trovata in ſirio una parallaſſi di 6″ (*Mem. Acad.* 1717 *pag.* 265).

766. La ſcoperta dell' aberrazione , di cui ora tratteremo , moſtrò che tali diſeguaglianze nelle ſtelle naſcono da cauſa molto diverſa dalla parallaſſi; e queſta cauſa è tanto giuſta e d' accordo colle oſſervazioni, che eſclude ogni penſiero di parallaſſe.

767. La cognizione della parallaſſe ci condurrebbe a quella delle diſtanze delle ſtelle, ſe queſta parallaſſe poteſſe oſſervarſi; ma giacchè ella è inſenſibile, ne aſſegnaremo almeno per eſcluſione un limite . Se la parallaſſe aſſoluta d'una ſtella , o l' angolo A P S (*fig.* 93) foſſe di 1″ , il lato P S ſarebbe 206264 volte maggiore del raggio A S , il quale contiene 34 millioni di leghe (83 milioni circa di migl. geogr.) La diſtanza media del ſole A S è uguale a 22918 ſemidiametri terreſtri (poſtane la

pa-

parallaſſe di 9″); ſe dunque la parallaſſe annua d' una ſtella foſſe di 1″, la di lei diſtanza ſarebbe 4727 millioni di volte maggiore del raggio terreſtre, cioè conterrebbe 6771770 millioni di leghe (16137736 millioni di migl. geogr.) Ma la parallaſſe delle ſtelle, anche le più proſſime alla terra, non arriva nè pure a un ſecondo; dunque la loro diſtanza deve eſſere anche maggiore.

768. La grandezza delle ſtelle, che prima della ſcoperta dei teleſcopj, ſtimavaſi d'un minuto, è incomparabilmente minore: reſta già dimoſtrato oggidì, che le quattro ſtelle di prima grandezza regolo, aldebaran, la ſpica della vergine e antares non hanno nè anche 1″ di diametro; perchè quando reſtano eccliſſate dalla luna non perdono nè anche 2″ di tempo a naſconderſi ſotto il diſco lunare, il che dovrebbe accadere, ſe aveſſero un diametro di 1″; perchè la luna impiega 2″ di tempo circa a deſcrivere 1″ di grado; ma le ſtelle ſvaniſcono in un mezzo ſecondo, e prontiſſimamente ricomparíſcono come un punto lucido; dunque il loro diametro non arriva a 1″.

769. Si vede nei teleſcopj una luce che circonda le ſtelle, le ingrandiſce, e le fa comparire d' un diametro di 5″, 6″; ma queſta apparenza naſce dalla vivacità della loro luce, dall' aria d' intorno illuminata, dall' aberrazione dei vetri, dall' impreſſione troppo viva fatta nell'occhio.

770. Se il diametro d' una ſtella, e anche la parallaſſe annua foſſero ciaſcuna di 1″, il diametro reale della ſtella ſarebbe eguale al raggio dell'orbe magno, cioè a 34 millioni di leghe. Ma può anche darſi che le parallaſſi delle ſtelle ſieno maggiori dei loro diametri apparenti, e che perciò i loro veri diametri ſieno minori del raggio dell'orbe magno. Siamo all'oſcuro ſu queſto punto; forſi gli aſtronomi un dì ſaranno più riſchiarati.

771. Nella gran piccolezza del diametro apparente delle fiſſe conſiſte probabilmente la cauſa della loro ſcintillazione; perchè la molecula più minima di vapore, che paſſa avanti alla ſtella, in tal caſo ce ne naſconde una parte, e preſtiſſimo ce la ſcopre; in modo che tale naſcondimento e ſcoprimento cagiona come un moto di vibrazione nella loro luce.

Dell' aberrazione delle ſtelle.

772. L'*aberrazione delle ſtelle* è un moto apparente ſcoperto in eſſe nel 1728, col quale ci compariſcono deſcrivere delle elliſſi di 40″ di diametro; queſto naſce dal moto della luce combinato col moto annno della terra (783). La definizione della *nutazione* ſi darà poi (794). La ſtoria di queſta ſcoperta eſige che ſi ripeta ciò che fu detto ſulla parallaſſi annua (763).

773. Flamſtedio non ſolo per le oſſervazioni del Dottore Hook (765), ma ancora per le ſue ſteſſe credeva, che ci foſſe una parallaſſi annua nelle fiſſe; nonnoſtante la quantità e la legge erano poco note; *Samuel Molyneux* Irlandeſe ſi poſe verſo il 1725 a verificare queſto punto, e

determinare queſti moti ; e infatti noi ſiamo debitori ad eſſo Sig. Molyneux di quanto ſu di ciò eſporremo ; ma il Sig. Bradley ebbe la gloria di eſeguire ciò che avea ſolo principiato Molyneux.

774. Molyneux ſi fece fabbricare ſullo ſteſſo guſto del Dottore Hook, colla ſcorta del celebre oriolajo *Giorgio Grabam* un ſettore di 24 piedi eſattiſſimo più d'ogn'altro per miſurare piccoli archi del cielo.

Queſto ſettore fu piantato a Kevv vicino a Londra, e il 3 Dicembre 1725 Molyneux ſcegliendo le ſteſſe ſtelle di Hook oſſervò la ſtella γ nel capo del dragone, e ne notò eſattamente la diſtanza dal zenit; ripetè queſta oſſervazione nei dì 5, 11 e 12 dello ſteſſo meſe, e non trovò gran differenza ; e ſiccome in quel tempo dell' anno la parallaſſi annua non dovea andar ſoggetta a variazione, così ſtimò inutile di continuare per allora le oſſervazioni.

775. Il Sig. Bradley ſi trovava allora a Kevv, e volle oſſervare la ſteſſa ſtella il dì 17 Dicembre 1725, e s'accorſe che la ſteſſa paſſava un po più al ſud che nei primi giorni del meſe ; ſul principio li due aſtronomi non ſecero gran caſo di queſta differenza, che poteva derivare da qualche errore nell oſſervazione. Nonnoſtante il dì 20 la ſtella s' era avanzata ancora verſo il ſud, e così ſeguitò nei giorni appreſſo, ſenza poter attribuire queſto progreſſo ad errore.

776. Tale differenza riuſciva tanto più ſorprendente, perchè l' effetto ſi trovava alla parte affatto contraria a quella che ſi avrebbe dalla paralaſſi annua ; ſi eſaminò bene intanto e ſi verificò l' eſattezza dello ſtrumento, per non averne ad incolpare il medeſimo ; ma la ſtella ſempre più ſi portava verſo il ſud ; e allora non ſi ſtudiò ad altro che a miſurare con eſattezza queſto progreſſo, a ſcoprirne le circoſtanze e la cauſa. Sul principio di Marzo 1726 la ſtella ſi trovò diſcoſta 20″ dal luogo, in cui s'era viſta tre meſi prima; e allora per alcuni giorni rimaſe ſtazionaria ; intorno la metà d' Aprile cominciò a diriggerſi verſo il nord, e ſul principio di Giugno paſsò nella ſteſſa diſtanza del zenit, come ſei meſi avanti ; la ſua declinazione cangiava allora in tre giorni di 1″ ; onde era facile a vederſi che la medeſima ſtella continuava a portarſi verſo il nord ; e infatti la ſtella nel meſe di Settembre trovoſſi di 20″ più vicina al nord che in Giugno, e di 39″ che in Marzo ; da queſto punto tornò verſo il ſud e nel Dicembre 1726 fu oſſervata alla ſteſſa diſtanza dal zenit come nell'anno precedente, colla ſola differenza dovuta produrſi dalla preceſſione.

777. Da ciò era moſtrato, che tali differenze non naſcevano da diſetto nell' iſtrumento ; ma d' altro canto queſto effetto troppo regolare non poteva dipendere da una irregolare fluttuazione della materia eterea, come avea ſoſpettato il Sig. Manfredi, che non aveva altro che cattive oſſervazioni. La difficoltà conſiſteva a ſpiegare chiaramente tale fenomeno.

778. La prima idea fu di eſaminare, ſe poteſſe ciò naſcere da qualche nutazione dell' aſſe terreſtre prodotta dall' azione del ſole e della luna atteſo lo ſchiacciamento della terra, come dovea ſuccedere per l' attrazione

(794); ma l' oſſervazione di altre ſtelle fatta nello ſteſſo tempo non dava luogo a queſta ipoteſi: una piccola ſtella che ſi trovava nella ſteſſa diſtanza dal polo ed oppoſta in aſcenſione retta alla γ del dragone avrebbe dovuto eſſere ſtata ſoggetta per tale nutazione allo ſteſſo cangiamento in declinazione; nonnoſtante non lo fu che per la metà; queſta fu la trigeſima quinta ſtella della giraffa. Il Sig. Bradley per verificare maggiormente queſti fatti, fece fabbricare un altro ſettore, che fu piantato nel 1727, e cominciò ad eſaminare attentamente quali foſſero le variazioni delle ſtelle, ſecondo la diverſa loro ſituazione.

779. S' accorſe che ciaſcheduna ſtella compariva ſtazionaria, o nel ſuo maggiore allontanamento verſo il nord, o verſo il ſud, quando paſſava per il zenit verſo le ore ſei della ſera, o della mattina; che ciaſcheduna s' avanzava verſo il ſud, quando vi paſſava la mattina, e verſo il nord quando la ſera, e che lo ſcoſtamento maggiore era, come il ſeno della latitudine di ciaſcheduna. Finalmente quando, paſſato un anno, tornò a vedere ciaſcuna ſtella nello ſteſſo luogo, in cui prima le avea vedute, il Sig. Bradley guidato da sì numeroſe oſſervazioni ſi ſtudiò a cercarne la cauſa. Queſta doveva eſſere annua e coſtante, uguale per le ſtelle sì tenui come per le più brillanti, l' effetto maggiore della quale dal nord al ſud foſſe come il ſeno della latitudine della ſtella, (cioè nullo per le ſtelle ſituate ſull' ecclittica) e contrario all' effetto della parallaſſe, ed eguale nel ſuo maſſimo valore a 40″.

780. Il Bradley felicemente s' accorſe, che queſta differenza di 40″ era appunto lo ſpazio percorſo dalla terra nella ſua orbita in 16′ di tempo, e li ſovvenne che la luce ſpendeva lo ſteſſo tempo a percorrere il diametro della orbita terreſtre giuſta la ſcoperta di Romero nel 1675 (838). Il Bradley potè penſarſi da principio, che quando le ſtelle erano in congiunzione ſi vedevano 16′ più tardi per la loro lontananza, che quando erano in oppoſizione, e perciò meno avanzate di 40″; ma ſecondo queſto diſcorſo non ſi vedrebbe ſoggetta all' aberrazione quella ſtella che foſſe nel polo dell' ecclittica, perchè la diſtanza è ſempre la ſteſſa.

781. Nonnoſtante la ſtella γ del dragone era ſoggetta a un' aberrazione dal nord al ſud di 20″, che ſi accreſceva come il ſeno delle diſtanze da quel punto, in cui era nulla. Il Bradley giudicò, che queſta ſtella deſcriveva un cerchio ſimile a quello, che ſi avrebbe in una parallaſſi di 20″; ma che lo deſcriveva in modo, onde reſtaſſe ſempre più avanzata di 20″ verſo quella parte, alla quale ſi porta la terra. Tale è il fenomeno indicato dalle oſſervazioni del Bradley; di eſſo ne parleremo più a lungo (791). Reſta dunque a cercare come la ſtella compariſca ſempre verſo quella parte, verſo cui ſi porta la terra.

782. Finalmente il Bradley ebbe la ſorte di combinare il moto della luce con quello della terra, ſecondo le leggi della riſoluzione delle forze; e di queſta ſua ſcoperta pienamente concorde colle oſſervazioni ne reſe conto nel Dicembre 1728 (*Philoſoph. tranſ.*).

Per moſtrare il quale accordo ordinò in una tavola 15 oſſervazioni della γ del dragone fatte in tutti li meſi dell' anno; ſi vedeva quanto in

ciaſcun giorno doveva eſſere più meridionale ſecondo il calcolo rigoroſo dedotto dai principj che ſpiegheremo, e quanto la ſi era veduta coll' oſſervazione; la differenza non arrivava mai a $1'' \frac{1}{2}$.

Il medeſimo accordo ſi vide in ogn' altra ſtella; onde il Sig. Bradley non doveva più riguardare come un' ipoteſi un principio che ſi accordadava sì perfettamente col moto oſſervato delle ſtelle, e colla ſucceſſiva propagazione della luce già verificata dalle eccliſſi dei ſatelliti (838).

783. Paſſo dunque alla ſpiegazione di tale cauſa; ma ſiccome ſi dura fatica comunemente a ben concepirla, così procurerò di moſtrarla con tanta evidenza, quanta ne ha una propoſizione di geometria. La ſpiegherò dunque in diverſi modi, ma che tutti ſuppongono nota la riſoluzione delle forze nei paralellogrammi (479). Sia E una ſtella (*fig.* 94), e il di lei raggio a noi diretto ſi conſideri come un corpuſcolo, che tende da E in B; ſia AB una piccola porzione dell' orbita terreſtre, per eſ. di 20″ (preſto ſi vedrà il perchè di 20″), e CB lo ſpazio che il raggio ha percorſo finchè la terra deſcriſſe AB; dunque il corpuſcolo di luce B ſi trovava in C quando la terra in A, e giunge al punto B quando la terra. Così CB, AB eſprimono le velocità della luce e della terra in 20″ di tempo.

784. Deſcrivo la linea CD paralella ed eguale alla AB, e compio il paralellogrammo DBA; la velocità CB della luce ſi può conſiderare come un riſultato delle due velocità dirette per CD, CA; delle quali la CD eſſendo nella ſteſſa direzione e della ſteſſa quantità colla velocità AB della terra, reſta nulla per noi; l' occhio non potendo vedere per via d' un raggio, che ſi porta alla ſteſſa parte e colla ſteſſa velocità con cui ſi porta lo ſteſſo occhio. Dunque la ſola parte CA della velocità della luce avrà luogo per noi; il raggio giungerà all' occhio noſtro colla direzione CA, e noi vedremo la ſtella per la AC, o per la BD che le è paralella; l' angolo CBD ſi chiama l' *aberrazione*; e fa che una ſtella per cauſa del moto della terra e della luce ci compariſca lontana dal ſuo vero ſito d' una quantità eguale all' angolo CBD.

785. Altra ſpiegazione. Il corpuſcolo di luce B feriſce il noſtro occhio colla velocità CB; ma poichè l' occhio nel tempo ſteſſo ſi porta da A in B colla velocità AB, l' occhio ſteſſo va a ferire il raggio, in modo che a un tempo ſteſſo v' ha un doppio urto, cioè quello del raggio che va incontro all' occhio colla velocità CB, e quello dell' occhio che va incontro al raggio colla velocità AB. Invece di queſto ſecondo urto, poſſiamo immaginarſi (non naſcendone alcuna diverſità nell' effetto) che il corpuſcolo ſia venuto da F in B a ferire l' occhio colla velocità FB eguale alla AB; così l' occhio riceve un' impreſſione ſecondo CB, e un' altra ſecondo FB; da queſte due impreſſioni rappreſentate dai lati CB, FB del paralellogrammo CF, ne naſce una impreſſione unica e compoſta, ſecondo cioè la diagonale BD; perciò ſi vedrà la ſtella ſecondo la direzione BD, non già ſecondo la BCE.

786. Con un eſempio comune ſi può moſtrare il mecaniſmo di queſte com-

compoſte impreſſioni. Sia una nave GCFA (*fig.* 95), che ſi porta da dritta a ſiniſtra; ſiaſi dall' angolo C della ſteſſa nave lanciata una pietra contro l'altro angolo A, e nel tempo ch'eſſa pietra ha percorſo la CA, ſiaſi avanzata la nave per lo ſpazio di CD o AB; quegli che nella nave ſta in A, ſi troverà in tal caſo in B, e riceverà la ſteſſa impreſſione, come ſe la nave non ſi foſſe moſſa; poichè la relazione del punto C col punto A, il loro ſito e la loro diſtanza non dipendono punto dal moto della nave, eſſendo queſto moto comune alla pietra e alla nave; ed è nullo riſpetto all' urto. Nonnoſtante relativamente allo ſpazio aſſoluto queſta pietra ſi portò da C in B; ed ha deſcritto lo ſteſſo viaggio che avrebbe fatto una pietra lanciata dal lido R direttamente contro B. Ecco due pietre, una delle quali partitaſi dal lido R percorſe la linea CB, l' altra dal punto C angolo della nave percorſe CB per cauſa del moto di eſſa nave; ma queſta ſeconda ebbe la direzione DB, dunque l' altra gettata da R ſi ſarebbe fatta parimenti vedere ſecondo la direzione ſteſſa DB da colui, che poſto nell' angolo A della nave foſſe ſtato traſportato da A in B, finchè la pietra paſsò da C in B.

787. L'aberrazione di 20″ corriſponde a 8′ 7″ $\frac{1}{2}$ nelle tavole del ſole; così ſiamo certi, almeno dentro 5″, che la luce del ſole abbiſogna di 8′ 7″ per giungere alla terra, nelle ſue diſtanze medie; dal che ne ſegue che la velocità della luce è 10313 volte maggiore della velocità media della terra. (La velocità del moto annuo della terra è di 23531 leghe in ogni ora, (migl. geograf. 56076 $\frac{1}{2}$) cioè 6 $\frac{1}{2}$ leghe in un ſecondo; (migl. 15 $\frac{1}{2}$ e più). Ma quella del moto diurno è di 238 toeſe per ſecondo, come la velocità circa d'una palla di cannone).

788. Prima di ſpiegare eſattamente i fenomeni dell' aberrazione, avvertaſi, che il piano ECBA (*fig.* 94), che congiunge la linea AB deſcritta dalla terra colla ſtella E, diceſi *piano dell' aberrazione*, perchè queſta ſi compie in eſſo piano; il luogo apparente della ſtella, e il luogo vero, l' occhio dell' oſſervatore e lo ſpazio deſcritto in 8′ di tempo ſi trovano tutti in queſto piano, di modo che l' aberrazione non può rappreſentarci la ſtella in un altro piano diverſo. Il triangolo CBA formato dalle linee del viaggio della luce e della terra, e il di cui piccolo angolo C miſura l' aberrazione, diceſi *triangolo dell' aberrazione*. Oſſerviamone le diverſità, ſecondo che queſto triangolo ſarà rettangolo o ottuſangolo.

789. Si vede chiaro dalle dimoſtrazioni (783) precedenti, che una ſtella ci compariſce ſempre più avanzata dalla ſteſſa parte, verſo cui noi ci portiamo colla terra, d' una quantità eguale all' angolo BCA; il valore di queſto angolo dipende dalla proporzione fra le velocità AB della terra e CB della luce; queſta ragione ſi è come 1 : 10313 (787); che dà un angolo di 20″, quando CB ſia perpendicolare alla AB; dunque l' aberrazione ſarà ſempre di 20″ quando la ſtrada ſegnata dall' occhio

ſarà

farà perpendicolare al raggio della ſtella ; ma quando CB (*fig.* 99) è obliqua alla ſtrada AB dell' occhio, allora l' angolo ACB diviene minore ; ed eſſendo CB : AB, come il ſeno dell' angolo A al ſeno dell' angolo C, farà il ſeno dell' angolo d' aberrazione , o la ſteſſa aberrazione, come il ſeno dell' inclinazione del raggio CA ſulla AB , che è ſempre un piccolo arco dell' orbita terreſtre ; cioè ſarà eguale a 20" moltiplicati nel ſeno dell' angolo, che forma la ſtrada dell' occhio col raggio di luce. Finalmente ſe la linea CA foſſe tanto obliqua alla ABD , che arrivaſſe a confonderſi con eſſa, l' angolo C ſarebbe nullo , e nulla perciò l' aberrazione ; il che appariſce anche da ciò che il raggio in tal caſo ci giungerebbe ſempre nella ſteſſa direzione.

790. Supponiamo adeſſo che l' occhio , invece di portarſi da A in B, venga da B in A, e il raggio arrivi in A quando l'occhio; ſe ſi riſolve la velocità CA (784) nelle due CE, CB, la CE reſta diſtrutta dalla velocità della terra BA, e ne reſta CB o la paralella EA; dunque in tal caſo la ſtella ſembrerà alzarſi ſopra la linea , che l' occhio deſcrive, invece d' abbaſſarſi come ſopra ; ſi farà vedere in E invece che in C : ſempre l' aberrazione porta la ſtella verſo la parte cui tende la terra. Quando la terra ſi trova nel punto G della ſua orbita GHD (*fig.* 96), indi in K , ſembra che cammini per direzione contraria ; nel primo caſo la ſtella è in oppoſizione , e compariſce a ſiniſtra del luogo medio C; nel ſecondo camminando la terra da D in K , la ſtella è in congiunzione col ſole, e compariſce per 20" a dritta , cioè all' occidente del punto C ſulla linea DS. Quando la terra deſcrive il piccolo arco FL, l' aberrazione ſi diminuiſce, perchè non v'è ſe non la perpendicolare LN, che produca l' aberrazione , ed eſſa LN è molto minore della LF , nella ſteſſa ragione, in cui il coſeno dell' arco GL della elongazione è minore del raggio , o SV minore di SL , per la ſomiglianza de' triangoli LFN, SVL, nei quali LF : LN : : SL : SV . Così l' aberrazione in longitudine , che dipende dal moto BG o NL della terra perpendicolarmente al raggio condotto verſo la ſtella , è proporzionale al ſeno della diſtanza dal punto , in cui eſſa è nulla , cioè dal punto H della quadratura . Per la ſteſſa ragione l' aberrazione in latitudine dipende dal moto della terra nella direzione perpendicolare a quella del piccolo moto FN, ed è proporzionale al ſeno della diſtanza GL o alla linea LV, perchè negli ſteſſi triangoli LFN , LVS ſi ha LF : FN : : SL : LV.

791. Se queſta ſtella foſſe nel polo dell' ecclittica , la ſi vedrebbe ſempre per 20" avanzata verſo la parte per cui tende la terra ; e perciò mentre la terra deſcrive un cerchio , ſi vedrebbe pure la ſtella a deſcriverne uno; il che fu oſſervato dal Sig. Bradley nella γ del Dragone.

Se la ſtella ſia più vicina al piano dell' ecclittica , e ſi veda obliquamente , l' effetto dell' aberrazione perpendicolarmente al piano dell' ecclittica ſarà minore in ragione del ſeno della obliquità (789) ; ma reſterà l' iſteſſo ſe ſi conſideri in ſenſo paralello all' ecclittica , e così il cerchio diverrà un' elliſſe come LAK (*fig.* 98) . L' aſſe maggiore LK

para-

paralello all' ecclittica ſarà ſempre di 40", perchè quando la ſtella è in congiunzione o in oppoſizione, l'aberrazione è ſempre di 20", o ſia che la ſtella abbia o non abbia latitudine, per eſſere la ſtrada BG (*fig.* 96) della terra ſempre perpendicolare al raggio della ſtella; ma l'aſſe minore AF ſarà più piccolo in ragione del ſeno di latitudine.

Il punto L ch'è il più alla ſiniſtra o all'occidente, è il luogo, in cui ſi vede la ſtella in oppoſizione, il punto K quello della congiunzione. Il punto A ſe la ſtella è auſtrale, o F ſe boreale, cioè il punto dell' elliſſi, ch' è più vicino all'ecclittica, indica il luogo apparente della ſtella tre meſi dopo la congiunzione. Eſſendo l'aberrazione in longitudine come il coſeno dell' elongazione della ſtella nel cerchio circoſcritto all' elliſſe, e che colla ſua inclinazione forma l' elliſſe, ſe ſi nota in K il luogo del ſole, ch' è uguale alla longitudine della ſtella, e ſe ſi divide il cerchio circoſcritto in 360°, le perpendicolari calate da ciaſchedun grado di longitudine ſull' aſſe maggiore LEK noteranno ſull' elliſſi tutti i punti, nei quali la ſtella dovrà vederſi negli ſteſſi tempi; e per queſto ho notati ſull' elliſſi ALFK i luoghi d' *arturo* per il primo di ciaſchedun meſe.

792. Arturo ſi trova ſull' eſtremità occidentale dell' aſſe maggiore della ſua elliſſi a dritta li 13 Ottobre giorno di ſua congiunzione; e ſulla eſtremità inferiore o meridionale F dell'aſſe minore gli 11 Gennajo, giorno della prima quadratura. L' elliſſe d' arturo riſpetto alla linea orizzontale AB, che ſuppongo paralella all' equatore, è inclinata quanto è l' angolo di poſizione (318): baſtarebbe calare delle perpendicolari ſopra AB, per vedere in diverſi tempi dell' anno l' aberrazione in aſcenſion retta e in declinazione. In queſta ſteſſa elliſſi ſi ſcorge l' effetto della parallaſſe (763), che farebbe comparire la ſtella ſugli ſteſſi punti dell' elliſſi tre meſi più preſto, di quello che ſucceda per l' aberrazione, ſuppoſta la maſſima parallaſſe di 20" come l' aberrazione; le ſituazioni che ſi avrebbero per la parallaſſi annua quattro volte all'anno, le ho ſegnate dentro all'elliſſi.

793. L' aberrazione in longitudine, che in queſta figura ſi miſurerebbe ſul paralello della ſtella, ſuppoſta EL di 20', ſi deve ridurre all' ecclittica per gli uſi aſtronomici, biſogna cioè dividerla per il coſeno della latitudine della ſtella (531); e quindi ne avviene, che l' aberrazione aſſoluta, ch' è ſempre di 20" di cerchio maſſimo, ſe ſi prenda nella regione d' una ſtella, diviene grandiſſima per le ſtelle vicine al polo, miſurandola ſull' equatore, o avendo riguardo al cangiamento, che ne naſce nell'aſcenſione retta: ho publicate delle tavole d' aberrazione per moltiſſime ſtelle in diverſi volumi della *Connoiſſ. des temps*.

Della Nutazione.

794. La *nutazione*, o *deviazione* è un moto apparente di 9" oſſervato nelle fiſſe, il di cui periodo ſi compie in 18 anni, prodotto dall' attrazione della luna ſulla ſferoide terreſtre. Nel libro XII. ſi vedrà, che

la

la preceſſione degli equinozj, di 50″ all'anno, è prodotta dall' azione del ſole e della luna ſulla parte che ſi concepiſce elevata nella ſferoide (1064). L' azione ſola della luna ne produce almeno 36 di que' 50″; ma la luna non può produrre queſti 36″ di preceſſione uniformemente, poichè i ſuoi nodi cangiano perpetuamente ſito, e perchè la ſua inclinazione riſpetto all' equatore, da cui il ſuo effetto ne naſce, ſi cangia di dieci gradi; ne deve naſcere una diſuguaglianza non ſolamente nella preceſſione annua degli equinozj in diverſi anni, ma ancora una nutazione nell' aſſe della terra. Per cauſa di queſta nutazione le ſtelle ci devono comparire ora avvicinarſi ed ora allontanarſi dall' equatore, poichè l'equatore corriſponde a diverſe ſtelle.

Non vediamo che Flamſtedio abbia ſperato verſo il 1690 di determinare, per mezzo delle ſtelle vicine al zenit, la quantità di queſta nutazione, che dovea naſcere dalla Teoria di Newton; ma egli laſciò queſto punto, perchè, diceva, ſe queſto effetto eſiſte, deve eſſere inſenſibile, finchè non ſi abbiano iſtrumenti maggiori di 7 piedi, più ſodi e meglio piantati de' miei (*Hiſt. cél. tom. III. pag.* 113).

Horrebovv porta un paſſo formale tratto dai manoſcritti di Romero, dal quale ſi vede, ch' eſſo pure ſoſpettava una nutazione nell' aſſe della terra, e che ſperava di trovarne la Teoria (*Baſis Aſtronomiæ* 1733 *pag.* 66).

Queſte idee della nutazione doveano preſentarſi a chiunque vedeva nelle ſtelle un cangiamento di declinazione; e abbiamo viſto che i primi ſoſpetti di tale nutazione in Bradley nacquero dal vedere la γ del Dragone più o meno vicina al polo (778); ma la ſerie delle ſue oſſervazioni l' obbligò a indagare un' altra cauſa per le variazioni annue; e non riconobbe queſto ſecondo moto che dopo alcuni anni.

795. Per meglio ſpiegare queſta ſeconda ſcoperta di Bradley, biſogna tornare a quel tempo, in cui ſcoperſe l' aberrazione. Vide nel 1728, che il cangiamento annuo di declinazione nelle ſtelle vicine al coluro degli equinozj era alquanto maggiore di quello che doveva eſſere per la preceſſione ſuppoſta di 50″, e calcolata al modo comune; ſenza che queſta differenza poteſſe aſcriverſi all' iſtrumento, perchè nelle ſtelle vicine al coluro dei ſolſtizj queſta differenza non ſi ſcorgeva.

In genere nelle ſtelle vicine al coluro degli equinozj erafi oſſervato un cangiamento di declinazione di circa 2″ di più di quello che ſi avrebbe avuto per la preceſſione media notiſſima; e nelle ſtelle vicine al coluro dei ſolſtizj uno minore di quello che avrebbe dovuto eſſere. *Ma*, aggiunge Bradley, *o ſia che queſte piccole diverſità naſcano da una cauſa regolare, o da alcuni cangiamenti del ſettore, io non ſono ancora in caſo di determinarle*. Il Sig. Bradley però fu anſioſiſſimo per determinare il loro periodo e la legge; rimaſe quaſi ſempre a Wanſted fino al 1732, in cui fu obbligato di portarſi a Oxford a rimpiazzare il poſto di Halley; ſeguì con la ſteſſa eſattezza ad oſſervare tutte le circoſtanze dei cangiamenti di declinazione in un gran numero di ſtelle. In ciaſchedun anno vedeva riſtabilirſi i periodi dell' aberrazione ſecondo le regole che abbiamo

ſpie-

ſpiegate ; ma v' era un' altra differenza fra un anno e l' altro ; le ſtelle poſte fra l' equinozio di primavera ed il ſolſtizio d' inverno ſi trovavano più vicine al polo boreale , e le ſtelle oppoſte ſe n' erano diſcoſtate ; cominciò a ſoſpettare che dall' azione della luna ſopra l' equatore , o la parte elevata della terra , poteſſe naſcere nell' aſſe della terra una qualche variazione ; giacchè il ſuo ſettore rimaneva ancora piantato a Wanſted , ſeguitò a portarſi colà per oſſervare , e nel 1747 pronunziò ſulla cauſa di tale fenomeno , e noi toſto renderemo conto di queſta ſcoperta ſeguendo lo ſteſſo Bradley (*Phil. tranſ. Janv.* 1748).

796. Nel 1727 il nodo aſcendente della luna concorreva con l' equinozio di primavera , in guiſa che nella maſſima ſua latitudine la luna ſi allontanava dall' equatore per 28° $\frac{1}{2}$; nel 1736 trovandoſi il nodo della luna nell' equinozio d' autunno , non poteva la luna ſcoſtarſi dall' equatore per più di 18° $\frac{1}{2}$; in guiſa che l' orbita della luna nel 1727 era più diſcoſta dall' equatore di 10° che nel 1736 , ciò che rendeva più ſenſibile la di lei attrazione ſull' equatore .

Bradley nel 1727 per via del cangiamento di declinazione nelle ſtelle vicine al coluro degli equinozj , oſſervò , che la preceſſione ſembrava maggiore della media (795) , e nonnoſtante le ſtelle vicine al coluro dei ſolſtizj ſembravano muoverſi in modo contrario agli effetti di queſto accreſcimento ; le ſtelle oppoſte in aſcenſione n' erano affette nello ſteſſo modo . Nella γ del dragone e nella 35 della giraffa s' era ſcorto il medeſimo cangiamento in declinazione , nell' una verſo il nord , nell' altra verſo il ſud ; e tutto ciò s' accordava perfettamente con una nutazione dell' aſſe terreſtre , da cui deve evidentemente produrſi una eguale differenza nelle ſtelle oppoſte in aſcenſione retta .

Nel 1732 eſſendoſi portato il nodo della luna con moto retrogrado fino al ſolſtizio d' inverno , le ſtelle ſituate preſſo il coluro degli equinozj ſembrarono ſoggette a un cangiamento di declinazione corriſpondente alla preceſſione di 50″. Negli anni ſeguenti queſto cangiamento ſi diminuì fino al 1736 , in cui il nodo aſcendente pervenne all' equinozio d' autunno .

Le ſtelle vicine al coluro de' ſolſtizj cangiarono la loro declinazione dal 1727 fino al 1736 , di 18″ meno di quel che voglia la preceſſione di 50″; in guiſa che il polo del mondo o l' aſſe della terra fu ſoggetto a una nutazione di 18″ durante una ſemirevoluzione dei nodi della luna . Nel 1745 , a capo cioè di 18 anni , eſſendo ritornati i nodi al primiero loro ſito, le ſtelle ſi videro ai medeſimi punti, conſiderata la preceſſione degli equinozj: ſi ſcoperſero gli ſteſſi fenomeni del 1727 , e il Sig. Bradley non ebbe più dubbio che la vera cauſa non dipendeſſe dalla nutazione dell' aſſe terreſtre .

797. Il Sig. Machin Segretario della Società Reale , cui avea ſpedite le ſue congetture , s' accorſe ben preſto che per iſpiegare la nutazione e il cangiamento della preceſſione , baſtava ſupporre che il polo della terra

deſcriveſſe un picciolo cerchio, come l'avea ſuppoſto Ticone per l' orbita della luna. Fiſſando il diametro di eſſo cerchio di 18", e che dal polo foſſe deſcritto nello ſpazio della rivoluzione dei nodi lunari, come trovò Bradley, il Sig. Machin ſpiegava ad un tempo il cangiamento della preceſſione annua, come eraſi trovato nelle ſtelle vicine al coluro degli equinozj, e la nutazione parimenti dell' aſſe terreſtre dimoſtrata dalle ſtelle vicine al coluro de' ſolſtizj.

Per moſtrare il conſenſo della ſua teoria coi ſenomeni, il Bradley produce un gran numero d' oſſervazioni fatte dal 1727 fino al 1747 in diverſe ſtelle, ma ſpecialmente nella γ del dragone. Fra le 300 oſſervazioni fatte in detta ſtella, non ſe ne trovarono che undici, che ſi ſcoſtavano di 2' dalla media.

798. Sia E il polo dell' ecclittica (*fig.* 97), P il polo dell' equatore lontano dal primo per 23° $\frac{1}{2}$, e intorno al punto P un piccolo cerchio del raggio PB di 9". Invece del punto P, che è il luogo medio del polo, ſi ſuppoſe, che il vero polo deſcriva un cerchio ABCD, e che ſi trovi in A, quando il nodo della luna è ſul coluro degli equinozj PΥ, e che ſeguiti a muoverſi da A in B come il nodo; di modo che quando il polo è in O, l' arco AO in gradi ſia eguale alla longitudine del nodo della luna; il luogo del polo vero ſarà ſempre più avanzato tre ſegni di più in aſcenſione retta ſul cerchio ABC di quello che ſia il nodo della luna ſull' ecclittica, e il polo ſarà in D quando il nodo in ☊. Poichè il polo retrocede da A in B, egli deve avvicinarſi alle ſtelle che ſono nel coluro PBΥ degli equinozj; in guiſa che la preceſſione comparirà maggiore, poichè produce nelle ſtelle, che ſono ſul coluro degli equinozj, un cangiamento di declinazione maggiore di 9" di quello che dovrebbe averſi, e ciò per lo ſpazio di 4 anni e 8 meſi conſumato dal nodo per paſſare dall'ariete al capricorno, e dal polo per paſſare da A in B; il polo nel tempo ſteſſo ſembrerà eſſerſi avvicinato alle ſtelle, che ſono preſſo il ſolſtizio d'inverno E. E queſte ſono infatti le circoſtanze oſſervate dal Bradley (796).

799. Il primo effetto generale e il più facile a vederſi della nutazione ſi è il cangiamento dell' obliquità dell' ecclittica; queſta s' accreſce di 9", quando il nodo aſcendente della luna ſi trova in ariete; poichè allora il polo è in A, e la diſtanza dei poli EA ſi fa di 9" maggiore di quando il nodo è in libra, ed il polo ſi trova in C. Queſta obliquità nel 1764 era di 23° 28' 15", nel 1755 23° 28' 5"; non ſolamente dunque non ſi è diminuita di 8" come dovea ſuccedere (758); ma ſi è accreſciuta di 10", ciò che dà 18" di più per l' effetto ſolo della nutazione, ch' è eguale ad AC.

Quando il polo della terra è giunto da A in O, l'obliquità dell'ecclittica è EO, o ſia EH, e la nutazione ſi trova eguale a PH; l' arco AO, o l'angolo APO, è uguale alla longitudine del nodo, e PH è il ſuo coſeno; ma PH = 9"ſin. OB, o pure 9"coſen. AO; dunque la nutazione PH = + 9"coſen. nodo, cioè 9" moltiplicati nel coſeno del-

della longitud. del nodo lunare . Quando il nodo della luna ſi trova nel ſecondo e terzo quadrante dell'ecclittica, queſta nutazione ſi deve ſottrarre dalla obliquità media o ſia uniforme , e aggiungere , quando ſi trova nel primo e quarto.

La nutazione cangia eziandio le longitudini , le aſcenſioni rette e le declinazioni degli aſtri; le ſole latitudini ne ſono eſenti; poichè il polo E dell'ecclittica è immobile nella teoria della nutazione: l'ipoteſi precedente è baſtevole a calcolare queſti cangiamenti ; perchè non ſi deve ſe non che prendere O per il polo dell'equatore , E O per il coluro degli equinozj invece di E P ; dal punto O conſiderato come polo del mondo , ſi deſcrive un arco O S verſo una ſtella S, e ſarà O S il complemento della di lei declinazione, l'angolo S E O complemento della longitudine , l'angolo S O E dell'aſcenſione retta, e l'arco S E della latitudine ; e queſta è la ſola quantità nel triangolo E S P , (che diviene il triangolo E S O) che non ſi cangia . Tutte queſte variazioni ſono facili a calcolarſi colla trigonom. ſferica , nota che ſia la poſizione del coluro E O riſpetto al coluro medio E P, che ſi dovrebbe conſiderare rimoſſa la nutazione.

LIBRO OTTAVO.

Della figura della terra.

800. Si è ſpiegato nel primo libro (39) il metodo, con cui ſi trovò la grandezza della terra; ma gli antichi erano poco certi delle loro miſure: ſecondo le miſure citate da Plinio, un grado terreſtre era di 100 ſtadj, e gli ſtadj di Plinio contenevano 91 $\frac{3}{4}$ toeſe (0, 96 migl. geog.) e il grado perciò di 66600 toeſe (69 migl. poco meno) altri lo facevano di 8999 (39). Secondo le miſure ordinate verſo l'anno 830 dal Califo Almamon, il grado ſi riduſſe a toeſe 47000. Fernelio nel 1550 lo trovò di 56746, Snellio nel 1617 di 55021. Norvvood nel 1635 di 57424, e Riccioli di 62900 toeſe. Tale era la noſtra incertezza: quando l' Accademia delle Scienze volle che ſi miſuraſſe un grado in mezzo della Francia. Sarebbe ſtato lungo e faticoſo il miſurare uno ſpazio di 25 leghe a toeſa per toeſa, febbene fu ciò praticato nell' America Settentrionale (*Phil. tranſ.* 1768).

Il Sig. Picard volle piuttoſto adoperare la trigonometria, e ſi contentò di miſurare eſattamente un tratto di due leghe da Ville-juive fino a Juviſy, ſtrada laſtricata e dritta, e trovò il reſtante per via di triangoli: dopo di che l' Accademia fece innalzare nei detti due luoghi due piramidi, gli aſſi delle quali ſono diſtanti tra loro 5717 toeſe, come l' abbiamo noi trovato nel 1756.

801. La toeſa, di cui ci ſiamo ſerviti, ſta in depoſito nel Gabinetro dell' Accademia, e ſe ne ſpedirono eſatti modelli per tutto il Regno, per ovviare qualunque difficoltà ſulla vera toeſa di Francia, come ce ne fu fino a queſto tempo, e come ve ne ſono anche in Inghilterra, dove non ſi ſono mai accordati ſulle miſure. La toeſa dell' Accademia è la più verificata di tutte le miſure del mondo, e la più celebre in tutti i colti paeſi. Io ho ſeguitato a dare nella *Connoiſſance des temps* per molti anni il paragone fra le miſure foraſtiere e la noſtra.

802. Il primo triangolo piantato dal Picard ſulla baſe di Ville-juive finiva alla Torre di Brie-comte-Robert; il ſecondo avea per baſe la diſtanza fra Ville-juive e Brie-comte-Robert, e terminava alla Torre di Montlhèry; con queſto ſecondo triangolo trovò la diſtanza fra Brie e Montlhèry di toeſe 13121 $\frac{1}{2}$. In tal modo giunſe fino alla torre di Noſtra-Dama d' Amiens, che è più ſettentrionale della facciata meridionale dell' oſſervatorio di toeſe 60390 (*Méridienne verif. pag.* 46 *e* 50); e di cui però la latitudine è maggiore di 1° 3' 9", da cui ſi ha il grado di toeſe 57069. La lega comunemente ſi è $\frac{1}{25}$ di queſto grado; onde eſſa contiene toeſe 2283, e la circonferenza della terra è di leghe 9000. Le leghe ma-

marine ſono di 20 al grado, o di toeſe 2853. Le ſi adoprano tali ſul mare, acciocchè 3 minuti, che ſono tre miglia marine d'Inghilterra e d' Italia, formino una lega marina di Francia, ed affinchè i navigatori d' ogni paeſe s' intendano più facilmente.

Della figura e ſchiacciamento della terra.

803. Supponendo la terra ſferica col grado di Picard ſi avrebbe potuto trovarne la grandezza, ma ſe non foſſe ſferica, li 360 gradi ſarebbero diverſi tra loro; per decidere queſto dubbio l' Accademia delle Scienze di Parigi nel 1683 pensò di far miſurare diverſi gradi in diverſe latitudini.

804. Non ſo chi ſia ſtato il primo a ſuſcitare queſta ricerca; ſolamente trovo, che il Picard nell' art. 4 della ſua miſura della terra pubblicata nel 1671 parla d'una congettura *ch' era già ſtata propoſta nell' Aſſemblea, che, poſto il moto della terra, i gravi doveano diſcendere con minor forza ſotto l' equatore che ſotto i poli*; e di più nota, che ſi vedrebbe da ciò una maggiore celerità nei penduli a ſecondi, dove la gravità foſſe maggiore, o minore la forza centrifuga. Aggiunge di più ancora, che ſecondo eſperienze fatteſi in Londra, Lyon, e Bologna in Italia, ſembra che i detti penduli debbano accorciarſi più che ſi accoſtano all' equatore, ma che non era pienamente informato di tali ſperienze, onde poterne cavare delle conſeguenze ſondate. Al contrario, ſoggiunge, che all' Haya, cioè in maggior latitudine di Londra, ſi trovò la ſteſſa lunghezza di pendulo che a Parigi.

805. Intanto nel 1671 ſu inviato il Sig. Richerio alla Cayenna (742), per oſſervare tra le altre coſe anche la lunghezza del pendulo. Nel capo X delle ſue oſſervazioni che pubblicò, parla eſpreſſamente ſulla lunghezza del pendulo, e la chiama una delle ſue più notabili oſſervazioni. *La ſteſſa miſura del pendulo a ſecondi notata nella Cayenna ſopra una verga di ferro, traſportataſi in Francia ſi trovò minore di quella di Parigi, ch' è di piedi 3 lin. 8 $\frac{3}{5}$, di linee 1 $\frac{1}{4}$; queſta oſſervazione è ſtata ripetuta in ogni ſettimana attentamente per lo ſpazio di dieci meſi. Le vibrazioni del pendulo ſemplice erano molto piccole, e ſi mantenevano molto ſenſibili fino a 52 min. di tempo, e ſi paragonavano con quelle d' un orologio eſattiſſimo a ſecondi* (*Recueil d' oſſervat. faites en pluſieurs voyag; in fol.* 1693). Il pendulo dell' orologio a ſecondi di Richerio eſattiſſimo a Parigi, ſi ritardava nella Cayenna di 2 min. in ciaſchedun giorno; ciocchè dimoſtrava eſſere minore la gravità della lente nella Cayenna, ove diſcendeva verſo terra con minore velocità (*Regiæ Scient. Acad. hiſtoria L. I.*).

806. Dopo queſta oſſervazione, ſi eſaminò la lunghezza del pendulo in diverſi paeſi, e ſi trovò come nella ſegu. Tavola in pollici, linee e centeſime di linea.

Sotto

poll. lin.

Sotto l' equat. all' altezza di 2434 toeſe (*Bougu. fig. de la ter. pag.* 342) — — — — — — — — — — 36. 6, 70
Sotto l'equat. all'alt. di 1466 toeſ. (*ibid.*) — — — — — 36. 6, 83
Sotto l'equat. al livello del mare (*ibid.*) — — — — — 36. 7, 07
In Portobello-latit. 9° 34′ (*ibid.*) — — — — — — — 36. 7, 16
Petit Goave-nell' Iſola di S. Domingo 18° 27′ (*ibid.*) — — 36. 7, 33
Capo di B. Sper. - 33° 55′ (*Mem. Acad.* 1751 *p.* 438) — 36. 8, 07
Ginevra-46° 12′; Mallet col pendulo invariabile — — — — 36. 8, 17
Parigi-48° 50′ (*Mem. Acad.* 1735) de Mairan — — — — 36. 8, 52
Bouguer dopo fatte le riduzioni — — — — — — — — 36. 8, 67
Leyde-52° 9′ — Luloſs — — — — — — — — — 36. 8, 71
Pietroburgo- 59° 56′ — Mallet — — — — — — — — 36. 8, 97
Pello-66° 48′ — Maupertuis (*fig. de la terre p.* 180) — — 36. 9, 17
Ponoi in Lapponia 67° 4′ — Mallet — — — — — — — 36. 9, 17

807. Così la prima ſperienza che dimoſtrò il moto della terra intorno all' aſſe fu quella del pendulo nel 1672. Huygens allora ſoſpettò, che per la forza centrifuga rendendoſi la gravità de' corpi minore ſotto l'equatore che a Parigi (1011), poteva naſcere, che le parti della terra foſſero ivi più elevate e più lontane dal centro, e che la figura della terra ſarebbe perciò ſferoidea ſchiacciata ai poli; e per crederla così ſi trovava una gran ragione nello ſchiacciamento di giove oſſervato già dal Sig. Caſſini prima del 1666, come lo diſſe lui ſteſſo (*Mem. Acad.* 1701 *p.* 180).

808. Oſſerviamo adeſſo come gli aſtronomi ſe ne aſſicurarono per via dei gradi terreſtri in diverſe latitudini. Se la terra non è rotonda, i gradi devono eſſere diverſi da quei d' un globo. Sia EPQO (*fig.* 100) la circonferenza compreſſa della terra; EDFQ quella d' un cerchio circoſcritto dello ſteſſo diametro ECQ; preſo un arco DF in eſſo eguale a un grado, anche l'angolo DCF ſarà d'un grado; ma l' arco terreſtre GH non deve dirſi un grado, quantunque determinato dalle linee DC, FC comprendenti nel centro C un angolo d'un grado.

809. Suppongo prima noto, come un principio d'idroſtatica, dimoſtrato dalla ſperienza e dalla ragione, che la gravità agiſce ſempre perpendicolarmente alla ſuperficie della terra, qualunque ſiane la figura. Dai livelli d' aria o d' acqua, o fatti col filo a piombo, ſi ha ſempre lo ſteſſo riſultato nelli livellamenti, con che ſi prova che il filo a piombo è eſattamente perpendicolare alla ſuperficie dell' acqua, che ha la ſteſſa figura colla terra. Le acque del mare ſono ſempre ſtate neceſſariamente diſpoſte perpendicolarmente alla direzione della gravità; perchè ſe in qualche momento non lo foſſero ſtate, ſarebbero ſcorſe verſo quella parte, a cui tendeva la gravità, per metterſi in equilibrio, il quale non può darſi ſe non nel caſo della gravità eſattamente perpendicolare alla ſuperficie dell' acqua, ſenza alcuna azione laterale.

810. Dunque il filo a piombo, che nota la linea verticale, è perpendicolare alla ſupetficie della tetra; e ſe un oſſervatore in P (*fig.* 101)

per

per ef. a Parigi, vede una ſtella come la Chiara di Perſeo, che paſſando per il meridiano, paſſa anche per il zenit, la vedrà ſulla linea BPZ, perpendicolare alla ſuperficie terreſtre, che non va al centro C ſe non quando foſſe perfettamente sferica. Un altro oſſervatore in A, per ef. in Amiens, vede la ſtella ſulla AS paralella a PZ per la gran diſtanza delle ſtelle; ed eſſa gli comparirà diſcoſta dalla verticale XAB quanto è l' angolo SAX. Se troviſi eſattamente che la Chiara di Perſeo paſſa in diſtanza d' un grado dal zenit d' Amiens, ne ſeguirebbe, che l' angolo SAX ſarebbe d' un grado, e d' un grado pure l' angolo PBA ch' è uguale ad SAX; e ſi direbbe che l' arco terreſtre PA è d' un grado; da cui ne naſce la definizione che ſegue.

811. *Il grado della ſferoide terreſtre* (qualunque ſiane la figura) *è uguale allo ſpazio che ſi deve camminare ſulla terra, finchè la verticale cangi d' un grado*. Così li gradi reſtano miſurati dagli angoli, che hanno il loro vertice non nel centro C della terra, ma dove concorrono le verticali ZPB, XAB perpendicolari alla ſuperficie.

812. Da queſta definizione ſegue, che i gradi devono eſſere maggiori dove la terra è più compreſſa. E infatti quanto è più conveſſo un arco PA (*fig.* 102) tanto ſarà più corto reſtando l' angolo F ſempre d' un grado. Così poſta DG paralella alla AF, l' arco PD più conveſſo di PA è minore di eſſo PA, quantunqne abbia la ſteſſa amplitudine, cioè d' un grado PGD, eguale a PFA. Nell' elliſſi e nelle curve ad eſſa ſimili, la curvatura è maggiore all' eſtremità dell' aſſe maggiore, e minore a quelle del minore; ſe dunque la terra è ſchiacciata ai poli, il grado conterrà maggior numero di pertiche quanto più ſarà vicino ai poli ſteſſi.

813. Per decidere ſulla figura della terra, l' Accademia d' ordine del Re nel 1683 continuò la meridiana da Parigi al nord e al ſud, dall' Oceano fino al mediterraneo. Il Sig. Caſſini unito ai Signori Sedileau, Chazelles, Varin, Deshaies e Pernim s' inviò al ſud; il Sig. de la Hire con i Sigg. Potenot e le Fevre al nord, e ſi avanzavano nel loro lavoro, quando all' improvviſo reſtò interrotto per la morte del gran Colbert accaduta li 6 Settembre 1683.

814. Non fu ricominciato queſto lavoro ſe non nel 1700, ma ſulla diverſità dei gradi s' ebbe a diſputare fino al 1733, perchè non s' eſtendevano oltre i limiti della Francia, onde la differenza degli ſteſſi era piccoliſſima. Il Sig. de la Condamine eſpoſe, che ſi leverebbe ogni difficoltà miſurandoſi un grado preſſo l' equatore, e ſi eſibì lui ſteſſo per miſurarlo. Il Sig. Godin nel 1734 moſtrò i vantaggi, che ſi trarrebbero da queſto viaggio all' equatore; ed eſſo pure ſi eſibì d' andarvi col Sig. de Fouchy. Il Sig. de Maurepas Miniſtro di Stato l' eſpoſe al Re, e i Signori Godin, de la Condamine, Bouguer, infatti partirono nel Maggio del 1735. Dopo la partenza dei quali il Sig. de Maupertuis moſtrò allo ſteſſo Miniſtro che tale diſuguaglianza dei gradi, e la figura perciò della terra ſarebbeſi deciſa più ſicuramente miſurandone uno al nord nella maggiore diſtanza che ſi poteſſe dall' equatore; e per ordine del Re nel

1736

1736 partirono per la Svezia eſſo Sig. de Maupertuis, Clairaut ec. e giunſero a Torneo ſul fine dell' Inverno.

815. E nell' anno ſeguente 1737 il dì 13 Novembre il Sig. de Maupertuis nell' Aſſemblea publica dell' Accademia leſſe la relazione e il riſultato del ſuo viaggio e la publicò poi nel ſuo Libro *Figure de la Terre* ec. da cui ſi vede che trovò il grado del meridiano che taglia il cerchio polare di toeſe 57422, maggiore cioè del grado di Parigi di toeſe 353. Dal che reſtò dimoſtrato lo ſchiacciamento della terra ai poli.

816. L' impreſa al Perù non fu finita per le grandi difficoltà incontrate che nel 1747. Trovarono il primo grado del meridiano di toeſe 56750 (*Meſure de 3. prem. degrés du merid. dans l' hémiſphère Auſtral ec.* par M. de la Condamine). Onde ſi confermò di nuovo la diminuzione de' gradi verſo l'equatore, e la compreſſione della terra verſo i poli; come era dimoſtrata dalla diminuzione del pendulo (805), e dalla figura di giove. Ella è parimenti una conſeguenza del moto diurno della terra, e della forza centriſuga (1010).

817. Newton, e dopo lui Maclaurin e Clairaut nella Teoria della fig. della terra, dimoſtrarono, che, ſuppoſta la terra omogenea e fluida, dovea eſſere ellittica, e compreſſa di $\frac{1}{230}$; la differenza dei gradi ora deſcritti è più conſiderabile; ma molti altri gradi miſurati in Allemagna, in Italia, al Capo di B. Speranza e in America, moſtrano, che la compreſſione non è infatti più conſiderabile, anzi forſe minore, e il Sig. Boſcovich non la trova che di $\frac{1}{311}$, volendo conciliare inſieme i diverſi gradi, ſecondo le regole di probabilità.

818. Poſta la terra ellittica, e noti due gradi di qualunque latitudine, ſi può trovarne la compreſſione. Se i due gradi ſi ſuppongano N ed M, e i ſeni delle latitudini geografiche verſo il mezzo di eſſi gradi s e r, la compreſſione ſarà eſpreſſa dalla frazione $\frac{N-M}{3M(ss-rr)}$ (*Mem. Acad.* 1735). Se il grado M ſia miſurato ſotto l'equatore, ſarà $r = 0$, ed $\frac{N-M}{3Mss}$ la compreſſione che ſi cerca. Queſta eſpreſſione moſtra che nell' ipoteſi della terra ellittica gli accreſcimenti de' gradi ſono in circa come i quadrati dei ſeni di latitudine, perchè $N - M$ è proporzionale ad ss, giacchè la frazione $\frac{N-M}{3Mss}$ è coſtante.

Se preſoſi uno dei gradi M ſotto l' equatore, l' altro N troviſi eſattamente al polo, ſarà la compreſſione $\frac{N-M}{3M}$; così la differenza degli aſſi della terra non è ſe non la terza parte di quella dei gradi; per eſempio ſe i due gradi eſtremi hanno per differenza $\frac{1}{77}$, la differenza fra i diametri ſarà $\frac{1}{231}$.

819. Soſtituendo in queſta formula i gradi miſurati in Francia e al Perù, il Sig. de la Condamine trova la compreſſione della terra di $\frac{1}{304}$. Ma ſoſtituendovi il grado del nord, e quello del Perù la trova di $\frac{1}{210}$. Queſta differenza ci fa credere, che la terra non è d' una figura ellittica regolare; o pure che nella miſura de' gradi v' è corſo qual-

qualche errore, o che v'ha qualche altra cauſa, ſenza di cui avrebbeſi lo ſteſſo grado di compreſſione, per via di queſti due diverſi paragoni; il Sig. Boſcovich conchiude, che il grado del nord è un po troppo grande.

820. Trovato che ſi abbia il grado di compreſſione, è facile di calcolare l'angolo della verticale col raggio della terra in qualunque latitudine. Supponiamo il ſemiaſſe minore CP (*fig.* 101) $= 1$, il maggiore $= 1 + \beta$, la lettera β eſprime la frazione della compreſſione; il quadrato di $1 + \beta$ ſarà $1 + 2\beta$, perchè ſi può traſcurare β^2 per la piccolezza di β; ſia l'aſciſſa CM $= x$, ſarà la ſunnormale MK $= x \cdot \frac{1}{1+2\beta}$ per la proprietà dell'elliſſe $= x\,(1 - 2\beta)$ traſcurando ſimilmente i termini ſeguenti; dunque CK $= 2\beta x = 2\beta$ coſ. lat. La piccola perpendicolare KD calata ſopra CO $=$ CK. ſen. KCD $=$ CK ſen. latit. $= 2\beta$ coſen. latit. ſen. latit. $= \beta$ ſen. 2 latit. e il ſeno dell' angolo KOD $= \frac{DK}{DO}$, o $\frac{DK}{CO} = \beta$ ſen. 2 latit. Noi ſupponiamo OD ſenſibilmente eguale al ſemiaſſe minore, perchè non ne è diverſo che d'una quantità inſenſibile alla formula. Quindi è che ſi può calcolare la ſeconda colonna della Tavola ſeguente, o gli angoli COK formati dal raggio CO, e dalla verticale OK, perpendicolare alla ſuperficie, ſuppoſta la compreſſione di $\frac{1}{230}$.

821. Cogli ſteſſi principj dell' ipoteſi della terra ellittica ſi dimoſtra che gli eccefſi dei raggi della terra ſopra l'aſſe minore ſono come i quadrati dei ſeni di latitudine; per eſemp. che OA (*fig.* 100) : KM, come il quadrato del raggio al quadrato del ſeno dell'arco BL, ſuppoſta ſempre piccoliſſima la differenza dei gradi. E in fatti per la proprietà dell' elliſſi OA : KL :: CA : BL, o pure β : KL :: 1 : ſen. latit. Dunque KL $= \beta$ ſen. latit.; ma per li triangoli ſimili BKC, MKL, ſi ha KL : KM :: CK : BK, o pure β ſen. latit. : KM :: 1 : ſen. latit.; dunque KM $= \beta$ ſen. latit.^{2} cioè la differenza fra il raggio dell' equatore e il raggio CK d' una data latitudine, è uguale alla compreſſione moltiplicata nel quadrato del ſeno della latitudine. E ſu queſto principio ſono ſtati calcolati i numeri dell' aggiunta Tavola, che ſono gli accreſcimenti della parallaſſe della luna in diverſe latitudini, dipendenti dalla diverſità dei raggi CE, CP. Così la parallaſſe orizzontale della luna ſotto il polo, che ha per baſe CP, ſupponendoſi di 60' 0", o di 3600", ſi vede da queſta Tavola, che a 50° di latitudine biſogna aggiungervi 6" $\frac{1}{2}$ per avere la parallaſſe corriſpondente al raggio CG di queſta data latitudine; e l'angolo della verticale col raggio della terra in queſta ſteſſa latitudine è di 14' 44". Si adopera queſto angolo per correggere le diſtanze dal zenit oſſervate, e per ridurle al centro della terra.

Latit.	*Angoli della vertic.*		*accreſcimen. della paral.*	
0°	0'	0"	15"	8
10	5	6	15	3
20	9	36	13	9
30	12	58	11	8
40	14	44	9	2
42	14	52	8	7
44	14	58	8	2
46	14	58	7	6
48	14	52	7	0
50	14	44	6	5
55	14	4	5	2
60	12	58	4	0
65	11	26	2	8
70	9	36	1	9
80	5	6	0	5
90	0	0	0	0

822. Negli accreſcimenti dei gradi dall' equatore al polo ſi ſono ſcorte alcune irregolarità procedenti piuttoſto da circoſtanze locali, che da irregolarità nella terra: il grado per eſ. miſurato in Italia è minore, e il grado al Capo maggiore che non dovrebbero eſſere ſecondo la legge ſtabilita dei tre gradi ſotto l'equatore, in Francia e ſotto il cerchio polare; ma una parte di tale differenza può eſſere prodotta dall' attrazione laterale delle montagne ſopra il filo a piombo. Secondo le oſſervazioni eſatte delli Sigg. Bouguer e de la Condamine nel 1737 al Perù preſſo il monte Chimboraco, il filo a piombo era ſviato per 8 dalla gran mo-

le di queſto monte . Simili effetti ſi ſono viſti ſui pirenei , ſulle alpi e nell' apennino.

823. Poſta la figura della terra ellittica , un diametro della quale ſia di toeſe 6562024 , (migl. 6850) o leghe 2874 $\frac{2}{5}$, e l' altro di toeſe 6525376 , (migl. 6811 $\frac{1}{2}$) o leghe 2858 $\frac{2}{5}$, il ſuo volume o ſolidità ſarà di leghe cubiche 12366044000 , la ſuperficie di leghe quadrate 25858089 ; dal che facilmente ſi trova la ſuperficie di ciaſcheduna zona (139).

Per dare un' idea della maſſa o del peſo totale della terra , ſupponiamola interiormente compoſta d' una materia appreſſo a poco analoga alla argilla , un di cui piede cubico peſa circa 140 libre ; una toeſa cubica peſerà 30240 libre , una lega cubica 359775200000000 , e il peſo di tutta la terra ſarà di libre 4448994000000000000000000 . Se ſi voleſſe ſapere il numero dei granelli di ſabbia contenuti in queſta maſſa , ſupponendo il diametro di ciaſcheduno di $\frac{1}{20}$ di linea , ſi troverebbe il numero di eſſi 75912120000000000000000000000000000 .

824. L' abbaſſamento del livello vero riſpetto all' apparente è l' effetto il più noto della curvatura terreſtre . Se A H (*fig.* 92) è l' orizzontale , e ſiavi in diſtanza di A O un monte O H , dal punto A non ſi vedrà ſe non il vertice H del monte ſulla orizzontale A H , ed O H è l' abbaſſamento del livello vero O riſpetto al livello apparente H . E' facile di calcolare O H , o C H , poichè è noto il raggio della terra C A , e l' arco A O , cioè l' angolo A C O . Queſta curvatura O H in 1050 toeſe è d' un piede , o pure più facilmente per ricordarſelo , d' un braccio per una lega (piedi 3 , poll. 8 per 2000 toeſe) ma ella s' accreſce come i quadrati delle diſtanze (988) ; dunque per 4000 toeſe ella è di piedi 14 , poll. 8. E queſto è ciò che determina la diſtanza dell' orizzonte ſenſibile (12) almeno ſul mare aperto ; perchè ſe l' oſſervatore è in H , la linea H A va a toccare il mare ſul confine dell' orizzonte ſenſibile , e ſi cangia in ragione dell' altezza O H .

LIBRO NONO.

Dei ſatelliti di giove e di ſaturno.

I ſatelliti di giove ſono quattro piccoli pianeti, che li girano intorno, come lo moſtrammo nella fig. 42. Galileo li chiamò *Medicea ſydera*; Evelio *circulatores jovis*, *jovis comites*; di eſſi ſe ne ſervono continuamente gli aſtronomi per determinare le differenze di longitudine in diverſi paeſi della terra (54); per il che era molto importante d' avere una teoria ſicura dei loro moti, per cui molti aſtronomi grandemente s' affaticarono.

825. Furono eſſi ſcoperti da Galileo li 7 Gennajo 1610, poco dopo la ſcoperta dei teleſcopj; Simone Mario pretende d' averli veduti nel Novembre precedente. Gaſſendo atteſta nella vita del Sig. de Peireſc, che il medeſimo fu uno dei primi dopo Galileo e il P. Reineri, che unitamente col Morino lavorò per ridurre in Tavole i moti dei ſatelliti. Ma tavole alquanto eſatte non ſi ebbero che nel 1668, e queſte del Sig. Caſſini. Quelle che oggidì adoperiamo per l' eccliſſi degli ſteſſi ſatelliti ſono del Sig. Wargentin; egli ne avea data la prima edizione nelle Mem. di Upſal nel 1746, e le nuove di lui tavole le ho pubblicate nella mia *Aſtronomia*.

826. La prima coſa da farſi per coſtruire queſte tavole, è di determinare i tempi delle rivoluzioni; il che ſi potrebbe ottenere coll' oſſervare molte volte il momento, in cui ciaſchedun ſatellite ſi trova in congiunzione viſto dalla terra, purchè ſia la ſteſſa con quella che ſi vedrebbe dal ſole; biſogna dunque ſcegliere quelle congiunzioni, che ſuccedono, quando giove è in oppoſizione; perchè allora ſe il ſatellite paſſa ſopra o ſotto al diſco di giove, il momento in cui corriſponde al centro di giove, è quello ſteſſo della congiunzione tanto per il ſole quanto per la terra. Le quali congiunzioni viſte dal ſole ſi ottengono più facilmente coll' eccliſſi; perchè quando un ſatellite ſi trova in mezzo all' ombra di giove, è chiaro eſſere il ſatellite in congiunzione con giove, poichè ſi trova ſulla ſteſſa linea condotta dal ſole a giove. L' intervallo da una eccliſſe all' altra ſarà la durata d' una *rivoluzione ſinodica* (557); cioè d' una rivoluzione riſpetto al ſole: e queſte ſono le ſole rivoluzioni, delle quali quaſi unicamente ſi fa uſo. Per compenſar meglio le diſuguaglianze dei ſatelliti, quelle di giove e gli errori inevitabili nelle oſſervazioni, ſi ſogliono paragonare fra loro congiunzioni lontaniſſime una dall' altra; queſte rivoluzioni calcolate colla maggior attenzione ſi troveranno all' art. 860, quali il Sig. Wargentin le ha dedotte dalle più recenti oſſervazioni.

827. La *rivoluzione periodica* è il ritorno d' un ſatellite allo ſteſſo punto della ſua orbita, o allo ſteſſo punto di Cielo viſto da giove, dopo percorſi 360°; queſta è un po più breve della ſinodica, com' è chiaro. Noi non parleremo che delle ſinodiche, le ſole che ſi poſſono oſſervare immediatamente e dalle quali dipendono le eccliſſi, ſola coſa, che oggi

ſi noti. Nonnoſtante ſi troveranno nella tavola degli elementi (860) le rivoluzioni periodiche dei quattro ſatelliti riſpetto agli equinozj ; per cavare le rivoluzioni periodiche dalle ſinodiche oſſervate, ſi adoprerà queſt' analogia; 360°, più il moto di giove durante una rivoluzione ſinodica, ſono alla durata di queſta rivoluzione ſinodica oſſervata, come ſoli 360° alla durata della periodica.

828. Note le rivoluzioni dei ſatelliti, biſogna anche conoſcere le loro diſtanze dal centro di giove, miſurandole quando ſono nella maggior loro elongazione con un micrometro ; baſta anche di conoſcere la diſtanza d'un ſolo, perchè le altre facilmente ſi calcolano, per la ragione coſtante fra i quadrati dei tempi ed i cubi delle diſtanze (830).

Così ſi trovarono le diſtanze, o elongazioni, quali le ho deſcritte nella tavola (860). Quella del quarto ſatellite fu trovata dal Sig. Pound di 8′ 16″ con un micrometro applicato a un teleſcopio di 15 piedi ; e quella del terzo di 4′ 42″ con un teleſcopio di 123 piedi. Le due altre ſono ſtate calcolate e trovate di 2′ 56″ 47‴, ed 1′ 51″ 6‴ (Newton Lib. III.)

Eſſe diſtanze ſi eſprimono in ſemidiametri di giove e centeſime, il che rieſce più comodo. Nella Tavola (860) ſi troveranno quali furono determinate dal Caſſini ; per eſ: la diſtanza del primo ſatellite è di 5, 67, cioè 5 ſemid. di giove e 67 centeſime, o due terzi. Da queſte ſe ne conchiuderebbero facilmente le reali, perchè il ſemidiametro di giove è undici volte circa maggiore del terreſtre. Baſtarebbe dunque di moltiplicare le diſtanze date in ſemid. di giove per 11, per averle in terreſtri, o per 16132 per averle in leghe.

829. Il diametro di giove viſto dal centro del ſole nelle ſue medie diſtanze dal ſole, o dalla terra nelle diſtanze ſue medie dalla terra è di $37'' \frac{1}{4}$, e perciò il ſemidiametro $18'' \frac{5}{8}$. Moltiplicando queſta quantità per le diſtanze eſpreſſe in ſemidiametri di giove, ſi averanno queſte ſteſſe diſtanze in minuti e ſecondi, quali ſi oſſervano nelle diſtanze medie di giove dalla terra; ma poſſono accreſcerſi o diminuirſi d'un quinto per cauſa della diſtanza di giove maggiore o minore dalla terra. Le diſtanze dei ſatelliti in min. e ſec. poſſono ſervire per paragonare queſte diſtanze ſteſſe con quelle dei pianeti dal ſole ; vogliaſi per eſempio prendere la diſtanza di venere dal ſole per unità, o ſcala comune, e cerchiſi la diſtanza del quarto ſatellite dal centro di giove, ſi farà queſt' analogia: la diſtanza di venere dal ſole 723 (450) a quella di giove, come 1 a 7, 1903, diſtanza di giove dal ſole ; poi ſi dirà il raggio è al ſeno di 8′ 16″, elongazione del ſatellite, come 7, 1903 a 0, 01729 diſtanza del ſatellite eſpreſſa in parti di quella di venere : in queſto modo ne faremo uſo all'art. 1020.

830. Paragonando le diſtanze dei ſatelliti colle rivoluzioni loro periodiche, vi ſi vedrà ben preſto la legge di Keplero (469), come nei pianeti. In fatti preſi i quadrati di giorni 1 18ʰ 28′ e di giorni 16 16ʰ 32′, o più eſattamente i tempi periodici del primo e quarto ſatellite riſpetto

alle

alle ſiſſe, e preſi parimenti li cubi delle loro diſtanze 5, 67; e 25, 30 ſi averanno (ritenute le prime ſole cifre) i numeri 6642, 5775, 1820, 1619, che ſono veramente in proporzione.

831. Se ſi aggiungano ſucceſſivamente le rivoluzioni dei ſatelliti, fino a tanto che formino de' numeri ſimili, ſi trovano in circa i ſeguenti periodi

247	rivoluzioni del I	danno giorni	437	3^h	44′
123	— — — del II	— — —	437	3	42
61	— — — del III	— — —	437	3	36
26	— — — del IV	— — —	435	14	16

832. Così dopo lo ſpazio di giorni 437, li tre primi ſatelliti, ritornano alla medeſima ſituazione fra loro, dentro un errore di 8′. Queſto periodo ci ſervirà quando parleremo delle reciproche attrazioni de' ſatelliti (845), e delle diſuguaglianze che ne naſcono, ſpezialmente nei tre primi.

Ineguaglianze de' ſatelliti.

833. La maſſima ineguaglianza nella rivoluzione dei ſatelliti riſpetto al diſco di giove è quella che naſce dalla parallaſſe annua (441); ſia S il ſole (*fig.* 103), I il centro di giove, B un ſatellite in congiunzione ſulla linea dei centri, o ſull'aſſe dell'ombra, T il luogo della terra, T I G il raggio condotto dalla terra per il centro di giove, l'angolo T I S eguale all'angolo B I G, è la parallaſſi annua di giove, che può creſcere fino ai 12°, e allora biſogna che il ſatellite cammini da B in G, e percorra 12° della ſua orbita, per moſtrarſi a noi in congiunzione ſulla linea T I G, quantunque la vera ſua congiunzione ſia ſeguita in B; queſti 12° fanno 1^h 25′ per il primo ſatellite; 2^h 50′, 5^h 44′, e 13^h 24′ per gli altri. Ma non ſi ſcorge queſta ineguaglianza nei ſatelliti, quando ſi fa uſo delle eccliſſi, per conoſcere la rivoluzione.

834. Paſſiamo alle ineguaglianze riſpetto alla linea de' centri S I B, e che alterano il ritorno dei ſatelliti alle loro congiunzioni, e gl'intervalli delle eccliſſi. Nel cercare i periodi (826), abbiamo ſuppoſto preſo un intervallo di tempo aſſai lontano, affinchè le ineguaglità ſi poteſſero compenſare; ſe nella ricerca delle rivoluzioni e de' moti medj non ſi prende ſe non che l'intervallo d'una ſola rivoluzione del ſatellite, il riſultato ſarebbe involto nelle inegualità di giove, e con quelle del ſatellite; ma ſe ſi paragonano inſieme delle oſſervazioni lontane quanto è uno, o molti periodi di giove, cioè 12 anni, 24 ec. ſi averà eſattamente il moto medio, non conſiderata l'ineguaglianza dei ritorni. Queſte equazioni poi ſi conoſcono col paragonare inſieme gl'intervalli particolari delle eccliſſi, intervalli, che non ſi diverſificano ſe non in ragione delle inegualità, delle quali trattiamo.

835. La maſſima ineguaglianza nel ritorno delle congiunzioni e delle ec-

eccliſſi naſce dall' ineguaglianza nel moto di giove ; perchè la differenza fra il ritorno d' una congiunzione e una rivoluzione periodica completa del ſatellite dipende dal moto di giove viſto dal ſole , in quello ſpazio di tempo, o per quell' arco, che il ſatellite ha da percorrere per tornare alla ſua congiunzione col ſole ; per l' irregolarità di tal moto ſoltanto l' eccliſſi non ritornano dentro ſpazj eguali di tempo . L' intervallo fra due eccliſſi è uguale a una rivoluzione del ſatellite , più il tempo che ſpende a raggiungere l' ombra di giove che ſi è avanzata , quanto lo ſteſſo giove , ma inegualmente ; dovendoſi poi l' equazione di giove di 5° 34′ ora aggiungere , ora ſottrarre ; la ſomma di tutti i piccoli intervalli , dei quali ciaſcheduna rivoluzione ſinodica eccede ciaſcheduna periodica , può produrre una differenza di 11° fra due oſſervazioni .

836. Sia A B P (*fig.* 104) l' orbita di giove , S il ſole , F il ſoco ſuperiore dell' elliſſe , intorno a cui il moto di giove è ſenſibilmente uniforme (495) ; ſuppongaſi un ſatellite , che dentro un periodo di giove compiſca un numero intiero di rivoluzioni periodiche ; e che giove ſia giunto alla quarta parte della ſua rivoluzione , cioè che l' angolo A F B , che eſprime l' anomalia media , ſia di 90° ; il ſatellite parimenti dovrà aver percorſo la quarta parte delle ſue rivoluzioni periodiche , che può compiere dentro un periodo di giove , e ſarà giunto al punto H che corriſponde in cielo allo ſteſſo punto con il luogo medio di giove ; ma il ſatellite arriverà in K , in congiunzione cioè con giove , e ne rimarrà eccliſſato , molto prima d' eſſere arrivato in H ; la differenza K H è miſura dell' angolo K B H eguale all' angolo F B S , ch' è l' equazione del centro di giove , cioè 5° 34′ ; il primo ſatellite conſuma 0^h 39′ 22″ a percorrere 5° 34′ della ſua orbita ; dunque l' eccliſſi che ſi oſſervano dovranno a capo di tre anni anticipare di 39′ 22″ ; e ſei meſi dopo , quando giove ſarà nella parte oppoſta della ſua orbita , ritarderanno dello ſteſſo tempo .

837. Per avere la quantità di queſta equazione in ciaſcuna orbita de' ſatelliti , ſi farà queſt' analogia : 360° ſono alla rivoluzione ſinodica , come 5° 34′ 1″ a un quarto , che ſi troverà 39′ 22″ ; 1^h 19′ 13″ ; 2^h 39′ 42″ ; e 6^h 12′ 59″ . Queſto è il fondamento della maſſima diſuguaglianza nelle congiunzioni ed eccliſſi dei ſatelliti .

L' ineguaglianza che dipende dalla eccentricità di giove , e che finora ho ſpiegata , fu la prima dal Caſſini impiegata nelle ſue Tavole per il calcolo delle eccliſſi ; ma egli toſto s' accorſe , che non era eſſa ſufficiente a ſpiegare tutte le differenze che ſi oſſervano fra i ritorni di queſte eccliſſi . Adoperò ſul principio nelle ſue effemeridi certe equazioni empiriche , cioè indicategli dalle oſſervazioni , ſenza vederne le leggi e i principj ; e noi ne adoperiamo ancora di ſimili (846) .

838. La prima ineguaglianza , di cui ſi conoſce la vera cauſa , è quella che naſce dalla ſucceſſiva propagazione della luce . Sia S (*fig.* 104) il ſole , A B P l' orbita di giove , T V R l' orbita della terra , il di cui diametro T R eguaglia 69 millioni di leghe ; la luce , che ci reflette giove , è un corpo , la di cui impreſſione deve giungerci all' occhio , per far-

farci vedere giove, e i ſatelliti; e giacchè la di lui velocità non può eſſere infinita, ſpende qualche tempo per arrivare da T in R; così quando la terra è in T, e giove in oppoſizione, la di lui luce ci giunge più preſto, che quando la terra è in R, e giove vicino alla congiunzione; e infatti ſi oſſerva che l'eccliſſi dei ſatelliti naſcono un quarto d'ora circa più tardi poſta la terra in R, che poſta in T.

839. Leggiamo nella Storia dell' Academ. che il Caſſini li 22 Agoſto 1675 pubblicò un piccolo ſcritto, in cui prenunziava le configurazioni de' ſatelliti, e in cui parlava ſulla ſucceſſiva propagazione della luce, ſu di cui Romero leſſe la ſua diſſertazione all' Accademia li 22 Novembre ſeguente, ed ecco le parole del Caſſini.

Il Sig. Romero ſpiegò molto ingegnoſamente una di queſte ineguaglianze da lui per molti anni oſſervate nel primo ſatellite, per mezzo della ſucceſſiva propagazione della luce, che impiega maggior tempo ad arrivare da giove in terra quando è più lontano, che quando è più vicino; ma non eſaminò ſe queſto iſteſſo ſi otterrebbe negli altri ſatelliti: mi è ſpeſſo accaduto, che avendo piantate l' epoche dei ſatelliti nelle oppoſizioni del ſole, nelle quali le ineguaglianze ſinodiche doveano ceſſare, e avendole paragonate fra loro per avere il moto medio, quando calcolavo ſopra queſt' epoche e ſopra queſto moto medio l' eccliſſi ſucceſſe in vicinanza dell' una e l' altra quadratura di giove col ſole, il moto medio calcolato al tempo di queſte quadrature, l'ho trovato diverſo d' un grado intero e un po più dal moto vero trovato immediatamente colle oſſervazioni; in guiſa che nei ſatelliti nelle quadrature v' era un grado incirca d' equazione da ſottraerſi, riſpetto al moto ſtabilito nelle oppoſizioni; dal che ſi poteva concludere che tale equazione ſarebbe doppia nelle congiunzioni.

840. Queſta Ineguaglianza era ſpecialmente ſenſibile nel primo ſatellite; ma colla ſcoperta dell' aberrazione (782) avendoſi dimoſtrata invincibilmente la ſucceſſiva propagazione della luce, s' è viſto chiaramente, che queſta equazione dovea eſſere comune ai 4 ſatelliti. Il Sig. Maraldi nel 1741 oſſervò, che le Tavole del terzo ſatellite s' erano molto avvicinate coll' oſſervazione per mezzo di queſta equazione, e il Sig. Wargentin nel 1746 ſi è aſſicurato di tale equazione della luce col paragone di molte oſſervazioni.

841. La velocità della luce, con cui ci arriva dal ſole è tale, che la terra nello ſteſſo tempo percorre nella ſua orbita un arco di 20' (787); ma lo percorre in 8' 7" $\frac{1}{3}$ di tempo incirca, dunque la luce per giungere dal ſole in terra ſpende 8' di tempo. Poſta la terra in R, e giove in A in congiunzione col ſole, la luce impiegherà 16' 15" di più per giungere fino a noi, che quando la terra è in T e giove in A oppoſto al ſole. E così l' eccliſſi dei ſatelliti ſuccederanno 16' 15" più tardi nelle congiunzioni, che nelle oppoſizioni, e a proporzione negli altri ſiti; queſto ſi è l' oggetto dell' equazione principale della luce.

842. Abbiamo finora ſuppoſto giove nelle ſue medie diſtanze; ma alle volte per cauſa della eccentricità della ſua orbita, ſi trova più o meno lon-

lontano dal ſole, e la differenza è qualche volta eguale alla metà di S R; in guiſa che quando giove in congiunzione o in oppoſizione ſi trova anche in afelio, v' hanno 4′ 5″ di più che quando in perielio; queſta piccola equazione della luce dipende dall' anomalia di giove.

843. La grande equazione prodotta dall' eccentricità di giove (835), e le due della luce producono delle diſuguaglianze in tutti i ſatelliti; ognuno per altro ha delle equazioni ſue particolari, dedotte dalle oſſervazioni: ſe ne ſono determinate le quantità, dentro alcuni minuti, ſenza ſaperne la cauſa a perfezione, e ciaſcheduna di queſte equazioni empiriche ſi applica a ciaſcheduno dei ſatelliti; cioè $3' \frac{1}{2}$ al primo, $16' \frac{1}{2}$ al ſecondo, 8′ al terzo, e 1^h 0′ al quarto.

844. La maniera di determinare queſte equazioni particolari di ciaſchedun ſatellite conſiſte unicamente nel paragonare molte oſſervazioni col calcolo delle Tavole, per cui s' impiegarono le ineguaglianze precedenti; perchè in queſto caſo la differenza fra il calcolo e l' oſſervazione forma l' equazione che ſi cerca; ripetuto che ſi abbia queſto paragone per molte volte, ſi può formare una Tavola della ineguaglianza, e notarne il periodo.

845. L' equazione del primo ſatellite tanto in più che in meno è di 3′ 30″ di tempo, che corriſponde a un mezzo grado dell' orbita. Il Sig. Bradley nel 1719 s' avvide che negli anni 1682, 1695, e 1718, cioè in ogni corſo circa di 12 anni le eccliſſi del primo ſatellite duravano incirca 2^h 20′, mentre nell' altro nodo nel 1677 e 1689 duravano ſoltanto 2^h 14′; ſembrava che queſta differenza provaſſe che nel primo caſo il moto del ſatellite foſſe più lento, e ſi rrovaſſe perciò il ſatellite ſteſſo in maggior diſtanza da giove, il che indicava una eccentricità nella ſua orbita; nonnoſtante il Bradley riguardava l' attrazione dei ſatelliti come la principale cagione di queſta ineguaglianza, e ne indicò il periodo di 437 giorni (*Pphiloſ. tranſ.* 1726). Il Sig. Wargentin determinò per via d' oſſervazioni la legge e la quantità di queſta equazione del primo ſatellite, e la inſerì nelle ſue prime tavole pubblicate nel 1746; il che contribuì a renderle eſattiſſime.

Dopo queſto tempo ſi vide, che tutte le ineguaglianze ſenſibili del primo ſatellite doveano ripeterſi dall' azione del ſecondo, ma che la più conſiderabile di tutte è infatti di $3' \frac{1}{2}$ di tempo, come trovò il Sig. Wargentin con un periodo di 437 giorni.

846. Il ſecondo ſatellite è ſoggetto più di tutti a grandi ineguaglianze; l' eccentricità della ſua orbita ne può aver qualche parte; nonnoſtante la ſola equazione di $16' \frac{1}{2}$, il di cui periodo è di 437 giorni e ore 20, e che ſembra dipendere dall' attrazione del primo e terzo ſatellite, s' avvicina molto all' oſſervazione. Primo fu il Sig. Bradley a indicare queſto periodo di 437 giorni, aſſicurando, che con eſſo ſi trovavano gli errori delle Tavole, che ritornavano appreſſo a poco collo ſteſſo ordine. Aggiun-

giunge per altro, che ſecondo le ultime oſſervazioni v'era indicata ancora qualche eccentricità in queſt'orbita.

Le ineguaglianze del terzo ſatellite ſono le meno note; ſembra eſſervene una dipendente dalla ſua eccentricità, e altre dall' attrazione del primo, ſecondo e quarto; tutte queſte rendono 8′ di tempo in più e in meno: ma ſi dividono in molte equazioni, i periodi delle quali ſono di giorni 437, di anni 12 $\frac{1}{2}$ e di 14 per accordarle colle oſſervazioni.

L'ineguaglianza del quarto ſatellite, che arriva fino a un' ora, dipende ſoltanto dalla eccentricità dell' orbità; nè le attrazioni degli altri vi ſono ſenſibili.

L' Accademia avendo propoſto, per mio conſiglio, queſta materia per ſoggetto del premio del 1766, il Sig. de la Grange preſentò una memoria intereſſante riguardo all' effetto di tutte queſte attrazioni, che ſi pubblicherà quanto prima nel IX volume del diſcorſi coronati dall' Accademia.

847. Le eccliſſi dei ſatelliti ſono sì importanti per la geografia, che ſtimo neceſſario ſvilupparne le principali circoſtanze. La prima coſa neceſſaria a ſaperſi è *il diametro dell' ombra di giove* in tempo, o ſia il tempo che impiega ciaſcun ſatellite a traverſare l'ombra di giove, quando vi paſſa per il centro.

La metà di queſto tempo, o il ſemidiametro dell' ombra ſi vede nell' anneſſa Tavoletta.

1	1h	7′	55″
2	1	25	40
3	1	47	0
4	2	23	0

848. Se l' orbite dei ſatelliti ſi trovaſſero ſempre nel piano dell' orbita di giove intorno al ſole, ciaſchedun ſatellite in ciaſcuna ſua rivoluzione reſterebbe eccliſſato, e la metà della durata in ogni eccliſſe ſarebbe la ſcritta ſopra nella tavola; ma eſſa non è ſempre uguale; nel terzo ſatellite ella è alcune volte di 1h 17′, alcune di 3h 34′. Parimenti il quarto ſatellite in certi tempi s'eccliſſava in ogni ſua rivoluzione, ma dopo alcuni anni non così. Dal che ſi giudicò che le loro orbite non ſono nel piano di quella di giove, e le loro inclinazioni ſi trovano ſoltanto per mezzo delle differenze del tempo impiegato nella durata dell' eccliſſi.

849. Biſogna qui ſpiegare, come l' inclinazione dell' orbite cagioni la diſuguaglianza nella durata dell' eccliſſi, e con qual legge ſi compiſca queſta durata. Quando un ſatellite traverſa il cono ombroſo paſſando per il centro, egli ſi trova eſattamente ſulla linea che uniſce i centri di giove e del ſole; così ſi trova nella ſezione comune della ſua orbita con quella di giove, perchè nello ſteſſo tempo ſi trova e nel piano della ſua orbita (da cui mai non ſi diparte) e in quello dell' orbita di giove, poichè la linea condotta dal ſole e da giove ſi trova ſempre nel piano di queſta orbita di giove; dunque trovandoſi anche giove nella ſteſſa comun ſezione, ſi può dire che giove è nel nodo del ſuo ſatellite; così quando giove ſi trova in quel grado di longitudine, a cui corriſponde il

nodo dell' orbita d' un ſatellite (viſto dal centro di giove), il ſatellite traverſa il centro dell' ombra, e la durata dell' eccliſſe è la maſſima.

850. Sia S O (*fig.* 105) la linea dei nodi, o la linea ſulla quale era giove, quando il piano dell' orbita del ſatellite era diretto verſo il ſole, e i ſatelliti traverſavano il centro dell'ombra. Supponiamo che giove ſiaſi avanzato da O in I con l' orbita intorno a ſe del ſatellite, queſta orbita ſarà ſempre paralella a ſe ſteſſa, poichè non v' è coſa che la diſturbi, e la linea dei nodi ſarà nella direzione A C N paralella alla S O. Così quando giove s' allontana dal nodo, la linea dell' ombra non reſta più nella comun ſezione delle orbite di giove e del ſatellite; dunque trovandoſi il ſatellite in oppoſizione al punto M, non ſarà nel piano dell'orbita di giove, nè ſulla linea dei centri, ma ſopra o ſotto.

851. Quando giove ſi trova nel nodo di qualche ſuo ſatellite, un oſſervatore ſuppoſto nel ſole ſi trova nel piano dell' orbita del ſatellite, e la vede in guiſa di linea retta; e perchè ſeguiſſe a vederla ſempre retta, biſognerebbe ch' ella paſſaſſe ſempre per il di lui occhio, che la comun ſezione o linea dei nodi paſſaſſe ſempre per il ſole; per il che biſognerebbe ch' eſſa faceſſe il giro del cielo in dodici anni come giove, il che non ſi dà: la linea dei nodi è quaſi fiſſa in cielo, cioè paralella a ſe ſteſſa, e ſe una volta giove vi paſſa, non vi ripaſſerà che dopo ſei anni.

852. Sia dunque N C I A la linea dei nodi, A B C D l' orbita del ſatellite, che traverſa il piano di quella di giove in A e in C; biſogna immaginarſi che verſo il punto B l' orbita del ſatellite s' innalza ſopra il piano della figura, e ſi trova alquanto verſo il nord; al contrario in D s' abbaſſa verſo il ſud; da A in B il ſatellite va ſempre alzandoſi ſopra il piano dell'orbita di giove, da B fino in C accoſtandoſi allo ſteſſo, da C in D ſi ſcoſta verſo il ſud, e vi ſi accoſta di nuovo da D fino in A. Eſſendo B il limite, il punto della maſſima latitudine, il ſatellite giunto che ſarà in M nella ſua congiunzione ſuperiore, s' eccliſſerà, ma non ſarà per anco nella maſſima ſua latitudine, e ſarà tanto meno lontano, dal piano della orbita di giove, quanto ſarà minore l' angolo A I M, o l'eguale S I N. Ma S I N, che è la diſtanza del ſatellite dal ſuo nodo, è uguale all' angolo I S O, cioè alla diſtanza fra il luogo I di giove e la linea S O ſuppoſta fiſſa, cui è ſempre paralella la linea I N dei nodi, qualunque ſia il luogo di giove; dunque la latitudine del ſatellite in M dipenderà dall' arco A M o dall' angolo I S O, diſtanza di giove dalla linea dei nodi S O, che corriſponde ſempre verſo il mezzo dell' undecimo ſegno di longitudine.

853. La quantità d' elevazione del punto M ſopra il piano dell' orbita di giove ſta all' allontanamento del limite B, come il ſeno di A M al ſeno dell' arco A B, cioè al raggio; perchè ſe due cerchj ſi tagliano in A e in C, la loro diſtanza in diverſi punti, come M, perpendicolarmente al cerchio inclinato, o all' orbita del ſatellite, è come il ſeno della diſtanza dal punto A, cioè della interſezione dei due cerchj (531).

Così

Così la latitudine del ſatellite in M è come il ſeno della diſtanza di giove dal nodo del ſatellite.

854. Quando per il moto di giove nella ſua orbita il raggio SI diviene perpendicolare alla linea dei nodi SO, o IN, il punto M della congiunzione ſuperiore concorre allora col punto B limite della maſſima latitudine; e in tal caſo l' angolo dell' orbita col raggio viſuale SIM è uguale all' inclinazione del ſatellite, per eſempio 3°, e l' orbita viſta dal ſole compariſce ſotto forma d' elliſſe; in cui ſta l' aſſe maggiore al minore, come il raggio al ſeno di 3° (674), non conſiderando però il moto di giove durante la rivoluzione del ſatellite, o pure conſiderando il ſatellite ſoltanto riſpetto a giove. Sia S il ſole (*fig.* 108), I il centro di giove, IH il raggio dell' orbita d' un ſatellite, ch' è in un piano perpendicolare all' orbita di giove, e che è inclinato al raggio ſolare ſotto l' angolo SIH; ſi avrà IH : KH : : R : ſen. HIK; dunque KH = IH. ſen. HIK, cioè alla elevazione, che ſembrerà avere il ſatellite ſopra il piano dell' occhio, quando l' elliſſe ſarà più allargata. Nelle altre poſizioni di giove riſpetto al nodo queſta quantità ſi diminuirà come il ſeno della diſtanza di giove dal nodo (853); così chiamando I la maſſima latitudine, o l' inclinazione del ſatellite, D la diſtanza di giove dal nodo del ſatellite computata ſull' orbita di giove, ed R la diſtanza del ſatellite dal ſuo pianeta, o il raggio della ſua orbita, ſarà R. ſen. I. ſen. D, la quantità d' elevazione, in cui ſi vedrà il ſatellite ſopra il piano dell' orbita di giove perpendicolarmente all' orbita del ſatellite nel punto della congiunzione ſuperiore; nè s' abbiſogna d' altro per calcolare l' eccliſſi.

855. Queſta elevazione del ſatellite ſopra il piano dell' orbita di giove è uguale all' abbaſſamento nel punto oppoſto; dunque l' elliſſi, che ſembra deſcriverſi dal ſatellite è più o meno allargata a miſura che giove s' allontana dalla linea dei nodi; quando l' aſſe minore di queſta elliſſe diventa più largo del cono ombroſo, il ſatellite paſſerà ſopra l' ombra, come ſi vede nella *fig.* 106. e ciò avviene ſempre nel quarto ſatellite due anni in circa dopo il paſſaggio di giove per li nodi dei ſatelliti. Quando giove è in diſtanza di 30° dalla linea de' nodi, l' elliſſe (*fig.* 107) è meno larga, che nel caſo precedente, della metà, perchè il ſeno di 30° è la metà del ſeno tutto; e in tal caſo il ſatellite paſſerà per l' ombra ſfiorata della obliquità della ſua orbita.

856. La ſezione dell' ombra di giove nella regione del ſatellite è rappreſentata dal cerchio EDBF (*fig.* 109) che ſuppongo perpendicolare alla linea dei centri del ſole e di giove. Il diametro QB è una porzione dell' orbita CN di giove; ED è porzione dell' orbita del ſatellite, N il nodo o l' interſecazione, CA è la perpendicolare calata ſull' orbita; e queſta è un arco, che viſto dal centro di giove rappreſenta la latitudine del ſatellite; il di cui ſeno ſarebbe uguale a ſen. I. ſen. D per la proprietà del triangolo ſferico rettangolo CAN.

857. Quando ſia nota CA biſogna paragonarla col raggio CD, o CB, il di cui valore è noto per l' oſſervazione in ſecondi di tempo, per-

chè rappreſenta il ſemidiametro dell' ombra (847); cioè la mezza dura ta dell' eccliſſe , che è la maggiore di tutte , e ch' è indicata da C B.

Noi eſprimeremo anche la diſtanza del ſatellite da giove , o il raggio della di lui orbita, in ſecondi di tempo , mettendo in luogo di R il tempo impiegato dal ſatellite a percorrere un arco lungo quanto il raggio della ſua orbita, cioè di 57°; perchè non importa , che queſta diſtanza, che ſi prende per unità , ſia eſpreſſa in tempo , in gradi , o in ſemidiametri di giove , nè importa ancora che il moto di giove renda più lungo il tempo delli 57° , perchè carcaſi ſolamente il rapporto fra la diſtanza e l' arco percorſo durante l' eccliſſe . Il tempo che corriſponde a un arco di circa 57° ſi averà da queſt' analogia , come 360° alla rivoluzione ſinodica, così 57°, o pure 206265", al tempo cercato, che io dirò *t*: multiplicando ſen. I. ſen. D per queſto numero di ſecondi di tempo, ſi avrà C A in ſecondi di tempo = *t* ſen. I. ſen. D ; così ſi ha il raggio C D , o C B in ſec. di tempo , cioè la mezza durata della maggiore eccliſſe , che avviene quando giove è nel nodo del ſatellite, e queſto è finalmente il ſemidiametro dell' ombra in tempo (847); ſi cercherà il lato A D parimenti in ſec. di tempo, e ſi avrà la mezza durata dell' eccliſſe .

858. Così dalla durata dell' eccliſſe, quando è la più piccola di tutte , ſi conoſce l' inclinazione dell' orbita , e quando maggiore, il luogo del nodo : ma ſi oſſerva un fenomeno ſingolare , che per molto tempo occupò gli aſtronomi , ed è un cangiamento nelle inclinazioni del ſecondo e terzo ſatellite. Nel ſecondo ſi cangia dai 2° 48' fino ai 3° 48', e il periodo di tale ineguaglianza è di anni 30. Nel terzo ſi cangia dai 3° 2' fino ai 3° 26'; ſembra che il periodo ſia di anni 132 , e che l' angolo foſſe maggiore nel 1765. Non ſi aveva alcuna idea della cauſa di queſto fenomeno , quando io nel 1762 moſtrai che nelli nodi dei ſatelliti deve avervi un moto ora diretto e ora retrogrado riſpetto all' otbita di giove per le vicendevoli loro attrazioni, d' onde ne naſcerebbe un cangiamento nelle loro inclinazioni (*Mem. Acad.* 1762 *p.* 233). Parlando dei pianeti ſi è viſto, come il moto de' nodi produca queſto cangiamento (527); e queſta ſcoperta ha dato l' ultimo grado di perfezione alla teoria de' ſatelliti.

859. L' inclinazione del primo ſatellite ſi mantiene coſtantemente di 3° 18' 38" , e del quarto di 2° 36' 0". Sembra che nel primo e terzo ſatellite il nodo non abbia moto alcuno; nel ſecondo lo ha di 2' 3" all' anno , nel quarto di 4' 19" : il qual moto però è ſoggetto a diſuguaglianze ſimili a quelle dell' inclinazione.

860. *Ele-*

860. *Elementi che ſervono per la teoria, e per il calcolo dei quattro ſatelliti di giove.*

	I.	II.	III.	IV.
Rivol. period.	$1^d\ 18^h\ 27'\ 33''$	$3^d\ 13^h\ 13'\ 42''$	$7^d\ 3^h\ 42'\ 33''$	$16^d\ 16^h\ 32'\ 8''$
Rivol. ſinod.	1 18 28 36	3 13 17 54	7 3 59 36	16 18 5 7
Diſt. in ſemid.	5,965	9,494	15,141	26,630
Diſt. in min. nelle diſt. med. di giove	$1'\ 51''$	$2'\ 57''$	$4'\ 42''$	$8'\ 18''$
Long. med. giovicentrica 1700	$2^s\ 12^o\ 12'\ 10''$	$2^s\ 12^o\ 28'\ 11''$	$5^s\ 12^o\ 47'\ 16''$	$7^s\ 17^o\ 5'\ 44''$

861. La parallaſſe annua che ha luogo nei pianeti (441), lo ha parimenti nei ſatelliti (833); e ſiccome può arrivare fino ai 12°, quindi ne naſcono delle differenze ſenſibiliſſime nella ſituazione apparente che noi veggiamo dalla terra, quando un ſatellite ſi trova nello ſteſſo punto della ſua orbita, ed ecco la ragione, per cui i ſatelliti anche quando ſono in congiunzione ed eccliſſati, ci compariſcono alle volte molto diſcoſti da giove. Il tempo, in cui ci biſogna più ſapere il ſito apparente dei ſatelliti, è quello delle immerſioni ed emerſioni; tutto ciò ſi può rappreſentare con una ſemplice figura di ſufficiente eſattezza per gli oſſervatori.

862. Sia I il centro di giove (*fig.* 112) cinto dalle quattro orbite de' ſuoi ſatelliti. I G la linea delle ſizigie, o l' aſſe del cono ombroſo, che parte dal ſole e paſſando per il centro di giove va di là del punto G d'oppoſizione; G E un arco di 110 preſo ſulla orbita del 4.° ſatellite; eſſendo queſto arco eguale alla maſſima parallaſſe annua di giove nelle ſue medie diſtanze, la linea I E indicherà la direzione del raggio viſuale della terra, quando giove è in quadratura, fra la congiunzione e oppoſizione, e paſſa per il meridiano alle ore 6 della ſera; perchè allora noi veggiamo giove per 11° all' occidente del vero ſuo luogo eliocentrico, notato dalla I G. Se per i punti G, F, *g*, *f*, nei quali ſi trovano i ſatelliti in congiunzione, ſi conducano delle paralelle alla I E, come G D, F C, *g* B, *f* A, ſi avranno i quattro punti A, B, C, D, nei quali i ſatelliti devono comparire in fianco di giove nel punto della loro congiunzione eliocentrica; col teleſcopio, che roveſcia gli oggetti, ſi veggono alla dritta di giove, come appunto nella fig. 112.

863. Negli altri tempi dell' anno, e quando la parallaſſe annua ſarà minore di 11°, ſi troverà la poſizione del raggio viſuale I E, ch'è la linea delle congiunzioni geocentriche, deſcrivendo ſopra l' arco E G come raggio, un ſemicerchio diviſo in gradi, o ore; dal punto E delle ore 6 ſi prenderanno 30°, e vi ſi noterà 4^h e 8^h, perchè giove lontano 30° dalla quadratura paſſa per il meridiano alle 8^h circa, o alle 4^h della ſera;

ra; e ſi condurrà verſo queſto punto di 4^h la linea I E; rieſce più comodo agli aſtronomi l' avere queſto ſemicerchio diviſo piuttoſto in tempo che in gradi, perchè l'ora del paſſaggio per il meridiano ſi trova già calcolata nell'effemeridi, e gli aſtronomi ne fanno un uſo continuo.

Quando giove, dopo la congiunzione, paſſa per il meridiano la mattina, allora ſi deve condurre dalla parte dritta, o orientale, la linea I E della congiunzione geocentrica; e i ſatelliti ci compariranno alla ſiniſtra, o all' occidente di giove nelle loro congiunzioni eliocentriche.

864. Per mezzo di queſta figura ſi troveranno le diſtanze dei ſatelliti dal momento dell' emerſione, prendendo alla dritta dei punti A, B, C, D una quantità eguale al ſemidiametro dell' ombra, ch' è appreſſo a poco eguale al ſemidiametro I H di giove, e ſi avrà la diſtanza dei ſatelliti dal lembo di giove, per il tempo delle loro emerſioni; o pure ſi eſaminerà la diſtanza I A d'un ſatellite dal centro di giove, per il tempo della congiunzione, e queſta ſarà la diſtanza dal lembo occidentale H per il tempo dell' immerſione, e dal lembo orientale X per il tempo dell' emerſione. Queſte diſtanze dal lembo X ſono diſegnate ſotto la figura, e ſono di $\frac{5}{10}$, $\frac{8}{10}$, $1\frac{1}{2}$ e $2\frac{1}{2}$ diametri di giove, per l'emerſioni, che ſuccedono nelle quadrature di giove, cioè quando è in diſtanza di 90° dal ſole, e paſſa per il meridiano alle ore 6 della ſera.

Dei ſatelliti di ſaturno.

865. L' Hugenio li 25 Marzo 1655 oſſervando ſaturno con teleſcopj di 12 e 23 piedi, ſcoprì la prima volta il 4.° ſatellite, il più grande di tutti, il ſolo che ſi può vedere con teleſcopj di 10 in 12 piedi: Caſſini ſcoperſe il quinto ſul fine d' Ottobre 1671 con un teleſcopio di 17 piedi; poi vide il terzo con teleſcopj di 35 e 70 piedi li 23 Dicembre 1672, e pubblicò allora una piccola opera ſu queſto punto. Nel Marzo del 1684 ſcoprì li due intimi, cioè il primo e il ſecondo con teleſcopj del Campani di 34, 47, 100, e 136 piedi, con quei del Borelli di 40 e 70, e con quei d' Artonquelli ancora più lunghi (*Journ. des Sav. 15 Mars 1677 & 1686. Philoſoph. tranſ. num.* 133, 154, 181. *Mém. Acad.* 1714).

866. Dei quattro ſatelliti ſcoperti dal Caſſini ſe ne dubitava in Inghilterra: ma nel 1718 il Sig. Pound avendo fatto piantare ſulla torre della ſua parrocchia l' eccellente obbiettivo del foco di 123 piedi, dato dall' Hugenio alla Società Reale di Londra, li vide tutti cinque; e ſi verificarono gli elementi della loro teoria, come l' avea fatto il Caſſini a Parigi nel 1714. Nello ſteſſo tempo trovatoſi dal Sig. Hadley Vice-Preſidente della Società Reale coll' indrizzo del Newton il mezzo di coſtruire degli eccellenti teleſcopj, ſi continuò con eſſi ad oſſervare queſti ſatelliti (*Phil. tranſ.* 1723).

867. Il primo e il ſecondo non ſi vedevano che a ſtento con teleſcopj di 40 piedi, il terzo alquanto maggiore ſi ſcorgeva alle volte per tut-

tutto il corſo della ſua rivoluzione; il 4.° è il più grande di tutti, e così fu ſcoperto il primo. Il quinto forpaſſa i primi tre, quando ſi trova verſo la ſua digreſſione occidentale, ma alle volte è piccoliſſimo, e ſvaniſce anche affatto. Il Sig. Wargentin mi aſſicurò d' averli viſti tutti con un teleſcopio acromatico di dieci piedi.

868. Si determinarono le rivoluzioni loro col paragonare inſieme delle oſſervazioni fattefi quando ſaturno ſi trova incirca nello ſteſſo ſito della ſua orbita, e i ſatelliti alla ſteſſa diſtanza dalla congiunzione; ſi ſcelſero parimenti quei tempi, in cui le loro elliſſi ſono più allargate, cioè quando ſaturno è diſtante 90° dai loro nodi, perchè allora la riduzione è nulla, e il luogo del ſatellite ſulla ſua orbita è lo ſteſſo col ſuo luogo vero ridotto all' orbita di ſaturno. In queſto modo nel 1714 il Sig. Caſſini determinò i loro periodi veduti da ſaturno rapporto all' equinozio quali ſi veggono nell' anneſſa Tavola. Determinò parimenti l' epoche delle loro longitudini viſte dal centro di ſaturno, e computate ſul piano delle loro orbite; io l' ho riferite nell' art. ſegu. all' anno 1760, perchè ſi poſſa facilmente trovare la loro poſizione per qualunque altro tempo, come ſi troverebbero colle Tavole eſteſe inſerite nelle *Mem. de l' Acad.* 1716, o nelle Tavole del Caſſini. Se voglianſi queſte poſizioni eſattamente, biſogna ridurle al piano dell' orbita di ſaturno, come abbiamo ridotti i pianeti a quello dell' ecclittica (431). L' argomento di latitudine ſi trova col levare dalla longitudine del ſatellite viſta da ſaturno quella del nodo (873), cioè 5ˢ 4° per il quinto, e 5ˢ 22° per gli altri. Quando ſi ſa l' inclinazione dell' orbita, col riſolvere un triangolo ſi trova parimenti la latitudine del ſatellite viſta da ſaturno; queſto è l' angolo che fa l' orbita col noſtro raggio viſuale; e perciò il valore dell' aſſe minore dell' elliſſe, che ci pare deſcrivere il ſatellite, preſo per unità l' aſſe maggiore, o il diametro dell' orbita.

Satel.	*Rivol. period.*			
I	1ᵈ	21ʰ	18′	27″
II	2	17	44	22
III	4	12	25	12
IV	15	22	34	38
V	79	7	47	0

869. Per determinare le diſtanze dei ſatelliti dal centro di ſaturno ſi adoperarono molti mezzi; è molto difficile di vederli inſieme con ſaturno nello ſteſſo campo del teleſcopio, onde miſurarne le maſſime loro digreſſioni; e poi queſto metodo non può ſervire che per li due primi. Si prende per gli altri l' intervallo di tempo che ſcorre fra il paſſaggio di ſaturno e il paſſaggio del ſatellite per un filo orario poſto nel foco del teleſcopio. Il Caſſini oſſervò, che la legge di Keplero (469) ſi oſſervava eſattamente nei cinque ſatelliti (*Mem. Acad.* 1716). E il Sig. Pound ſe ne ſervì per trovare colla diſtanza del quarto quelle degli altri; egli determinò più eſattamente e più ſpeſſo che potè la diſtanza del quarto dal centro di ſaturno nelle maggiori ſue digreſſioni, e la trovò di 8, 7 ſemidiametri dell' anello (971), e colla legge di Keplero ne deduſſe le diſtanze degli altri quattro; quali ſi veggono nella Tavola ſeguente eſpreſſe in ſemidiametri dell' anello, e di ſaturno, che ſono fra loro come 7 : 3.

Tav.

Tav. delle longit. e diſt. medie dei ſatelliti di ſaturno.

Satelliti	*Longitudine nel 1760 ſecondo il Caſſini*	*Moto diurno*	*Diſtanze in ſemid. dell' Anel. ſecondo Bradley*	*Diſtanze in min. e ſec. dedotte da quella del quarto*
I.	11ₛ 5° 41′	6ᵈ 10° 41′ 51″	2, 097	0′ 43″½
II.	9 10 18	4 11 32 5	2, 686	0 56
III.	4 25 57	2 19 41 25	3, 752	1 18
IV.	0 0 43	0 22 34 37	8, 698	3 0
V.	7 20 36	0 4 32 18	25, 348	8 42½

870. Moltiplicandoſi le diſtanze in ſemidiametri dell' anello per 33364 ½, ſi avranno le diſtanze in leghe; ma biſognerà levare tre cifre dal prodotto per le tre decimali aggiunte nella Tavola al numero dei ſemidiametri.

Li 9 Giugno 1719 a 10ʰ il Sig. Pound con un teleſcopio di 123 piedi e con un eccellente micrometro trovò che il quarto ſatellite, giunto in circa alla maſſima ſua digreſſione orientale, era lontano di 3′ 7″ dal centro di ſaturno. Così la diſtanza del ſatellite da ſaturno era alla diſtanza media del ſole dalla terra, come 825 a 100000; dal che facilmente ſi ricaverebbero le diſtanze degli altri quattro in parti di quella del ſole.

871. Confrontando i ſatelliti con l' anello di ſaturno in diverſi punti dello loro orbite, ed eſaminando l' apertura delle loro elliſſi, ſi trovò che i quattro primi ſembravano all' occhio deſcrivere delle elliſſi ſimili a quella dell' anello, e poſte nello ſteſſo piano, cioè inclinate all' ecclittica per 31° ½, o pure 30° all' orbita di ſaturno. Infatti l' aſſe minore di queſte elliſſi, quando comparivano le più allargate, è la metà in circa dell' aſſe maggiore, come l' aſſe minore dell' anello è in queſto caſo la metà di quello che paſſa per le anſe; queſti ſatelliti nelle maggiori loro digreſſioni ſono ſempre ſulla linea delle anſe; il che tutto prova, che ſi muovono nel piano dell' anello. Ma il Sig. Maraldi nel 1715 trovò l' inclinazione del piano dell' anello col piano dell' orbita di ſaturno di 30° (972); dunque tale è altresì l' inclinazione delle orbite dei quattro primi ſatelliti con quella di ſaturno.

872. L' inclinazione poi dell' orbita del quinto ſatellite coll' orbita di ſaturno, o col piano dell' anello il Sig. Caſſini il figlio nel 1714 non la trovò che di 15° ½ (*Mem. Acad.* 1714), e vide queſto ſatellite deſcri-

ſcrivere una linea retta, che paſſava in circa per il centro di ſaturno, mentre gli altri ſe ne ſcoſtavano per di ſopra o di ſotto. Così l'inclinazione dell'orbita del quinto coll'ecclittica era di 15, o 16 gradi, e altrettanta col piano dell'anello e coll'orbite dei quattro intimi, ma in ſenſo diverſo.

873. Il Sig. Maraldi nel 1716 determinò la longitudine del punto d'interſezione dell'anello ſull'orbita di ſaturno di $5\ 19^{\circ}\ 48'\ \frac{1}{2}$, e ſull'ecclittica di $5^{s}\ 16^{\circ}\ \frac{1}{3}$. Tale è la longitudine del nodo dei quattro primi ſatelliti. Si ſtimò d'avere ſcoperto nel 1744 un moto retrogrado nei nodi dell'anello; veramente è difficile coſa il giudicarne in sì piccolo ſpazio di tempo; nonnoſtante ſembra probabile che le attrazioni dei ſatelliti ſull'anello vi producano un sì fatto moto, giacchè la luna lo produce ſulla ſferoide terreſtre (1064).

Nel 1714 il nodo del quinto ſatellite fu trovato dal Caſſini ſull'ecclittica a $5^{s}\ 4^{\circ}$, cioè 17° meno avanzato del nodo degli altri quattro ſatelliti ſull'orbita di ſaturno, ch'egli ſupponeva a $5^{s}\ 21^{\circ}$ ſull'ecclittica (*Mem. Acad.* 1714 *p.* 374). Il Sig. Caſſini parimenti lo determinò coll'oſſervare il luogo di ſaturno li 6 e 7 Maggio 1714; allora il quinto ſatellite pareva muoverſi in linea retta, e noi per conſeguenza eravamo ſituati nel ſuo piano, e nel nodo del ſuo anello. Si crede parimenti avervi un moto nel nodo del quinto ſatellite.

874. Riguardo al ſatellite di venere che il Caſſini credette d'avere veduto, n'ebbe qualche ſoſpetto il Sig. Short, ed altri Aſtronomi (*Hiſt. de l'Acad. pour* 1741, *Philoſ. tranſ. n.* 459, *Encyclopedie tom.* XVII. *pag.* 837). Ma le prove inutili fatte da me e da molti altri aſtronomi per vederlo, mi fanno credere eſſere queſta una illuſione ottica cagionata dai vetri de' teleſcopj; così penſa il Sig. Ab. Hell ſul fine delle ſue Effemeridi del 1766, e il Sig. Ab. Boſcovich nella quinta ſua diſſertazione d'ottica. Il Sig. Short ſteſſo, con cui io ho parlato in Londra nel 1763, non mi pare perſuaſo dell'eſiſtenza di queſto ſatellite.

875. Per formarſi idea di queſto ſenomeno ottico, baſta conſiderare l'immagine ſecondaria, che compariſce per una doppia rifleſſione, quando per una ſola lente di vetro ſi guarda un oggetto luminoſo poſto ſopra un fondo oſcuro e di piccolo diametro; per vedere allora un'immagine ſecondaria ſimile all'oggetto, ma più piccola, baſta guardarlo in guiſa, che l'oggetto ſteſſo cada fuori dell'aſſe della lente; queſta immagine ſecondaria, che fu creduta un ſatellite di venere, compariſce dalla ſteſſa parte dell'oggetto o dalla oppoſta, e dritta o roveſcia, ſecondo il diverſo ſito della lente, dell'occhio e dell'oggetto. Se ſi uniſcano inſieme due lenti, ſi avranno molte doppie rifleſſioni della ſteſſa ſpezie, almeno in certe poſizioni; ma per la maggior parte del tempo ſono inſenſibili, perchè la loro luce è diſſeminata, e il foco troppo vicino all'occhio, o perchè eſcono fuori del campo del teleſcopio: vi ſono però de' caſi, in cui queſti raggi ſi riuniſcono, e formano una falſa immagine, che ſi è potuto credere un ſatellite di venere.

LIBRO DECIMO.

Delle comete.

Le comete ſono corpi celeſti, che compariſcono di quando in quando con diverſi moti, e per lo più accompagnate da una luce ſparſa. Il loro moto apparente è molto diverſo da quello de' pianeti; ma conſiderandolo riſpetto al ſole, ſi trova d' accordo colle ſteſſe leggi dei pianeti, perchè ſi vedrà che girano intorno al ſole in elliſſi molto eccentriche (910), ſecondo le regole ſpiegate nel III. libro.

876. Il moto delle comete le diſtingue dalle nuove ſtelle, perchè in queſte non s'è mai ſcorto moto proprio (287). E poi la luce delle comete è ſempre debole, ed è luce del ſole, che ci riflettono, come i pianeti; e queſto ſi è moſtrato ſpecialmente per una faſe notataſi nella cometa del 1744, la di cui parte lucida non ſi vedeva che per metà (*Mem. Acad.* 1744 *p.* 304). Queſte faſi poi non ſempre s' oſſervano per cauſa della denſa atmoſfera loro, che diſperge la luce, in guiſa che ci compariſcono per lo più rotonde. Si diſtinguono ſpecialmente le comete per quello ſtraſcino di luce, che le accompagna, che ora ſi dice *chioma*, ora *coda* della cometa (923); v'hanno per altro delle comete ſenza coda, ſenza barba, ſenza chioma: la cometa del 1585 viſtaſi per un meſe continuo da Ticone era rotonda, ſenza alcun veſtigio di coda, e ſolamente la circonferenza era un po meno lucida del nucleo. La cometa del 1665 ſecondo l' Evelio era molto lucida, e quaſi ſenza chioma. Finalmente la cometa del 1682, ſecondo il Caſſini, era rotonda e lucida come giove (*Mem. Acad.* 1699); e perciò non deve notarſi la loro coda, come caratteriſtica diſtintiva di eſſe comete.

877. Il Riccioli nel ſuo Catalogo delle comete non ne annovera fino il 1651 che 154 citate dagli Storici, l' ultima delle quali era del 1618. Ma nella grande opera del *Lubienietz*, dove ſi riportano i più piccoli paſſi degli Autori, quando ſi tratta di comete, ſe ne contano 415 fino a quella del 1665, comparſa dalli 6 fino alli 20 Aprile fra il pegaſo e le corna dell' ariete. Dopo queſto tempo ſe ne videro 39 compreſa quella del Febbrajo 1772.

878. Ma fra tutte queſte comete non ne troviamo alcuna prima dell'837, la di cui ſtrada ſia ſtata eſattamente deſcritta; e il numero di quelle, nelle quali ſi trovarono circoſtanze tali, onde poterne calcolare l'orbita, ſi riduce finora a 63, non computando che una ſola cometa quelle delli 1456, 1531, 1607, 1682, 1759, che veramente per la cognizione eſatta che ſe ne ha, furono lo ſteſſo pianeta (912); io vi ho aggiunte anche quelle del 1532 e 1661, e quelle del 1264 e 1556, delle quali ne parleremo all' art. 914.

879. Per altro dobbiamo credere eſſere in ogni tempo comparſe delle comete, ſenza che gli Storici ce ne parlino; e che ve n' ha ancora un

maggior numero, che non ſi ſono punto vedute. Gli antichi ſteſſi lo ſapevano, perchè Poſſidonio, ſecondo Seneca (*Quæſt. nat. L.* VII. *c.* 20), ſcriſſe, che mediante la oſcurità prodotta da una eccliſſe del ſole, ſi era viſta una cometa viciniſſima allo ſteſſo, e ciò verſo l' anno 60 avanti G. C.; d' onde ſi pnò credere, che in ſimili caſi ſe ne poſſano ſpeſſo vedere. Dopo l' anno 1757 in cui s' aſpettava e ſi cercava la cometa del 1682, ſe ne ſono vedute altre ſette nello ſpazio di 7 anni; il Sig. Meſſier ſi miſe ſopra tutti a cercarle, e per lo più fu il primo a vederle; e ſi può credere, che ne ſcorgerebbe un buon numero chi ſi metteſſe a cercare per il Cielo.

Alſtedio oſſerva, che negli anni precedenti e ſuſſeguenti al 1101, Data della 223ª. cometa, ſe ne videro in quaſi ogni anno (*Lubieniecii theat. cometicum*).

Si ſono anche vedute più d' una volta molte comete a un tempo ſteſſo, e Riccioli ne riferiſce molti eſempj. Due ſe ne videro gli 11 Febbr. 1760 (*Mem. Acad.* 1760 *p.* 168).

880. Il tempo più lungo per cui ſi ſono vedute in paſſato delle comete fu di 6 meſi; la prima al tempo di Nerone, l' anno 64 di G. C. (*Sen. l.* 7, *c.* 21); la ſeconda verſo il 603, al tempo di Maometto; la terza nel 1240, in cui ſeguì la grande irruzione di Tamerlano. Ai noſtri dì quella del 1729 fu viſta per 6 meſi dalli 31 Luglio 1729 fino li 21 Genn. 1730; e quella del 1769 per quattro. Riccioli ci dà una Tavola della durata di molte altre comete ſecondo diverſi Storici; in cui ſe ne leggono quattro di 4 meſi, cioè quelle degli anni 676, 1264, 1363, 1433.

881. Tutte le comete hanno il moto diurno come gli altri aſtri (2); e anche un moto proprio, ma queſto verſo ora l' oriente, ora l' occidente, ora per l' ecclittica o zodiaco, ora perpendicolarmente all' ecclittica.

La cometa del 1472 percorſe in un giorno 120 gradi, retrocedendo dall' eſtremità della vergine fino al principio di gemini, come oſſervò Regiomontano. Quella del 1760 fra li 7 e 8 Gennajo deſcriſſe 41° $\frac{1}{2}$. Si hanno molti altri eſempj di grandiſſima celerità nel moto apparente delle comete; e ſi vedrà (920) che può anche farſi maggiore, quando foſſero più vicine alla terra.

882. Alle volte dura sì poco la loro apparizione, che non ſi ſcorge molto cangiarſi il loro ſito. Ma quella del 1664 percorſe 164° con moto retrogrado apparente dalli 20 Dicembre fino alli 6 Genn. 1665, e ne percorſe 113° in 17 giorni; quella del 1769 tanto prima che dopo la ſua congiunzione percorſe 240°. Quella del 1556, 180° in circa; quella del 1472 170° circa; quella del 1618 ſoli 107° $\frac{1}{2}$ nello ſpazio di 28 giorni (*Ricciol. Almag.* II, 28).

883. Gli Antichi per lo più non parlano della grandezza delle comete, badando ſolo alla loro coda e chioma; ma ne parleremo (923); nonoſtante vi furono delle comete, il diametro apparente delle quali pare eſſe-

eſſere ſtato conſiderabiliſſimo indipendentemente dalla coda. Dopo la morte di Demetrio Re di Siria (146 prima di G. C.) comparì una cometa grande come il ſole (*Sen.* VII, 15). Quella che comparì alla naſcita di Mitridate, ſecondo Giuſtino, era più luminoſa del ſole.

La cometa del 1006 (riferita in fallo all' anno 1200 in alcuni libri) era quattro volte maggiore di venere, e riſplendeva come la luna in quadratura; pare che queſta ſia la ſteſſa che quelle del 1682 e 1759 (911).

Cardano riferiſce lo ſteſſo delle comete del 1521 e 1556. Riguardo alla grandezza delle comete prima di quella del 1577 non abbiamo niente di certo; il diametro apparente di queſta era ſecondo Ticone di 7', cioè, ſecondo lui ſteſſo, doppio di quello di venere.

Diverſe opinioni ſulle comete.

884. Vi furono in ogni tempo Filoſofi, che riputavano le comete altrettanti pianeti, il moto delle quali dovea eſſere perpetuo e coſtanti le rivoluzioni. Queſto penſiero fu ſenza ragione attribuito a' Caldei; ma egli è veramente dei Pittagorici e di altri molti, come di Apollonio il Mindiano, d' Ippocrate di Chio, d' Eſchilo, Diogene, Favorino, Artemidoro e Democrito, che ſecondo Cicerone (*Tuſc. l.* 5) e Seneca (*Quæſt. nat. l.* 7) fu il più acuto fra tutti gli antichi Filoſofi. Si poſſono leggere in propoſito di queſti antichi ſiſtemi Plinio *l.* II. *c.* 25. Ariſt. *Meteor.* I. 6. Plutarco *de Plac. Phil.* 3. 2. Aulo Gellio 14. 1. Sen. *l. VII. c.* 13. Riccioli *Alm. II.* 35, e quanto ho detto io ſteſſo *Mem.* del 1759 *p.* 1, e ſeg. Meglio però e con più ſublimità di tutti ne parlò Seneca nel lib. VII. *nat. quæſt.* di cui forſe un aſtronomo de' noſtri dì non ſaprebbe parlarne con più ſpirito filoſofico.

885. Alcuni per altro, uomini anche celebri, ſtimavano le comete tanti corpi recentemente formatiſi e paſſeggieri. Di tale opinione furono Ariſtotele, Tolommeo, Ticone, Bacone, Galileo, Evelio, Longomontano, Keplero, Riccioli, de la Hire (*Mem. Acad.* 1702 *p.* 112). Molti di queſti le credevano corpi ſublunari, o meteore dell' atmoſfera. Il Caſſini ſteſſo le avea credute formate da eſalazioni degli altri corpi celeſti (*Abrégé des obſervations ſur le comete de* 1680 *p.* XXXI).

Per cauſa di tale opinione che regnò nei ſecoli d' ignoranza, gli aſtronomi non ſi ſtudiarono che pochiſſimo a determinare i loro moti. Ticone fu il primo, che avendo oſſervato per lungo tempo attentamente la cometa del 1577 ſcriſſe un' opera conſiderabile, e trovò che le di lei apparenze ſi potevano ſpiegare beniſſimo ſupponendo che queſta cometa deſcriveſſe intorno al ſole una porzione di cerchio che abbracciaſſe l' orbite di mercurio e di venere.

Moſtrando Ticone, che le comete ſi alzavano molto ſopra la media regione, roveſciò l' antico ſiſtema dei cieli ſolidi; ſiccome Newton ſe ne ſervì per diſtruggere il pieno e i vortici di Carteſio.

Avendo trovato il Keplero più concordi l' oſſervazioni della cometa del

1618

1618 con una linea retta, che con un cerchio, ſtimò il moto delle comete puramente rettilineo. Il Caſſini credette, che ſi compiſſe il loro moto intorno alla terra; ma l' Evelio nella ſua cometografia pubblicata nel 1668 moſtra che l'orbita delle comete s'avvicina piuttoſto a una parabola deſcritta intorno al ſole.

886. Dopo la ſcoperta dell'attrazione s' aprì ai filoſofi, per così dire, un nuovo cielo. Il Nevvton vedendo gli altri pianeti ſoggetti alla forza centrale del ſole, ſtimò che lo doveſſero eſſere le comete ancora; per il che biſognava, che le loro orbite foſſero molto eccentriche, cioè allungatiſſime, per potere ſpiegare perchè reſtino tanto tempo occulte.

Per vedere ſe ciò s' accordava colle oſſervazioni, il Nevvton eſaminò l'orbita della cometa del 1680; e trovò infatti che una porzione d'elliſſi così eccentrica, o pure, ch' è lo ſteſſo, una porzione di parabola corriſpondeva perfettamente alle oſſervazioni, ſuppoſte però le aree proporzionali ai tempi, come nei pianeti (472); dopo di che non dubitò più che le comete non foſſero pianeti periodici, e creati quando gli altri.

Il Sig. Halley applicò queſti principj a diverſe comete (908) in numero di 24; e nel 1705 pubblicò gli elementi di queſte 24 parabole nella ſua cometografia, che di nuovo ho io pubblicata in Francia in una nuova edizione delle Tavole di Halley nel 1759.

887. Dopo queſto tempo il numero delle comete oſſervate e calcolate ſi accrebbe fino a 63 (908) compreſavi quella del 1774; alcune ſi videro per dei meſi con diſuguaglianze conſiderabili, ma riducendole ad una parabola intorno al ſole, ſi trova un accordo sì perfetto, che neſſuna altra ipoteſi o legge potrebbe eſſerlo di più; quindi è che io ſpiegherò adeſſo il loro moto in una orbita parabolica, di cui ſono date le dimenſioni; e poi cercheremo il modo di trovare le dimenſioni, o l' orbita d'una cometa, che ſi vedeſſe per la prima volta.

888. Il calcolo parabolico è ſolamente un' approſſimazione; e ſi fa uſo di eſſo per la facilità, e per la poca differenza fra una parabola e un'elliſſi molto eccentrica. Il vantaggio conſiſte nell' eſſere le parabole tutte ſimili, e nel ſomminiſtrarci una ſteſſa proporzione fra i raggi vettori ſimilmente poſti; onde baſta conoſcere le diſtanze perielie di varie comete, per calcolarle tutte con una ſola medeſima Tavola (899). Si vedrà dopo la coſtruzione di queſta Tavola generale, in cui è data per ciaſcheduno giorno l'anomalia vera, e che ſerve per tutte le comete, mentre l' elliſſi al contrario richiedono ciaſcheduna una Tavola particolare.

889. La Tavola generale ſuppone una cometa, la di cui orbita ſia la parabola PCOD (*fig.* 110), il ſole S nel foco, P è il perielio della cometa, o il vertice della parabola, SP la diſtanza perielia, che ſi ſuppone eguale alla diſtanza media della terra dal ſole, che ſi prende ſempre per ſcala comune di tutte le diſtanze celeſti.

Queſta cometa in queſta diſtanza SP impiega 109 giorni a deſcrivere PO, cioè dal perielio all'eſtremità dell'ordinata SO al foco, e perpendicolare ad SP (894). Io la chiamerò per brevità cometa di 109 giorni, e moſtrerò come vi ſi rapportino tutte le altre comete, mutando

ſola-

ſolamente i tempi. Suppongo note la natura e proprietà generali della parabola, che ho io pure dimoſtrate nella mia *théorie des comètes* (*Tables aſtr. de* Halley, 1759 *pag.* 70 *& ſuiv.*).

890. La prima coſa conſiſte a determinare la velocità che deve aver luogo nelle parabole di varia grandezza; perchè la cometa di cui la parabola è maggiore, impiega più tempo a percorrere un angolo di 90°, come P S O, cioè per andare da P in O, come ſaturno impiega 30 volte più tempo a deſcrivere un grado della ſua orbita, che la terra a percorrerne uno della ſua; ecco un teorema fondamentale, che dimoſtro coo tutta ſemplicità.

891. *La velocità nella parabola è a quella nel cerchio come* $\sqrt{2} : 1$

Dim. Supponiamo uoa cometa in P che deſcrive la parabola P O in diſtanza dal ſole di S P, e ſia la terra in T che deſcrive un cerchio T L M, il di cui raggio ſia S T eguale ad S P; la forza centrale o l' attrazione del ſole, che trattiene la cometa e la terra, ciaſcheduna nella ſua orbita, è uguale, per eſſere nella ſteſſa diſtanza, in cui il ſole non deve avere maggior forza per la cometa che per la terra. Suppongo un piccolo arco P C della parabola, ed nn altro T L dell' orbita terreſtre, tale che le abſciſſe P B della parabola e T I del cerchio ſieno eguali, o pure che le lunghezze delle tangenti riſpetto alla curva ſieno le ſteſſe nella parabola e nel cerchio; queſte abſciſſe eſprimono la forza centrale del ſole; poichè ſono le quantità di cui il pianeta obbediſce al ſole ſviandoſi dalla retta linea (1005): dunque poſta la ſteſſa forza, ſono eguali in tempo eguale; ſe dunque le abſciſſe ſooo uguali, gli archi P C, T L ſono deſcritti in tempi eguali, ed eſprimono le velocità della cometa e della terra. Mi ſervo di queſta ſuppoſizione delle infleſſioni eguali per trovare gli archi ſteſſi.

Gli archi non poſſono eſſere uguali; poichè due archi preſi in due curve diverſiſſime, non poſſono avere infleſſioni uguali, e quando le infleſſioni ſono uguali, gli archi non lo ſono; ne coocluderò il rapporto degli archi, e ſarà quello delle velocità, eſſendo il tempo lo ſteſſo da una parte e l' altra. Dalla proprietà del cerchio ſi ha $TI = \frac{IL^2}{2ST}$ (988); ma dalla proprietà della parabola ſi ha il quadrato dell' ordinata B C uguale al prodotto dell' abſciſſa P B nel parametro, ch' è quadruplo di S P; dunque $PB = \frac{BC^2}{4SP} = \frac{BC^2}{4ST}$; ma $PB = TI$ per ipoteſi, dunque $\frac{IL^2}{2ST} = \frac{BC^2}{4ST}$; o pure $2IL^2 = BC^2$; dunque $IL\sqrt{2} = BC$, da cui ſi ha queſt'analogia, $BC : IL :: \sqrt{2} : 1$; ma I L è uguale all'arco T L, o almeno non ne è diverſo che d' uoa infiniteſima, dunque I L è la velocità della terra, e B C della cometa; dunque la velocità della cometa alla velocità della terra nella ſteſſa diſtanza dal ſole ſi è come $\sqrt{2} : 1$.

892. Quindi ne ſegue, che la velocità della cometa in P ſulla parabola P O, ſarà $\frac{7}{5}$ della velocità della terra; per eſſere $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ circa. Dunque l' area deſcritta in un ſec. di tempo dalla cometa ſarà $\frac{7}{5}$ di quella della terra: ma le aree in tempi uguali ſono ſempre uguali (472); dunque in qualunque diſtanza dal ſole che ſi trovi la cometa nella parabola P O, l' area deſcritta in un ſec. di tempo ſarà ſempre $\frac{7}{5}$ dell' area deſcritta dalla terra; e l' area deſcritta dalla terra ſarà eguale all' area della cometa diviſa per $\frac{7}{5}$, o $\sqrt{2}$. Voglio ſervirmi di queſta propoſizioone per dimoſtrare che la cometa deve impiegare 109 giorni a percorrere P O, o 90° d' anomalia.

893. La diſtanza perielia S P, o S T ſia $= 1$., la circonferenza del cerchio T M, o il numero 6, 283 $= c$; ſarà l' area di queſto cerchio $= \frac{c}{2}$, l' area parabolica P S O,

PSO, ch' è due terzi del prodotto di SP per SO, ſarà $\frac{4}{3}$; queſt' area della comera diviſa per $\sqrt{2}$, darà $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ che ſarà l' area della terra deſcritta (892) nello ſteſſo tempo, in cui la cometa va da P in O; ma chiamataſi *A* la lunghezza dell' anno, avraſſi queſt' analogia: l' area totale $\frac{c}{2}$ dell' orbita terreſtre è al tempo *A*, come l' area $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ al rempo corriſpondente, che ſarà $\frac{8A}{3c\sqrt{2}}$; quëſto è il tempo che la cometa impiega a deſcrivere l' arco parabolico PO, o li 90° d' anomalia.

894. La durata dell' anno ſiderale è di giorni 365 6^h 9' 10", o 11° (321), cioè giorni 365, 256379; ſe dal ſuo Logaritmo ſi levi quello di $\sqrt{2}$ e quello del triplo della oirconferenza, e vi ſi aggiunga il Logaritmo di 8, ſi avrà quello di giorni 109, 6154, cioè giorni 109 14^h 46' 20", per il tempo corriſpondente a PO.

Ma non baſta d' aver trovato il rempo ſpeſo a percorrere queſti 90° d' anomalia; biſogna per calcolare il luogo d' una cometa in ogni tempo, ſapere il numero dei giorni, che corriſponde a ciaſcuna porzione della parabola, come PD, o a ciaſcun angolo d' anomalia vera computata dal perielio, ſupponendo ſempre le aree proporzionali ai rempi, e queſto è il ſoggetto del ſeguente problema.

895. *Nota l' anomalia vera in una parabola, trovare il tempo ſcorſo dal perielio.* Suppongo data la parabola PCOD; cioè che ſia nota la diſtanza perielia SP, ed il tempo impiegato a percorrere l' arco PO: ſi cerca il tempo impiegato a percorrere un altro arco PD, o un altro angolo PSD d' anomalia vera; ſi condurrà la linea DP, e preſi SE, SR uguali al raggio vettore DS, ſi condurranno DR, DE, l' una delle quali ſarà la normale, e l' altra la rangente della parabola.

896. Se ſi prende per unità la ſunnormale RQ, cioè la metà del parametro, avremo il parametro eguale a 2, e $PQ = \frac{DQ^2}{2}$; il ſegmento parabolico DOPQ, ch' è uguale alli due terzi del prodotto delle coordinate, o $\frac{2}{3}$ DQ . PQ, ſarà $\frac{1}{3}$ DQ^3; il triangolo DPQ è uguale a $\frac{1}{2}$ DQ . PQ = $\frac{1}{4}$ DQ^2; dunque levandolo dal ſegmento DOPQ, reſterà il ſegmento DOPD = $\frac{1}{12}$ DQ^3; e aggiungendovi la ſuperficie del triangolo $PDS = \frac{PS \cdot DQ}{2} = \frac{DQ}{4}$, ſi avrà $\frac{1}{12}$ $DQ^3 + \frac{1}{4}$ DQ per l' area PSDOP.

897. Prendendoſi la linea RQ per unità, DQ è la tangente dell' angolo DRQ = $\frac{1}{2}$ DSE, cioè la tangente della metà dell' anomalia vera. Se queſta tangente dicaſi r, avremo l' area parabolica PSDOP = $\frac{r^3}{12} + \frac{r}{4}$; allora l' area PSO di 90° ſarà = $\frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$. Ma biſogna prendere per unità l' area PSO, e allora l' area PSDOP diviene $\frac{r^3}{4} + \frac{3r}{4}$, perchè $\frac{1}{12} + \frac{1}{4}$ è a $\frac{1}{3}$, come $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$: 1; così nota l'area di 90°, e la tangente della metà d' un' anomalia vera chiamata r, ſi multiplicherà l' area di 90° per $\frac{1}{4} + \frac{3r}{4}$, e ſi avrà l' area deſcritta dalla cometa dopo il paſſaggio per il perielio; ma le aree ſono proporzionali ai tempi: dunque ſi avrà parimenti il tempo che corriſponde a PD, multiplicando li 109 giorni, o in generale il tempo di 90°, per la quarta parte di $r^3 + 3r$.

898. Eſempio. Avendo 47° d' anomalia vera la cometa, che impiega 109 giorni a percorrere 90° d' anomalia, ſi dimanda quanto tempo è traſcorſo dopo il perielio. La tangente r di 23° $\frac{1}{2}$ è 0, 4348124, dunque r^3 = 0, 0829, e la quarta parte di $r^3 + 3r$ = 0, 3467; biſogna dunque multiplicare per 0, 3467 li 109 giorni, o il tempo per 90°, (894), e riſulteranno 38 giorni; così la cometa de' 109 giorni ſi troverà dopo 38 giorni in diſtanza di 47° dal ſuo perielio.

Pari-

Parimenti ſi troverebbero i giorni corriſpondenti a ciaſchedun grado d' anomalia vera; per lo più ſi troveranno alcune decimali di più, eſſendo rariſſimo che ſi abbia un intiero numero di giorni per un grado ſolo d' anomalia; ma col mezzo delle parti proporzionali ſi trovano facilmente le anomalie vere corriſpondenti a ciaſcun giorno intero.

899. Così ſu calcolata una Tavola generale delle orbite paraboliche; nelle quali ſi vede l' anomalia vera che corriſponde a ciaſcun giorno di diſtanza dal perielio per la cometa dei 109 giorni. Si potrebbe fare queſto ſteſſo calcolo con un metodo diretto, riſolvendo l' equazione $t^3 + 3t = a$ (a eſprime il quadruplo del tempo per PO), per trovare l' incognita t; ma ſi trova più facilmente il tempo per mezzo dell' anomalia vera, ed è ſuperfluo il cercare un altro metodo, per formarne la Tavola, ch' è l' ultima della noſtra Raccolta.

Queſta tavola generale ſi applica facilmente a tutte le comete. Infatti ſe ſi conſiderano diverſe comete in altre parabole, a un medeſimo grado d anomalia vera, i tempi ſcorſi dopo il paſſaggio per il perielio ſaranno fra loro, come i tempi impiegati a paſſare dal perielio ai 90°, per eſempio, quando $\frac{1}{4} t^3 + \frac{3}{4} t$ ſarà eguale a $\frac{1}{2}$, il tempo ſarà la metà del tempo per li 90° in tutte le parabole poſſibili; quindi ne ſegue, che per una qualunque cometa, ſe ſi conoſca il tempo dei 90°, ſi avrà (con una ſemplice regola del tre) il tempo per ogni altro angolo d' anomalia vera, ſervendoſi della Tavola calcolata per la cometa del 109 giorni. Reſta dunque ſoltanto da cercare il tempo dei 90° nelle parabole maggiori o minori, o il numero de' giorni da impiegarſi per l' arco PO, quando la diſtanza perielia SP non ſarà più eguale alla diſtanza media della terra dal ſole.

900. *I quadrati dei tempi*, che corriſpondono a una ſteſſa anomolia vera in diverſe parabole, ſono come i cubi delle diſtanze perielie. Queſta legge ſimile a quella dei moti dei pianeti (469) è una conſeguenza delle forze centrali; infatti abbiamo dimoſtrato che ſul raggio dell' orbita terreſtre deſcritta in 365 giorni, aveaſi un quarto di parabola di 109 giorni (894); e così il tempo della parabola è in circa $\frac{3}{10}$ di quello del cerchio; ma ſe ſi conſiderano diverſi cerchj o diverſi pianeti in altra diſtanza dal ſole, ſi averanno differenti rivoluzioni, nelle quali i quadrati dei tempi ſaranno come i cubi delle diſtanze (464, 1022); dunque i tempi nelle parabole, che ſono ſempre le $\frac{3}{10}$, ſaranno eſſi pure nella ſteſſa ragione; dunque i tempi che corriſpondono a PO, ſono come le radici quadrate dei cubi delle diſtanze perielie SP.

901. Dunque *una ſola Tavola* ſervirà per trovare l' anomalia vera in tutte le parabole, purchè ſi accreſca il tempo in ragione della radice quadrata del cubo della diſtanza perielia; infatti per un medeſimo grado d' anomalia vera i quadrati dei tempi in diverſe parabole devono creſcere come i cubi delle diſtanze perielie, o i tempi come le radici quadrate

dei

dei cubi delle dette distanze ; così a 90° d' anomalia vera corrispondono 109 giorni , quando la distanza perielia è 10 (894) , e 126 giorni, quando è 11 , perchè la radice qnadrata del cubo di 11 è maggiore nella stessa ragione ; bisogna dunque similmente accrescere gli altri numeri di giorni , quando nella Tavola generale si cercheranno le anomalie per la cometa di 126 giorni.

In fianco alle distanze perielie nell'annessa Tavola vi ho scritto il numero , per cui si devono multiplicare i giorni della Tavola generale, per avere i giorni , che corrispondono alla stessa anomalia in altre comete ; suppongo la distanza del sole dalla terra divisa in dieci parti , ed ho calcolato il numero dei giorni per l'arco PO in undici diverse parabole. Si veggono anche nella fig. 113 molte parabole divise in giorni , e si può raccogliere dalle stesse con quale velocità ciascuna cometa si scostarebbe dal sole o dalla terra , la di cui orbita è ABC.

Dist. Perielie in decime di quella del Sole.	*Numeri , per cui si devono moltipl. i giorni della Tav.*	*Giorni per 90°*
1	0 , 035	3 , 5
2	0 , 089	9 , 8
3	0 , 164	18 , 0
4	0 , 253	27 , 7
5	0 , 353	38 , 8
6	0 , 465	50 , 9
7	0 , 585	64 , 2
8	0 , 715	78 , 4
9	0 , 854	93 , 6
10	1 , 000	109 , 6
11	1 , 152	126 , 3

902. Si vede da questa Tavola , che quando la distanza perielia d' una cometa è $\frac{4}{10}$ di quella della terra dal sole, allora in vece dei giorni della Tavola generale bisogna prenderne la quarta parte , cioè 0 , 25 ; ed ecco il perchè questa cometa , la di cui distanza è 4 , non impiega se non 28 giorni a percorrere li 90° d' anomalia , e noi possiamo dirla cometa di 28 giorni.

Dunque per ciaschedun grado d' anomalia , al logaritmo dei giorni della tavola bisognerà aggiungere una volta e mezzo il logaritmo della distanza perielia d' una data cometa , e si avrà il numero de' giorni , che corrisponde a questa data cometa , per lo stesso grado d' anomalia ; o viceversa l' anomalia computata dal perielio per un dato numero di giorni.

903. Il raggio vettore SD (*fig.* 110) dalla cometa , o la di lei distanza dal sole , è uguale alla distanza perielia SP divisa per il quadrato del coseno della metà dell' anomalia vera ; perchè , calata sulla tangente ED una perpendicolare SX , resterà il triangolo a l' angolo ESD diviso in due parti uguali , onda l' angolo DRQ (= ESX) è la metà dell' anomalia vera . Dal triangolo rettangolo RDE si ha quest' analogia RQ : RD :: RD : RE , o 2PS : RD :: RD : 2SD ; dunque PS : SD :: RQ^2 : RD^2 :: (cosen. QRD)^2 : 1 , o sia , come il quadrato del coseno della metà dell' anomalia PSD , al quadrato del raggio . Così trovata che si abbia per un dato tempo l' anomalia vera d' una cometa nella sua parabola (901), si ha il raggio vettore SD , dividendo la distanza perielia SP per il quadrato del co-

ſeno della metà dell' anomalia ſteſſa, e avendoſi un raggio vettore colla ſua anomalia, ſi può ſimilmente trovarne la diſtanza perielia.

904. Quando ſono noti due raggi vettori, e l' angolo compreſovi in una parabola, ſi può trovare la diſtanza perielia, e le due anomalie corriſpondenti. Sieno b e c li due raggi vettori d' una parabola, di cui la diſtanza perielia è 1, a la quarta parte della ſomma delle due anomalie vere, x la quarta parte della loro differenza, ſi avrà queſta proporzione: $\sqrt{b} + \sqrt{c} : \sqrt{b} - \sqrt{c} :: \text{cot. } a : \text{tang. } x$.

Dim. Il quadrato del coſeno della metà d' uo' anomalia vera ſta al quadrato del raggio, come 1 al raggio vettore (903); ma la maggiore delle due anomalie è $2a + 2x$, la minore $2a - 2x$; perciò $\sqrt{b} : \sqrt{c} :: \text{coſen. } (a - x) : \text{coſen. } (a + x)$; ma coſen. $(a - x) =$ coſen. a coſen. $x +$ ſen. a ſen. x, e coſen. $(a + x) =$ coſen. a coſen. $x -$ ſen. a ſen. x, come è noto dalla trigoometria; dunque $\sqrt{b}$ coſen. a coſeo. $x - \sqrt{c}$ coſen. a coſen. $x = \sqrt{b}$ ſen. a ſen. $x + \sqrt{c}$ ſen. a ſeo. x; dunque $\sqrt{b} + \sqrt{c} : \sqrt{b} - \sqrt{c} ::$ coſen. a coſen. x : ſen. a ſen. x : : $\frac{\text{coſen. } a}{\text{ſen. } a} : \frac{-\text{ſen. } x}{\text{coſen. } x} ::$ cot. a : tang. x; cioè la ſomma delle radici dei raggi vettori ſta alla loro differenza, come la cotangente della ſemiſomma della metà dell' anomalie vere alla tangeote della loro ſemidifferenza. Nota la ſemiſomma e ſemidifferenza facilmente ſi trovano le anomalie vere, e dai tempi loro corriſpondenti il tempo del paſſaggio per il perielio, e anche il luogo del perielio.

905. Col mezzo dei precedenti teoremi ſi può trovare una parabola, che s' accordi con due longitudini d' una cometa oſſervata dalla terra. Supponiamo la terra in T in diſtanza TS dal ſole, e che da eſſa ſi veda la cometa ridotta all' ecclittica ſopra un raggio TD, in guiſa che l' angolo STD ſia l' angolo d' elongazione, o la differenza fra la longitudine del ſole e della cometa. Nel triangolo STD non ſi conoſce ſe non un lato e un angolo, è neceſſario ſervirſi d' una ipoteſi per il valore del lato SD diſtanza accorciata della cometa dal ſole; con queſta ipoteſi, ſe ſi vuole arbitraria, ma che ſarà in ſeguito verificata dal calcolo, ſi cerca l' angolo al ſole, ſciogliendo il triangolo TSD, e ſi trova la longitudine eliocentrica della cometa, la latitudine eliocentrica (443) e la diſtanza vera (445) o il raggio vettore.

Lo ſteſſo ſi ripete per una ſeconda oſſervazione, e così ſi hanno due longitudini eliocentriche, e perciò l' angolo di due raggi vettori, che neceſſariamente è la ſomma o la differenza di due anomalie vere; ſe ne conchiuderà ciaſcheduna delle ſteſſe anomalie (904), e perciò il luogo del perielio, la diſtanza perielia (903), e il tempo corriſpondente a queſte due anomalie (902), nella ipoteſi ſulla diſtanza SD della cometa dal ſole; ma ſe l' intervallo di tempo trovato con queſte due anomalie non s' accorda con l' intervallo dato dalle due oſſervazioni, biſognerà cangiare una delle due diſtanze dal ſole che ſi ſono ſuppoſte; e ritenutane una ſi cangierà l' altra, finchè compito il calcolo ſi trovino d' accordo eſſi due intervalli di tempo; e ſi avrà allora la parabola conveniente ad ambedue.

906. Ma non baſta avere una parabola che s' accordi coll' intervallo di due oſſervazioni, avendovene una infinità; perchè in ciaſcuna ipoteſi fatta ſulla prima diſtanza SD della cometa dal ſole, ſi troverà con diverſe ſuppoſizioni riguardo alla ſeconda diſtanza, o della diſtanza dal ſole nella

la ſeconda oſſervazione, una parabola, che s' accorderà colle due ſteſſe oſſervazioni. La difficoltà che reſta conſiſte nel determinare fra tutte queſte parabole quella unica, che s' accordi con una terza oſſervazione.

907. Quando ſi abbiano tre oſſervazioni ſopra una cometa, per mezzo de' teoremi precedenti ſi può determinare la ſua orbita; perchè allora ſi può trovare quella parabola, che s' accorda colle tre oſſervazioni ſteſſe, quando ſi abbiano quelle che s' accordano con due di eſſe. Primieramente ſi ſcelgono due longitudini e due latitudini geocentriche oſſervate, e ſi cercano parabole che ſoddisfacciano a queſte due oſſervazioni; quando ſi hanno due o tre parabole, cioè due o tre ipoteſi, che s' accordino colla ſteſſa eſattezza colle due oſſervazioni, ſi calcola in ciaſcuna di queſte tre ipoteſi il luogo della cometa per il tempo della terza oſſervazione, cercando il luogo del perielio (903), l' anomalia vera (902), il raggio vettore, la longitudine eliocentrica e geocentrica (442), come per li pianeti; fra queſte differenti ipoteſi quella che più s'accorda colla terza oſſervazione, è la migliore; e qualche volta baſta una ſemplice proporzione, per trovare un' altra ipoteſi, che ſoddisfaccia eſattamente alle tre oſſervazioni. Queſto metodo indiretto e di falſa poſizione mi ſembra più ſemplice e più commodo del metodi più diretti e più eleganti delli Sigg. Eulero, Fontaine ec. Io ne ho dato il dettaglio e i precetti, e gli eſempj nel libro XIX della mia *Aſtronomia*.

908. Con ſimile metodo, ma ſenza dubbio più lungo, l' Halley per mezzo delle oſſervazioni degli antichi determinò 24 parabole, o ſia orbite cometarie, compreſavi quella del 1698. Li Sigg. Bradley, Maraldi, de la Caille, Struick, Pingré, ed io, ne abbiamo calcolate delle altre, e il numero di tutte è di 63 compreſavi quella del 1774. Ma non conto che per una ſola tutte le apparizioni di quelle, il periodo delle quali è noto.

909. Gli elementi d' una cometa ſono li ſei articoli, che determinano la ſituazione e la grandezza dell'orbita da eſſa deſcritta, e che ne formano la teoria. Il luogo del nodo veduto dal ſole, l' inclinazione, il luogo del perielio, la diſtanza perielia e il tempo medio del paſſaggio per il perielio, che ſerve d' epoca; finalmente la direzione del di lei moto diretto o retrogrado.

Del ritorno delle comete.

910. Il Nevvton dopo d' avere veduto che la cometa del 1680 avea ſenſibilmente deſcritta una parabola durante la ſua apparizione, con aree proporzionali al tempo (888), ſi perſuaſe che queſta cometa era un vero pianeta, e che l'orbita che in apparenza era una parabola, non era veramente che la parte inferiore d' una grandiſſima e ſommamente eccentrica elliſſi (*Princip. math. pag.* 508, *edit. del* 1687). Egli ſapeva che queſte elliſſi così eccentriche ſi raſſomigliavano alle parabole, e tanto più quanto era minore la diſtanza perielia riſpetto all' aſſe maggiore della elliſſi.

911. La gloria fu dell' Halley che nel 1705 calcolando ſulle antiche oſſervazioni dimoſtrò ciò che il Newton avea indicato in forza delle ſue fiſiche leggi ; egli moſtrò l' identità della cometa 1607 e di quella del 1682, e ne prenunziò il ritorno nel 1759 ; il che ſi verificò eſattamente. Io nella mia teoria delle comete in ſeguito di quella dell' Halley ho ſcritta la Storia del ritorno di queſta cometa inſigne; ſi può anche vedere quel che ſcriſſi nelle *Mem.* del 1759.

912. Quando l' Halley calcolò colle oſſervazioni (908) le parabole di 24 comete, ſe ne trovarono tre ſomigliantiſſime, cioè quelle del 1531, 1607 e 1682 ; le tre parabole erano ſimilmente poſte, le diſtanze perielie erano eguali, e gl' intervalli dei tempi erano di 75 a 76 anni ; perciò ſtimò allora, che potevano eſſere la ſteſſa cometa ; nonnoſtante la differenza delle inclinazioni e de' periodi gli ſembrava troppo grande, e non ardiva chiamarle la ſteſſa cometa ; ma dopo che fra le antiche comete ne trovò tre altre, delle quali ne fu parlato dagli Storici per gli anni 1305, 1380, 1456, a intervalli di tempi in circa eguali, non dubitò più ſulla certezza del ritorno, e attribuì alle vicendevoli attrazioni de' corpi celeſti le differenze, che trovò fra i diverſi periodi di queſta cometa.

913. Tale fu il progreſſo ſu queſto punto delle noſtre cognizioni : alcuni degli antichi filoſofi ſtimarono le comete altrettanti corpi celeſti e periodici (884). Il Newton conchiuſe, che potevano deſcrivere dell' elliſſi ſommamente eccentriche, e ricomparire in ciaſcuna rivoluzione. Halley verificò queſto bel penſiero calcolandone molte, fra le quali ne trovò tre, che avevano eſattamente deſcritta la ſteſſa orbita ; dal che ſi prenunziavano tre apparizioni ; e ciò fu poi pienamente confermato nel ricomparire che fece l' anno 1759 queſta cometa nella ſteſſa orbita, e dopo lo ſteſſo ſpazio di tempo.

914. Vi ſono ancora due comete, il periodo delle quali ſembra noto, e delle quali ſi ſpera vederne il ritorno ; cioè quella del 1532 e del 1661, che ſi aſpettano nel 1789, o 1790 ; quella del 1264 e del 1556 per l' anno 1848 (*Mem. Acad.* 1760 *p.* 192). La gran cometa del 1680 dovrebbe ricomparire nel 2254, ſecondo l' Halley, che la credeva quella, fattaſi vedere al tempo di Ceſare ; e dovrebbe eſſere comparſa negli anni 619 e 2349 prima di G. C., e potrebbe perciò ſervire a quelli, che vogliono ſpiegare fiſicamente il diluvio, come il Wiſthon (*Newv theory of the earth*, *pag.* 186); ma ſicuramente v' ha del dubbio ſul periodo di queſta cometa del 1680, e io trovai eſſervene otto altre comete, che poſſono ben più accoſtarſi alla terra, e farvi naſcere le maggiori rivoluzioni (leggete le mie *Réflexions ſur les cometes* a Paris, chez Gibert 1773).

915. In tutti i corpi, che girano intorno al ſole, i quadrati dei tempi ſono come i cubi delle diſtanze ; quindi è che conoſcendoſi, per mezzo di due ritorni oſſervati, il periodo d' una cometa, ſi trova con una ſola proporzione l' aſſe maggiore della di lei orbita, e ſe ne calcola il luogo vero, come nei pianeti (493, 441).

916. Se

916. Se ſi foſſe veduta ed eſattamente oſſervata una cometa per lungo tempo, ſi avrebbe un'idea della di lei rivoluzione, o ſi determinarebbe la di lei ellifſi con metodi indiretti come ho fatto nella parabola; ma il calcolo ſarebbe tanto lungo, e il riſultato sì poco ſuſcettibile d'eſattezza, che ſtimo meglio non entrare nel dettaglio di queſto punto. Noterò ſoltanto, che il metodo più commodo ſarebbe queſto: primieramente ſi determinerà nell'ipoteſi parabolica la diſtanza perielia, e il tempo del paſſaggio per il perielio per via d'oſſervazioni non molto lontane; onde queſta diſtanza perielia poſſi accordarſi nello ſteſſo modo coll'ellifſi e colla parabola, e ſia indipendente dall'ipoteſi: poſcia ſi calcolerà la differenza fra la parabola e l'ellifſi per via d'oſſervazioni le più lontane, in diverſe ipoteſi di rivoluzioni ellittiche; dal paragone poi fra le differenze calcolate e gli errori oſſervati, cioè dalla differenza fra l'oſſervazione, e il riſultato dall'ipoteſi parabolica, ſi deciderà quale delle diverſe ſuppoſte ellifſi s'accordi con queſte lontane oſſervazioni.

917. Con un calcolo fatto ſoltanto all'incirca per la cometa del 1759, trovai che ſe ſi foſſe determinato il perielio per via delle tre oſſervazioni 12 Marzo, primo Aprile e primo Maggio, ſi avrebbe trovato li 31 Maggio un errore di 2' per tre anni di differenza ſulla rivoluzione, ciocchè prova non eſſere impoſſibile il trovare il periodo d'una cometa dentro tre anni con una ſola apparizione di tre meſi.

Diverſe oſſervazioni ſulle comete.

918. L'ineguaglianza del moto delle comete in ellifſi molto eccentriche ſi può rappreſentare con una macchina molto ſemplice pubblicata dal Deſaguliers ſotto il nome d'*iſtrumento cometario*, ch'è ſtato anche deſcritto dal Sig. Ferguſon (*aſtronomy explained*, 1764, *pag.* 288). Queſto conſiſte in due ruote ellittiche, ciaſcuna mobile intorno al foco, una delle quali conduce l'altra per via d'una corda, che ambedue le abbraccia, incroccichiandoſi; le ruote continuamente ſi toccano; onde ne avviene che ſe la prima gira uniforme, la ſeconda ſarà più veloce, quando il ſuo perielio toccherà l'afelio della prima, che quando il ſuo afelio toccherà il perielio della prima. Se dalla ſeconda ellifſe, che gira ineguálmente, ſporga in fuori un'*alidada* che porta infilzato un piccolo globo ritenuto dentro un canale ellittico, queſto rappreſenterà beniſſimo la velocità del perielio, e la lentezza dell'afelio, e l'aree ancora ſaranno proporzionali ai tempi.

919. Anche molto prima di Ticone ſi ſapeva che il moto apparente delle comete, oſſervato durante la loro apparizione, non era uniforme; nonnoſtante Ticone non facea gran caſo di queſta diſuguaglianza, e non vi ſcorgeva perciò l'effetto della parallaſſi annua, e del moto della terra. Ma Keplero nel ſuo trattato delle comete lo vide beniſſimo, e dice, che ſuppoſto il moto di quella del 1618 in linea retta, e con diminuzione uniforme, ſi vedrebbe l'effetto del moto della terra nella longitudine, e nella latitudine della cometa, e che il moto in apparenza tortuoſo, non poteva eſſere tale, che per cauſa del moto della terra; egli finiſce

il

il ſuo primo libro col dire : quante ſono le comete in cielo , tante ſono le prove del moto della terra intorno al ſole , ſenza quella che ſi ha dal moto dei pianeti.

920. La cometa del 1729 , oſſervata dal Caſſini per molti meſi , dopo avere ſcorſi più di 15° verſo l' occidente dal capo del Cavallo minore fino alla coſtellazione dell' aquila , ſi curvò toſto tornando verſo l' oriente , ciocchè moſtrava ſtupendamente l' effetto della parallaſſi annua . Può ſuccedere che queſto effetto rieſca maggiore : ſe una cometa retrograda , la di cui diſtanza dalla terra ſia eguale alla diſtanza media della luna , ſi trovaſſe perielia e in oppoſizione , avrebbe 140° di moto orario , e ſi potrebbe perciò vedere una cometa ſcorrere in meno di tre quarti d'ora dall' orizzonte al zenit , e perdere poi più di quattro ore a giungere all'orizzonte occidentale , o ſoggetta vedrebbeſi ad altri ſingolari particolarità dello ſteſſo genere.

Queſte ineguaglianze ſono ſoltanto apparenti ; ma devo accennare un' altra irregolarità , che ſi è ſcorta nel 1759 , e che affetta il moto reale e intrinſeco d' ogni cometa nelle loro elliſſi , e queſta è l' attrazione degli altri corpi celeſti , ſpecialmente di giove e di ſaturno ; e forſi v' hanno parte le attrazioni ancora degli altri pianeti e delle altre comete . Queſta attrazione s'è manifeſtata in un modo il più ſingolare nel ritorno che fece l' anno 1759 la cometa del 1682. Il periodo della medeſima fra il paſſaggio per il perielio li 26 Ottobre 1607 e quello dei 14 Settembre 1682 , è ſtato minore di 585 giorni del periodo ſeguente compitoſi li 13 Marzo 1759.

921. Quando nel 1757 ſi cominciò a parlare ſul ritorno di queſta cometa predetto dall' Halley , ſi vide che l' ineguaglianza dei ſuoi periodi precedenti laſciava quaſi un anno d' incertezza ſul tempo dell' apparizione ; l' Halley aveva notato , che queſta cometa nel 1681 paſſando molto vicina a giove , doveva eſſerne ſtata ſortemente attratta , con che potea prolungarſi l' apparizione vegnente fino al principio del 1759 ; ma l' Halley ſteſſo non faceva gran caſo di queſto penſiero ; io eſortai però il Sig. Clairaut ad applicarvi la ſua teoria dell' attrazione , o del problema dei tre corpi , offerendogli tutti i calcoli aſtronomici neceſſarj ; gli diedi le ſituazioni della cometa , e le forze da giove e da ſaturno ſu di eſſa eſercitate per lo ſpazio di 150 anni , cioè di due rivoluzioni , nella direzione dei raggi vettori o perpendicolarmente agli ſteſſi , unitamente alle ordinate e ſuperficie di tutte le curve eſprimenti gl' integrali delle equazioni del problema . Così trovò il Sig. Clairaut , che la rivoluzione della cometa dovea eſſere di giorni 611 maggiore di quella che ſi compì dal 1607 fino il 1682 ; 100 dei quali giorni doveano attribuirſi all' azione di ſaturno , gli altri 511 di giove . Secondo queſti primi calcoli la cometa dovea paſſare per il ſuo perielio verſo la metà d' Aprile , ma vi paſsò li 13 Marzo ; il quale errore d' un meſe fu prodotto dalle piccole quantità che ſi ſono traſcurate negl' immenſi calcoli da noi fatti. Veggaſi la *Theorie du mouvement des cometes* del Sig. Clairaut , e gli *Opuſcules mathématiques* del Sig. d'Alembert, t. II.

922. Fra

922. Fra le 60 comete che ci ſon note ne trovo molte, che ſi poſſono accoſtare aſſai alla terra e produrvi degli effetti ſenſibili; e fra quelle che ignoriamo ve ne avranno forſe, che poſſono cagionare delle prodigioſe rivoluzioni. Una cometa della grandezza della terra, che ſi trovaſſe in diſtanza da noi di leghe 13290 (migl. ital. 31816) potrebbe produrre nel mare una marea alta 2000 toeſe (migl. ital. 2 $\frac{1}{4}$); o ſe vi ſi tratteneſſe per molto tempo, potrebbe ſommergere tutta la terra, ſiccome l' ho io moſtrato nelle mie *Reflexions ſur les comètes* 1773. Sembra difficile che non abbia un dì a ſuccedere qualche ſimile rivoluzione; ma è impoſſibile il determinarne il quando. Non conoſciamo nè anche la quarta parte delle comete, e fra le 60 oſſervate, ſole 7, o 8 poſſono accoſtarſi alla terra, e anche urtarla, ſe la terra s' incontraſſe nel nodo al tempo ſteſſo, in cui vi paſſaſſe una cometa, in guiſa che in queſto caſo ſi trovaſſe il nodo preciſamente ſull' orbita terreſtre; ma queſte tre circoſtanze ſi uniſcono tanto difficilmente, che fu una vera pazzia il timore che ſi ſparſe nel meſe di Maggio ultimo all' occaſione della mia memoria.

La cometa del 1680 eſſendoſi trovata lontana nel perielio dal ſole per la ſeſta parte ſoltanto del diametro ſolare, potrebbe ſuccedere per la reſiſtenza dell' armoſfera del ſole e per l' attrazione delle altre comete nel ſuo afelio, che la cometa ſteſſa cadeſſe nel ſole; in tal guiſa, dice Newton, la bella ſtella del 1572 potè comparire a un tratto, rianimata ed accreſciuta da buona copia di nuova materia.

923. Gli antichi le chiamarono comete per la luce ineguale, di cui per lo più ſono cinte, e le hanno diſtinte in molte ſpezie (Plinio, II. Evelio *in cometographia*). Vi ſurono però delle comete ſenza coda e ſenza chioma; e quelle che ſi tiravano dietro più lunga coda, furono le ſeguenti. Quella, di cui parla Ariſtotele, che verſo l' anno 371 prima di G. C. occupava la terza parte dell' emiſfero, o 60° circa. Quella, di cui parla Giuſtino (lib. 37) comparſa ſul naſcere di Mitridate, 130 anni avanti G. C., così terribile, che ſembrava occupare tutto il cielo, s' eſtendeva per 45°. Un' altra cometa al riferire di Seneca (VII. 15) verſo l' anno 135 copriva tutta la via lattea. La cometa del 1456 occupava 2 ſegni, o 60° (Pontanus *in centiloquio*); e quella del 1460 incirca 50° ſecondo lo ſteſſo autore. La cometa del 1618 avea una coda lunga almeno 70°, ſecondo Keplero, e anche 104° ſecondo il Longomontano, li 10 Dicembre 1618. Le miſure delle code di molte altre comete ſi leggono nel Riccioli (*Alm.* II. 25); ma dopo queſte ſi vide la cometa del 1680 una delle più ſorprendenti per l' eſtenſione della coda (Veggaſi *le traité de M. Caſſini ſur le Comète de* 1680 *&* 1681).

924. La cometa del 1744 ſi vide ai noſtri dì colla coda diviſa in molti rami, ch' era notabiliſſima, e che li 19 Febbr. s' eſtendeva fino ai 30° (Veggaſi *le traité de la comète de* 1744 *par M. de Cheſeaux*). Nei paeſi meridionali, dove l' aria è più pura e ſerena, queſte code ſi diſtinguono più chiaramente e compariſcono più lunghe. La cometa del 1680 ſtra-

ſtraſcinava una coda di 62° a Parigi ſecondo il Caſſini, e di 90° a Coſtantinopoli; quella del 1759 da Parigi vedevaſi quaſi ſenza coda, vi ſi ſcorgeva ma a ſtento qualche leggiero indizio; al contrario a Montpellier, ſecondo il Sig. da Ratte, la coda era di 25° li 29 Aprile, e la parte più lucida di 10°. E il Sig. de la Nux corriſpondente dell' Accademia all' Iſola di Bourbon la vide molto maggiore. Finalmente la coda della cometa del 1769 vedevaſi in Parigi di 10° circa, di 40° a Marſiglia, di 70° a Bologna, e di 90° la vide il Sig. Pingrè che trovavaſi in mare fra la Teneriffa e Cadice, ma era deboliſſima; ſimilmente accade alla luce zodiacale, che nella zona torrida vedeſi coſtantemente e per una eſtenſione maggiore di 100 gradi.

925. Seneca ſapeva che le code delle comete ſono traſparenti, e laſciano perciò vedere le ſtelle (*Lib. VII. c.* 18). Il Nevvton dimoſtra che ſono d'una ſoſtanza infinitamente più tenue e più rara di quello che poſſiamo penſarlo.

926. Appiano fu il primo a provare che le code delle comete erano ſempre appreſſo a poco oppoſte al ſole (*Aſtronomicum Cæſareum*, 1540); e queſta legge fu allora confermata da Gemma Friſio, Cornelio Gemma, Fracaſtoro, Cardano; nonnoſtante Ticone non la teneva per generale, nè per dimoſtrata, ma al dì d'oggi è ricevuta comunemente. Vi ſi ſcopre ſoltanto una curvatura, che naſce dalla poſizione della terra fuori del piano dell' orbita della cometa, e dal moto della cometa ſteſſa (*Hevelius in cometog.* Caſſini *ſur la comete de* 1680, *pag.* X. Nevvton *Lib. III.*).

927. La coda delle comete, ſecondo il Nevvton, naſce dalla propria atmoſfera delle comete (*Princ. math. lib. III. prop.* 41). Il fumo e i vapori, dice egli, poſſono allontanarſi, o per l' impulſo dei raggi ſolari, come giudicava Keplero, o piuttoſto per la rarefazione prodotta nelle atmoſfere delle comete dal calore.

928. E conferma queſta opinione colla cometa del 1680, che nel meſe di Decembre, dopo eſſere paſſata molto vicina al ſole, diffondeva una luce molto più lunga e più brillante che nel meſe di Novembre prima del ſuo perielio. Queſta regola è anche univerſale, e gli parve baſtante a provare, che la coda delle comete non è che un leggeriſſimo vapore, alzatoſi dal nucleo della cometa per il calore. Il Sig. Eulero vi aggiunge l' impulſo della luce (*Mem. de Berlin an.* 1746 *pag.* 121), e il Sig. de Mairan l' atmoſfera del ſole o la luce zodiacale.

929. Non ſe ne vide una maggiore della coda che tiravaſi dietro la cometa del 1680, perchè non ſi vide altra cometa più di eſſa vicina al ſole: li 18 Dicembre 1680 era vicina al ſole 166 volte di più della terra. Queſta cometa era eſpoſta a un calore 28000 volte maggiore del noſtro nel ſolſtizio d'eſtate; il calore dell' acqua bollente è triplo di quello, che una terra ſecca riceve allora dal ſole, e il calore d'un ferro rovente tre o quattro volte maggiore di quello dell' acqua bollente, ſecondo il Nevvton; dunque la cometa del 1680 dovette concepire un calore 2000 volte in circa maggiore di quello del ferro rovente, e un globo di ferro

del

del ſuo diametro avrebbe conſervato il ſuo calore per 50000 anni. Il Sig. de Buffon ſtima doverſi correggere in molti punti queſto calcolo del Nevvton, e promiſe di pubblicare delle ſperienze curioſiſſime ſul calore e la durata del raffreddamento dei metalli, che dipende dalla loro fuſibilità.

LIBRO UNDECIMO.

Della rotazione de' pianeti, e delle loro macchie.

930. Fin da quando si sono scoperti i telescopj si scorse nel sole il moto intorno all' asse. Sappiamo che la terra pure gira ogni giorno intorno al suo asse (384); così pure la luna, giove e marte; e infatti è difficile a concepirsi come il moto impresso nei pianeti, con cui descrivono le loro orbite, non sia accompagnato dal moto di rotazione; bisognerebbe che la direzione passasse per il centro in modo che non vi fosse la minima differenza.

Nonnostante la rotazione, quanto alla durata, non dipende dalla rivoluzione; un pianeta può camminare per la sua orbita per via d' un moto di traslazione da occidente in oriente senza girare sull' asse, e può girare su d' un asse qualunque in senso opposto, e con una qualunque velocità (405); così il moto di rotazione non dipende in conto alcuno dal moto di rivoluzione, che abbiamo esaminato nel libro III. Non si può questo moto determinare se non per via delle osservazioni, come ora vedremo.

931. Giovanni Beornoulli in una memoria di Dinamica, in cui considera i centri spontanei di rotazione, fa vedere che una forza di projezione applicata non al centro della terra, ma un poco più lungi dal sole, e ciò di $\frac{1}{150}$ di raggio, produrrebbe nella terra supposta rotonda e omogenea due moti molto conformi a quelli che si osservano; per marte egli trova $\frac{1}{418}$; per giove $\frac{7}{19}$ (Bern. *opera* T. IV. *pag.* 283); per la luna si trova $\frac{1}{150}$. Se l' impulso primitivo fosse stato applicato a maggiori distanze da ciaschedun centro, il moto di rotazione sarebbe più celere, qnale velocità certamente dipende dalla causa dell' impulso primitivo, ed è probabile che tutti i corpi, in cui v' ha un moto di rivoluzione, ne abbiano anche uno di rotazione. Il sole stesso gira sul suo asse, ed è probabile, che vi girino anche le stelle.

932. La rotazione del sole su la prima a scoprirsi, ed è anche la più sensibile. Le macchie, che di quando in quando si veggono nel sole ce l' hanno fatta scoprire, e ci servono per osservarla. La prima scoperta delle macchie solari leggesi in una grande opera di Scheinero intitolata: *Rosa Ursina*, pubblicata nel 1630.

933. Era il P. Scheinero Professore di Mattematica a Ingolstadt nel mese di Marzo 1611, quando osservando con un telescopio a traverso di alcune nubi il sole, vide la prima volta le sue macchie, e le mostrò al P. Cysati e a molti de' suoi discepoli; la fama tosto si divulgò, e si stimolò il P. Scheinero a pubblicare le sue scoperte; ma siccome questo fenome-

nomeno ſembrava contrario ai principj peripatetici di quel tempo, i di lui ſuperiori temendo di porli con ciò in pericolo di diſcredito, furono pubblicate ſotto il finto titolo *Apelles poſt tabulam* da un Magiſtrato d' Augsbourg, detto Velſero.

934. Galileo preteſe di eſſerne lui ſtato il primo ſcopritore, e l' accusò di plagio; Scheinero ſi giuſtificò molto diffuſamente nella ſua opera; Giovanni Fabricio figlio di Davidde le avea parimenti oſſervate a Vitemberga, e ne pubblicò gli avviſi nel Luglio 1611: ſecondo il Keplero egli le avea vedute prima del P. Scheinero. Weidler (*Hiſt. Aſtronomiæ*, *pag.* 435).

935. Le macchie del ſole ſono parti nere irregolari, che di quando in quando ſi veggono nel ſole, e che ſembrano girare in giorni 25 14^h intorno al ſole (959); una ſe ne vede in N (*fig.* 114) rappreſentata ſul diſco del ſole.

Le fiaccole, delle quali ſpeſſo parlano Scheinero ed Evelio non mi ſembrano eſſere che il fondo luminoſo del ſole, che qualche volta ſi ſcorge fra gl' interſtizj delle macchie o dell' ombre, e che ſembrano come punti più luminoſi del reſto del ſole. Il Caſſini nonnoſtante dice, che furono viſti ſul ſole dei punti più brillanti del reſto della ſuperficie (*Elem. di Aſtr.* 403); ma egli chiama fiaccole quelle leggere macchie, che qualche volta ſi ſcorgono in quello ſteſſo ſito, in cui ſvanì qualche macchia (*Anciens mem. de l' Acad. tom.* X. *pag.* 661).

Le ombre ſono una nebuloſità biancaſtra, che circonda ſempre le macchie grandi. Evelio le paragona all' impreſſione che fa il fiato ſullo ſpecchio appannandolo (*Selenographia*, *pag.* 84); alle volte, die' egli, queſt' atmoſfera delle macchie è giallaſtra *inſtar halonis*, e ne porta un eſempio; alle volte ſi veggono ſole ombre, le quali poi ſi cangiano in macchie, come l' oſſervò nel meſe d' Agoſto 1643; queſte ombre hanno per lo più una grandiſſima eſtenſione. Evelio ne ſcorſe una nel Luglio 1643, che occupava più della terza parte del diametro ſolare (*pag.* 506).

936. Le macchie del ſole ſervono a ſpiegare alcuni fenomeni che ſi leggono nelle Storie. Negli annali di Francia pubblicati a Parigi nel 1588 (*Vie de Charlemagne*, *pag.* 62) ſi legge, che l' anno 807 XVI. *Kal. April.* Mercurio ſi vide nel ſole, come una piccola nera macchia, che ſi vide in Francia per 8 giorni, e che per cauſa delle nubi non ſi potè oſſervare il tempo dell' entrata e della uſcita. Queſto non potè eſſere che una macchia (727); e altrettanto deveſi giudicare di quel che riferiſce Keplero aver veduto li 18 Maggio 1607. Per mezzo delle macchie ſolari lo Scheiner ſpiega molti fenomeni ſingolari, che ſi trovano nelle Storie, riguardanti la diminuzione di luce nel ſole.

937. I due fatti che ſono in Abulfaradge (*Hyſ. Dynaſt.*) ſi devono ripetere dalle grandi macchie del ſole, ſe loro ſi preſti fede. L' anno 535 la luce del ſole fu ſoggetta a una diminuzione ſenſibiliſſima per lo ſpazio di 14 meſi; nell' anno 626 la metà del diſco ſolare ſi oſcurò, e vi rimaſe dall' Ottobre fino al Giugno: queſte macchie ſi veggono anche per mezzo d' un ſemplice vetro affumicato (941).

938. Il P. Scheiner s' impiegò a ridurre le macchie ſolari all' ecclittica: notava attentamente la ſituazione loro riſpetto al verticale, o ai paralelli dell' equatore, e così diſegnava in carta il cammino delle ſteſſe per tutti li 13 giorni della loro apparizione. Se ne veggono in gran numero diſegnate nella di lui opera dal 1618 fino al 1627; dalle quali ricavò le ſeguenti regole (*Roſa Urſ. pag.* 225).

939. Sul fine di Maggio e principio di Giugno le macchie deſcrivevano delle linee rette inclinate all' ecclittica dal nord al ſud, cioè dirette da A in B (*fig.* 114). Sul fine di Novembre o principio di Dicembre deſcrivevano delle linee rette dal ſud al nord, da C in D. Per tutto l' inverno e primavera la linea da eſſe deſcritta era concava verſo il ſud, e conveſſa al nord; ma negli altri ſei meſi, cioè dal principio di Giugno fino al principio di Dicembre era concava verſo il nord, come nell' elliſſi RXVMO.

La maſſima apertura di queſte elliſſi s' oſſerva al principio di Marzo e Settembre, allora l' aſſe minore di ciaſcuna elliſſi è di $\frac{13}{100}$ del maggiore. Tutte le macchie del ſole, le ombre ſteſſe e le fiaccole camminano una ſtrada ſimile dal momento in cui ſi fanno vedere fino al momento in cui ſvaniſcono. E lo ſteſſo oſſervaſi nelle piccole e nelle grandi, in quelle che ſi veggono per pochi giorni, e in quelle che compiono molte rivoluzioni, in quelle che paſſano per il centro del ſole, e in quelle che preſſo i poli. Queſta ſola regolarità è baſtante a moſtrare, che le macchie ſolari ſono aderenti allo ſteſſo corpo del ſole, e che non hanno altro moto che quello del ſole ſteſſo intorno all' aſſe.

Quaſi tutte le oſſervazioni dello Scheinero furono poi confermate da quelle dell' Evelio; anche il Caſſini le oſſervò molto; e in molti volumi delle *Mem. de l' Acad.* ſul principio di queſto ſecolo ſi trovano molte di tali oſſervazioni.

940. Dalle quali ne riſulta, che le macchie del ſole ſono variabiliſſime. Scheinero le vide alcune cangiarſi di figura, creſcere, diminuirſi, convertirſi in ombra, ſvanire. Anche il Sig. de la Hire vide alcune macchie diſſiparſi affatto ſul diſco ſolare (*Mem.* 1702 *pag.* 137). Vi ſon delle macchie, che dopo eſſere ſvanite, ricompariſcono nello ſteſſo luogo. Il Caſſini giudica che la macchia del meſe di Maggio 1702 foſſe quella ſteſſa del Maggio 1695 (*Mem. Acad.* 1702 *pag.* 140), cioè che foſſe nello ſteſſo ſito. Non vi fu macchia che ſi abbia viſta per più lungo tempo di quella che fu oſſervata ſul fine del 1676 e principio del 1677; eſſa durò per più di 70 giorni, e ſi fece vedere in ogni rivoluzione (Caſſini *Elem. d' Aſtr. pag.* 81).

941. Le apparizioni di queſte macchie non ſono regolari; verſo l' anno 1611, in cui furono ſcoperte, non ſi vedeva mai il ſole ſenza macchie, ve n' era ſpeſſo un gran numero. Lo Scheinero ne numerò 50 in una ſol volta. Ma poco dopo ſi reſero più rare. Dall' anno 1650 fino al 1670 non vi fu modo di ſcorgerne più d' una o due, e queſte per poco tempo. Dal 1695 fino al 1700 non ſe ne vide alcuna; dal 1700 fino

al

al 1710 nell' accademia ſe ne parla continuamente ; nel 1710 ſe ne vide una ſola ; nel 1711 e 1712 neſſuna ; nel 1713 una ſola nel meſe di Maggio ; dopo il qual tempo ſe ne videro quaſi ſempre . Il Caſſini nel 1740 così parla : *ora ſono tanto frequenti , che rariſſime volte s' oſſerva il ſole ſenza qualche macchia , e per lo più ſe ne vede gran numero* . Io poſſo dire lo ſteſſo dal 1749 fino al 1773. La più grande e più nera l'ho veduta alla metà di Settembre 1763 ; la ſua lunghezza era almeno d' un minuto , e dovea perciò eſſere più larga tre volte della terra tutta ; ne ho vedute di grandiſſime anche li 15 Aprile 1764 , e gli 11 Aprile 1766.

942. Le macchie del ſole compariſcono ſul lembo orientale ſommamente ſtrette , ciocchè moſtra poca la loro altezza , o piuttoſto che ſono ſulla ſuperficie del ſole ; ma biſogna notare , che quando anche aveſſero una grandiſſima altezza , potrebbero non vederſi ſul lembo del ſole , per non avere le medeſime alcuna luce , e per non vederſi ſe non quando interrompono la luce del diſco ſolare ; ma ſe aveſſero una certa altezza , almeno ſi vedrebbe l' altezza tutta toſto che ſi cominciaſſe la loro projezione ſul ſole.

943. Alcuni fiſici tenevano queſte macchie come tanti corpi ſolidi che girino intorno al ſole (Tarde le chiama *Sydera Borbonia* , e un altro per nome Maupertuis *Sydera Auſtriaca* , Evel. *Selen. pag.* 83) ; ma ſe ciò foſſe vero , eſſe macchie ſi naſconderebbero appreſſo poco la ſteſſa porzione ſolare ſul lembo , o nel mezzo ; e il tempo , in cui ſi fanno vedere , ſarebbe più corto di quello in cui reſtano occulte ; ma al contrario queſti tempi li troviamo eguali , ſalva la piccola differenza che deve produrre la grandezza del diametro ſolare , e la vicinanza di queſte macchie a uno dei poli del ſole ; finalmente non potrebbero reſtare inviſibili per il corſo di anni interi (941) , e compire le loro rivoluzioni nello ſteſſo ſpazio di tempo.

Galileo , che non era punto attaccato al ſiſtema dell' incorruttibilità de' cieli , giudica queſte macchie una ſpezie di fumo , di nube , o di ſchiuma formataſi ſulla ſuperficie del ſole , e nuotante in un oceano di materia ſottile e fluida. Evelio pure era di queſta opinione , e nel tempo ſteſſo combatte il ſiſtema della incorruttibilità de' cieli.

944. Ma ſembrami , che ſe foſſero così mobili come le fanno Galileo e l' Evelio , non ſarebbero così regolari nel loro corſo come lo ſono ; e poi la forza centriſuga per la rotazione del ſole tutte le ſpingerebbe in uno ſteſſo ſito ; al contrario veggonſi ora verſo l' equatore ſolare , ora verſo i poli. Finalmente ricompariſcono alle volte nello ſteſſo ſito , in cui ſvanirono : onde tengo per più probabile il penſiero del Sig. de la Hire (*Hiſt. Acad.* 1700 *pag.* 118 *Mem.* 1702 *pag.* 138).

Queſti giudica le macchie del ſole eſſere alcune eminenze d' una maſſa ſolida , opaca , irregolare , che nuoti nella materia fluida del ſole , e in cui alle volte interamente vi s' immerge . Forſi queſto corpo opaco è la maſſa del ſole coperta comunemente dal fluido igneo , e che per il fluſſo e rifluſſo di eſſo fluido ſi fa qualche volta vedere alla ſuperficie , e mo-

ſtra

ſtra così alcune delle ſue eminenze. Quindi ſi ſpiegano le diverſe forme, ſotto le quali compariſcono queſte macchie, e ſi ſpiega ancora come ricompariſcano di nuovo dopo l' occultamento per molte rivoluzioni, in quello ſteſſo ſito, in cui ſi ſarebbero vedute ſe aveſſero continuato a farſi vedere. Si ſpiegano ancora le fiaccole, e quella nebuloſità biancaſtra, da cui ſono ſempre cinte le macchie, e che ſono le parti del corpo ſolido, in cui non vi reſta più che un leggero ſtrato di quel fluido. Nonoſtante il Sig. de la Hire dopo alcune oſſervazioni aggiunge, che biſognerebbe accordare molti di queſti corpi opachi nel ſole, o ſupporre che la parte nera poteſſe dividerſi, indi riunirſi.

Dell' equatore, e della rotazione del ſole.

945. Le macchie del ſole ci fecero conoſcere la di lui rotazione intorno a due punti, che ſi devono dire i poli del ſole. Quel cerchio che ſi trova ſul globo ſolare in diſtanza eguale da' due poli (*15*) ſi dirà l' equatore ſolare; la di cui ſituazione ſi determina per via del moto apparente delle macchie, cioè la di lui inclinazione, e i nodi ſull' ecclittica, come ora ſpiegheremo.

946. Il modo d' oſſervare le macchie del ſole è lo ſteſſo che per li paſſaggi di venere; ſi adopera il quadrante o il reticolo. Scheinero ed Evelio facevano entrare in una Camera oſcura per via d' un cannocchiale l' immagine del ſole. Ma oggidì ſi ſtima meglio d' oſſervare direttamente il ſole, e determinare la differenza d' altezza e d' azimuto, o la differenza d' aſcenſione retta, e di declinazione fra la macchia e il centro del ſole, onde dedurne la differenza di longitudine e latitudine, alla quale biſogna ſempre ricorrere. Sia D (*fig. 111*) una macchia, o il diſco di venere, NM il diametro verticale del ſole; quando ſi è oſſervato il paſſaggio del lembo del ſole, e della macchia per un filo verticale PB, o HD, ſi ha la differenza orizzontale BD, e perciò DE; i paſſaggi per un filo orrizzontale MG, EB, ci danno la differenza d' altezza DG, e perciò GE. Dunque nel triangolo GED ſi troverà l' angolo ECD, e il lato CD. Levando l' angolo del verticale col cerchio di latitudine LCI, cioè l'angolo MCI, dall'angolo EGD, reſta l'angolo di congiunzione DCK, e conoſcendo CD coll' angolo adjacente facilmente ſi trova la latitudine CK della macchia, e la differenza di longitudine KD fra il ſole e la macchia.

947. Quando ſi ſarà per molti giorni ſucceſſivi oſſervata la differenza di longitudine e latitudine fra la macchia e il centro del ſole, ſi diſegneranno in carta per giudicarne del loro progreſſo. Sia S (*fig. 114*) il centro del diſco ſolare, SE una porzione dell' ecclittica, M una macchia, ML la differenza di latitudine fra il ſole e la macchia; X, V, M, O i ſiti ſucceſſivi della macchia ſul ſuo paralello apparente RO; ſi ſcorgerà facilmente, che queſte poſizioni formano in circa un' elliſſi, eccettuato il tempo verſo il principiare di Giugno e Dicembre, in cui queſta elliſſi ſi riduce a una linea retta.

948. L'

948. L' apertura apparente dell' ellissi descritte dalle macchie solari, è proporzionale all' inclinazione del raggio visuale, o alla elevazione della terra sopra al piano dell' equatore solare, la quale elevazione si dee misurare dal centro del sole. Sia S il centro del sole (*fig.* 115), E A Q V il piano dell' equatore solare, S T la linea diretta verso la terra, ch' è sempre nel piano dell' ecclittica, e che bisogna immaginarsela elevata sopra il piano della figura, l' angolo T S V è l' elevazione del nostro occhio sopra il piano dell' equatore solare, e rappresenta l' obliquità sotto cui veggiamo il cerchio dell' equatore; e il seno di questo angolo sarà l' asse minore dell' ellissi, e il maggiore sarà il seno tutto (674). Così essendo l' asse minore di quest' ellissi di $\frac{23}{100}$ del maggiore, quando l' ellissi sono le più aperte, cioè sul principio di Marzo e Settembre, si può concludere che l' equatore del sole non ha mai col nostro occhio maggiore inclinazione di $7^{\circ}\frac{1}{2}$. L' angolo T S V è la latitudine eliocentrica della terra rispetto all' equatore solare; l' argomento di questa latitudine è la distanza della terra dal nodo dell' equatore solare, o dal decimo grado del sagittario (959). Per trovare in ogni tempo l' apertura dell' ellissi che saranno descritte dalle macchie, basta multiplicare il seno di $7^{\circ}\frac{1}{2}$ per il seno della distanza della terra, o del sole dall' uno dei nodi.

949. Questa regola per trovare tale apertura suppone la terra immobile durante l' apparizione d' una macchia; ma il moto della terra rende apparentemente più lungo l' asse maggiore, o per meglio dire, fa sì che il cammino descritto dalla macchia non sia veramente un' ellissi; e le regole precedenti non sono esatte che dopo avere ridotte le osservazioni al punto che si avrebbe, se la terra o il sole fossero restati immobili durante il tempo della osservazione. Infatti la terra che continuamente si alza sopra il piano dell' equatore solare, non lascia che il cerchio descritto dalla macchia comparisca esattamente in forma di linea retta, nè di ellissi, che veramente vedrebbonsi stando ferma la terra, o almeno sarà un' ellissi in ciascun giorno variabile; così questa curva disegnata in carta non ci serve che per potere scorgere il progresso, o l' esattezza delle osservazioni, e a guidarci nel calcolo.

950. Nota la differenza di longitudine S L (*fig.* 114) e la differenza di latitudine M L (946), si troverà la linea S M, e l' angolo L S M. Questa linea S M, presa sul disco apparente del sole, è la projezione, o il seno d' un arco del globo solare, il cui centro è nel centro S di esso globo, come abbiamo veduto nelle ecclissi del sole (672). Per conoscere questo arco del globo solare, che corrisponde alla linea retta S M, o l' arco di distanza, servirà questa proporzione: il raggio del sole ridotto in secondi sta al coseno del semidiametro solare, come la lunghezza S M al seno dell' arco che gli corrisponde; e si avrà l' arco, o angolo sotto cui un osservatore situato nel centro del sole vedrebbe la macchia M lontana dalla terra; perchè la terra sembra corrispondere al punto S, o al

polo

polo ſteſſo del cerchio A R D, che è il lembo del ſole veduto dalla terra.

951. Per vedere la verità di tal regola biſogna conſiderare il raggio T G (*fig.* 116) che tocca il diſco ſolare in G, e con C A T forma l' angolo del ſemidiametro apparente C T G; ſe queſto angolo è di 15', l'angolo T C G ſarà di 89° 45', e queſta è eſattamente la perpendicolare G H, o il ſeno di 89° 45', che corriſponde a 15' o a 900": dunque ſi dovrà dire, come li 900" al ſeno di 89° 45', così è il numero de' ſecondi oſſervato per una diſtanza B E al ſeno de' gradi e minuti dell' arco A B corriſpondente.

952. Ora poſſiamo determinare la longitudine eliocentrica della macchia, colla ſua latitudine veduta dal ſole. Sieno P ed E i poli dell'ecclittica (*fig.* 117) ſolare, P R E K il cerchio maſſimo che divide l'emiſfero volto verſo la terra, dall'oppoſto; T il punto del globo ſolare, al quale corriſponde la terra cioè il punto che ha la terra nel ſuo zenit, o che a noi ſembra corriſpondere al centro ſteſſo del diſco ſolare, M il punto in cui è la macchia, T M l' arco di diſtanza determinata col calcolo precedente (950); l' angolo M T P formato dal cerchio di latitudine P T, e dal cerchio T M, che uniſce il luogo della terra con quello della macchia, è compoſto d' un angolo retto P T L e dello ſferico L T M, ch'è lo ſteſſo con l' angolo piano L S M della *fig.* 114 determinato per oſſervazione (950). Nel triangolo ſferico M T P formato ſulla conveſſità del globo ſolare, è noto P T, ch' è ſempre di 90°, T M ch'è l'arco di diſtanza, e l'angolo P T M; ſi troverà perciò l' angolo T P M al polo dell' ecclittica, che ſarà la differenza di longitudine fra il luogo della terra e il luogo della macchia, che corriſponde al punto L dell'ecclittica; ſi troverà parimenti P M ch'è la diſtanza della macchia dal polo boreale dell'ecclittica, e ſi avrà la latitudine eliocentrica L M di eſſa macchia.

953. La differenza di longitudine trovata ſi aggiungerà alla longitudine della terra (cioè a quella del ſole accreſciuta di 6 ſegni), ſe il punto L è realmente alla dritta o all'occidente del centro del ſole (*fig.* 114 117); o ſi leverà, ſe la macchia foſſe nella parte orientale del ſole, cioè ſe la medeſima non paſsò ancora la ſua congiunzione apparente, e così ſi avrà la longitudine della macchia veduta dal centro del ſole, cioè il punto dell'ecclittica, a cui vedrebbeſi corriſpondere eſſa macchia da un oſſervatore che ſi trovaſſe nel centro del ſole.

954. Quando con tal metodo ſi ſaranno determinate tre poſizioni della macchia veduta dal ſole, per via delle note longitudini e latitudini, ſi conoſcono tre punti X, V, M (*fig.* 117) d'un piccolo cerchio R X V M, ch' è paralello all' equatore ſolare; ſi può determinare perciò il polo del medeſimo, e queſto è il polo dell' equatore ſolare G H K, cui il cerchio M R è paralello.

955. Se la longitudine eliocentrica della macchia ſi trovaſſe la medeſima nelle tre oſſervazioni, avrebbeſi una prova che il ſole non gira intorno al ſuo aſſe; perchè il centro del ſole non può vedere una macchia

che

che corriſponda ſempre allo ſteſſo punto del cielo, nel caſo che queſta macchia giri per la circonferenza ſolare: dunque la longitudine eliocentrica d'una macchia che abbiamo determinata (952) non ſi cangia che in forza del moto del ſole; ma non ſi cangia però uniformemente, perchè l'ecclittica, ſu di cui computiamo le longitudini, non è l'equatore ſteſſo del ſole, intorno a cui gira il ſole e con moto uniforme.

956. Se la latitudine eliocentrica d'una macchia nelle tre oſſervazioni foſſe coſtante, e la longitudine ſi cangiaſſe, la macchia in tal caſo girerebbe paralellamente all'ecclittica, cioè intorno ai poli ſteſſi dell'ecclittica, che in queſto caſo ſi confonderebbe coll'equatore ſolare.

957. Ma ſe a un tempo ſteſſo ſi cangiaſſero la longitudine e latitudine della macchia, eſſa deſcriverebbe un paralello a qualche altro cerchio dell'ecclittica; dal che ne ſegue che l'equatore ſolare è inclinato all'ecclittica.

958. Se abbiamo una ſerie d'oſſervazioni d'una macchia durante una ſemi-rivoluzione intorno al ſole, quando il ſole è nei nodi del ſuo equatore, vedremo queſta macchia nella ſua maggiore e minore latitudine; dalla differenza delle quali ſi avrà il doppio della inclinazione dell'equatore ſolare; perchè ſia AB (*fig.* 114) il diametro dell'equatore ſolare, KE l'ecclittica, RO il paralello della macchia, la differenza fra le latitudini OE, KR di queſta macchia (quando ſi trova ſul cerchio AROE delle ſue più grandi latitudini) è il doppio di EB, cioè il doppio dell'inclinazione dell'equatore ſolare; poichè in una delle oſſervazioni la differenza fra la latitudine EO e BO è uguale a BE, e nell'altra oſſervazione la differenza fra la latitudine KR e AR, o BO, è uguale alla AK = BE.

In ſimil guiſa noi troveremo l'inclinazione dell'equatore lunare, potendoſi le macchie della luna oſſervare durante il tempo d'una intera rotazione lunare. Ma ſiccome di rado veggonſi le macchie ſolari durante una mezza loro rivoluzione, quindi è che non poſſiamo immediatamente avere l'inclinazione dell'equatore ſolare per via delle eſtreme due latitudini, e ſi ricava dalla ineguaglianza delle tre latitudini oſſervate.

959. Vi ſono molti metodi diretti per trovarla; ma è chiaro, che laſciati queſti, ſi poſſono ſoſtituire alcune falſe ſuppoſizioni ſul luogo del nodo, e ſulla inclinazione dell'equatore, finchè giungaſi ad avere una ſuppoſizione, che dia eſattamente le tre longitudini eliocentriche, e due delle latitudini dedotte dalle oſſervazioni. Si trova con queſto mezzo, che il nodo dell'equatore ſolare è a 2ˢ 10° di longitudine, che l'inclinazione dello ſteſſo equatore coll'ecclittica è di circa 7°, e che la di lui vera rotazione è di giorni 25 14ʰ 8′; onde le macchie ſolari tornano riſpetto a noi allo ſteſſo punto del diſco ſolare in giorni 27 12ʰ 20′.

L'equatore ſolare ſembra accompagnato da una vaſtiſſima atmosfera, che ſi dice *luce zodiacale* (297).

Della rotazione lunare , e della librazione .

960. La luna preſenta alla terra ſempre appreſſo a poco la ſteſſa faccia ; ma noi ſiamo ſituati dentro alla di lei orbita ; e ſe foſſimo al di là della ſteſſa in grandiſſima diſtanza , vedreſſimo ſucceſſivamente tutti i punti della ſua circonferenza ; dal che ne ſegue che la luna gira ſul ſuo aſſe .

961. Queſta rotazione ſembra uniforme , ma tale non eſſendo il moto di rivoluzione , ne ſegue una *librazione* , o un piccolo cangiamento di 7 , 8 gradi nella parte viſibile del diſco lunare , la qual differenza è alle volte uguale all' ottava parte del diſco lunare .

Galileo che fu il primo ad oſſervare le macchie della luna dopo ſcoperti i teleſcopj (*Nunc. ſydereus* 1610) , fu anche il primo a vedere la librazione della ſteſſa . E vide eſſervi una librazione in latitudine , prodotta dalla inclinazione dell' orbita lunare , e dal paralelliſmo coſtante dell' aſſe . Parlerò dunque prima di queſta librazione di cui parlò prima l' inventore . Oſſervò che una delle due macchie dette *grimaldi* e *mare delle criſi* ſi accoſtava al lembo della luna ; mentre l' altra ſi ſcoſtava dall' oppoſto .

962. Supponiamo che la luna rivolga ſempre la ſteſſa faccia allo ſteſſo punto del cielo , e che uno de' ſuoi diametri , che chiamiamo *aſſe della luna* ſia ſempre inclinato per 2° all' ecclittica . Sia T la terra (*fig.* 118) , T E il piano dell' ecclittica , T C una linea inclinata alla ſteſſa per 2° , L il centro della luna , il di cui aſſe I L K ſia perpendicolare a T C ; quando la latitudine della luna , o l' angolo L T E è di 5° , l' angolo L T C è di 3° , come anche G L D ; e una macchia poſta in G ſull' equatore lunare compariſce lontana dal centro apparente D della luna di 3° , o di $\frac{1}{19}$ del raggio lunare ; ma dopo 14 giorni poſta la luna in M a 5° di latit. auſtrale , eſſendo l' angolo E T M di 5° , e C T M di 7° , la macchia ch' era in G ſi trova in Q , e la diſtanza della medeſima dal centro apparente F , è F Q eguale all' angolo C T M = 7° ; onde la macchia ſituata nell' equatore compariſce in diſtanza di 7° al ſud dal centro apparente F , mentre prima compariva per 3° più al nord ; dunque compariſce per 10° più al ſud , o più vicina al lembo meridionale della luna , che quando la latitudine della luna in L era boreale . Queſto ſuppone la linea T C , cui l' aſſe è perpendicolare , immobile , o che l' aſſe I K ſia ſempre paralello a ſe ſteſſo : ma vedremo (967) ch' egli ha un moto , inſenſibile per altro in 14 giorni .

963. Reſta da ſpiegarſi la librazione in longitudine , che naſce dall' ineguaglianza del moto lunare per l' orbita . Il primo a parlar di queſta ipoteſi fu il Riccioli nel 1651. *La terza ipoteſi* , dic' egli , *ſarebbe fondata ſull' eccentricità della luna , ſe s' immaginiamo volgerſi dalla luna ſempre la ſteſſa faccia non alla terra , ma al centro dell' eccentrico , in guiſa che la linea condotta dal centro del globo lunare al centro dell' eccentrico , ch' eſſa percorre ,*

paſ-

paſſaſſe ſempre per lo ſteſſo punto del globo lunare. Di queſta ipoteſi ſi ſervì l'Evelio, che l'avea trovata, com' egli dice nel 1648. Il Nevvton ancora e il Caſſini ſe ne ſervirono, ed eccone la ſpiegazione.

964. Secondo la teoria del moto ellittico, il foco ſuperiore F dell' orbita lunare A L P (*fig.* 119), è quello intorno a cui la luna gira con moto quaſi uniforme (495): ſe dunque anche la rotazione della luna è uniforme, come lo moſtra l' oſſervazione, la luna, compita la quarta parte della ſua rivoluzione, preſenterà al foco F il punto B della ſua ſuperficie, la cui direzione nell' apogeo A era ſecondo A F T, e perciò verſo la terra. Ma in queſta poſizione del raggio L B F, eſſendo l' angolo F L T di 6 o 7°, il punto C della luna, ch' è diretto verſo la terra e che forma il centro apparente della luna, è diverſo dal punto B per 7° della circonferenza lunare; onde la macchia, ch' è in B (e che compariva nel centro apparente della luna quando era apogea), adeſſo ſe ne vedrà lontana per 7°, o d' incirca una ottava parte del raggio luuare alla parte d' occidente; e queſto veramente s' oſſerva. Se ne conchiude la durata della rotazione uniforme, ed eguale al tempo della rivoluzione, ſenza conſiderare le ineguaglianze della rivoluzione ſteſſa.

965. Non è facile a vederſi la ragione di queſta perfetta eguaglianza fra il tempo della rotazione e della rivoluzione. Il Nevvton per via dell' attrazione della terra ſulla luna avendo trovato, che il diametro della luna diretto verſo la terra, deve eccedere di 280 piedi i diametri perpendicolari al noſtro raggio viſuale, conchiude che il diametro maggiore deve ſempre appreſſo a poco dirigerſi verſo la terra; ed è vero, che l' equatore lunare deve infatti eſſere allungato ſecondo la direzione del diametro lunare diretto alla terra, perchè l' attrazione della terra è maggiore ſulle parti più vicine.

D' altro canto per la rotazione lunare intorno all' aſſe, la luna ſteſſa deve eſſere una ſferoide ſchiacciata ai poli, e i di lei meridiani ellittici; e la luna perciò deve rappreſentare come un uovo, indipendentemente dal di lei naturale allungamento.

966. Il Sig. de la Grange nel pezzo coronato dall' Accademia nel 1764 ſuppone col Nevvton la luna una ſferoide allungata verſo la terra, e trova che la luna ſteſſa deve intorno al ſuo aſſe fare come un' oſcillazione, in forza della quale la velocità della rotazione ora s' acceleri, ora ſi ritardi: che in tal caſo la luna deve preſentarci ſempre appreſſo a poco la ſteſſa faccia, quantunque ſul principio poſſa avere ricevuta una rotazione in ſe ſteſſa non uguale alla durata della rivoluzione. Fa parimenti vedere, che la figura della luna può eſſere tale, onde la preceſſione dei di lei punti equinoziali, o la retrogradazione dei nodi dell' equatore lunare, ſia in circa uguale al moto retrogrado dei nodi dell' orbita lunare, come lo moſtrano le oſſervazioni.

967. I nodi e l' inclinazione dell' equatore lunare ſi determinano con tre oſſervazioni d'una macchia, come per l' equatore ſolare (959). Le longitudini delle macchie devonſi ridurre al centro della luna, e per de-

terminare l'inclinazione dell' equatore lunare, deveſi ſcegliere il tempo, in cui le macchie ſono più al nord, o al ſud. Con tal mezzo ſi trovò l'inclinazione di 2°, e il nodo dell' equatore lunare ſenſibilmente ſempre d'accordo col nodo dell'orbita lunare ſull'ecclittica.

968. Dirò anche una parola ſull' altezza dei monti della luna. Evelio oſſervò alcuni vertici di eſſi monti alle volte lucidi, quantunque lontani per la terza parte del raggio lunare dalla linea della luce: dal che ſi conchiude la loro altezza della 338 parte del raggio lunare, o d'una lega Franceſe. Sia B M (*fig.* 120) il raggio ſolare, che illumina la luna in quadratura, B E la parte illuminata, B H l' oſcura, H M un monte lunare; quando il raggio B M principia ad illuminare il vertice M, noti che ſieno il lato T B e B M $= \frac{1}{13}$ del raggio T B, ſi riſolverà il triangolo T B M, e ſi troverà T M, e perciò H M, eccesſo di T M ſopra il raggio T H. Il raggio della luna è $\frac{3}{11}$ del raggio terreſtre, e queſto di 3281000 toeſe (migl. geogr. 3425): perciò H M ſarà di toeſe 2643 (migl. geogr. 2 $\frac{3}{4}$) cioè maggiore d'una lega comune.

969. Galileo ſuppone queſt'altezza anche maggiore, perchè diſſe d' aver oſſervata la diſtanza B M di $\frac{1}{10}$ del raggio lunare; ma ſi devono preferire le oſſervazioni dell' Evelio più reiterate, e più eſatte.

Della rotazione, e figura degli altri pianeti.

970. Le rotazioni degli altri pianeti non ſi verificarono sì facilmente come nel ſole e nella luna. Il Caſſini avendo vedute delle macchie in venere, giudicò la di lei rotazione compirſi in ore 23; ma non è sì facile giudicar di tale durata; e al contrario ſcorgeſi facilmente la durata di quella di giove in ore 9 56'. L'equatore di giove ſembra inclinato alla ſua orbita ſoltanto di 2, o 3°, come in circa l'orbita de' ſatelliti. Lo ſchiacciamento di giove è ſenſibiliſſimo, avendo l'aſſe minore del diametro dell' equatore di $\frac{1}{14}$; effetto naturale della forza centrifuga in una rotazione sì rapida.

La rotazione di marte oſſervata dal Caſſini 1666, gli parve di 24^h. 40'.

Quella di mercurio e ſaturno non ſi può oſſervare, per la troppa vicinanza dell'uno al ſole e diſtanza dell'altro dalla terra.

971. Le faſi di ſaturno ſono una coſa delle più ſingolari che s' oſſervino in cielo; alle volte vedeſi rotondo, alle volte con due anſe; ſulle quali apparenze ſi diſputò per lungo tempo, finchè l' Huygens nel 1659 diedene la ſpiegazione.

Saturno è cinto da un anello aſſai ſottile, quaſi piano, concentrico allo ſteſſo, egualmente lontano in tutti i ſuoi punti; è ſoſtenuto dalla gra-

gravità naturale e ſimultanea di tutte le ſue parti, ſiccome ſoſterrebbeſi ſenza pilaſtri un ponte che cingeſſe tutta la terra.

972. Il diametro A B dell' anello di ſaturno (*fig.* 121) ſta a quello del globo di ſaturno C D, come 7 : 3 ſecondo le miſure del Sig. Pound; lo ſpazio E che v'ha ſra il globo e l' anello è in circa eguale alla larghezza dell'anello, o alquanto maggiore ſecondo l' Huygens, onde la larghezza dell' anello è $\frac{2}{3}$ in circa del diametro di ſaturno, e così parimenti gli ſpazj vacui e oſcuri E, che ſi veggono ſra il globo e le anſe. La di lui inclinazione all'ecclittica è di 31° 23′, e la taglia a 5ˢ 17° di longitudine.

973. Queſto anello alle volte ſvaniſce; e queſta *faſe rotonda* può eſſere prodotta da tre cauſe. Quando ſaturno è verſo il 20 grado della vergine e dei peſci, il piano dell' anello trovaſi diretto verſo il centro del ſole, e non riceve luce che nella ſua groſſezza, che non è gran fatto conſiderabile, onde abbia sì da lungi a vederſi: in tal caſo ſaturno compariſce rotondo e ſenza anello, e ciò ſucceſſe verſo li 20 Ottobre 1773; in queſto ſteſſo caſo ſi vede una faſcia oſcura, che paſſa per mezzo a ſaturno, e che naſce dall' ombra dell' anello ſul di lui diſco. Queſto ſvanirſi dell' anello dura un meſe in circa.

974. L' anello ſvaniſce anche quando il di lui piano paſſa per il noſtro occhio, diretto perciò verſo la terra; in tal caſo non potreſſimo vedere che la di lui groſſezza, la quale per altro non poſſiamo vedere perchè è troppo piccola, e perchè ci riflette troppo ſcarſa quantità di luce. Finalmente può ſvanire, quando il di lui piano paſſa ſra il ſole e noi; perchè allora la ſuperficie illuminata non è volta verſo di noi; finchè ſaturno ſi trova ſra gli 11ˢ 20°, e 5ˢ 20° di longitudine, allora il ſole illumina la ſuperficie meridionale dell' anello; nel qual caſo ſe la terra s' alza ſopra la ſuperficie ſettentrionale, non può vedere la luce dell' anello, e vedrà una faſe rotonda. Così in uno ſteſſo anno ſi ponno vedere ſvanire per due volte le anſe, e altrettante ricomparire, come infatti ſu oſſervato (*Mem. Acad.* 1715).

975. Per eſ. la terra li 10 Ottobre 1773 ſi trovò nel piano dell' anello, il quale ci ſi occultò anche 8 giorni prima; nè ricomparì che li 23 Gennajo 1774, eſſendo già ſino dalli 8 paſſato il ſole al nord dell' anello; perchè li biſognavano appreſſo a poco 15 giorni, onde poteſſe il ſole alzatoſi di molto ſopra il piano dell' anello, inveſtirlo di luce baſtante a moſtrarcelo; ma ſiccome ſaturno gli 8 Settembre ſu in congiunzione col ſole, così ſu difficile di oſſervarne la prima occultazione. Li 24 Marzo, tornando la terra verſo il piano dell' anello, queſto ſvanì per la ſeconda volta ſino agli 11 Luglio, in cui la terra ſorpaſſerà di nuovo lo ſteſſo piano; da queſto tempo poi per 15 anni non ci ſi occulterà più queſto anello; io l'ho provato e calcolato nelle *Mem. de l' Acad.* 1773.

Della

Della pluralità de' mondi.

976. La ſomiglianza che finora abbiamo veduto fra i pianeti e la terra, perſuaſe i maggiori filoſofi, che i pianeti foſſero deſtinati ad avere abitanti. La pluralità de' mondi ſi trova già nelle orfiche, antiche poeſie greche attribuite ad Orfeo (Plaut. *de Plac. phil. L. 2. c. 13.*): i Pittagorici Filolao, Niceta, Eraclide, inſegnavano che gli aſtri erano altrettanti mondi (Plut. *L. 2. c. 13 & 30*). Achille Tazio, *Iſag. ad Arati phæn. c. 10.* Diog. Laerr. *in Emped.* Molti antichi filoſofi ſoſtenevano anche una infinità di mondi fuori della noſtra viſta. Epicuro, Lucrezio (*L. 2. v. 1069*) e tutti gli Epicurei erano della ſteſſa opinione; e Metrodoro diceva che l'ammettere un ſolo mondo nello ſpazio infinito, era tanto aſſurdo, quanto il dire, che in una vaſta campagna non potrebbe germogliare che una ſola ſpica (Plut. *L. 1, c. 5*): Xenofane, Zenone d' Elea, Anaximene, Anaximandro, Leucippo, e Democrito la penſavano nello ſteſſo modo. Finalmente vi furono filoſofi, i quali ſoſtenendo per unico il noſtro mondo, accordavano abitatori alla luna; tale fu Anaſſagora (Macrob. *Somn. Scip. l. 1, c. 11*), Xenofane (Cic. *Acad. quæſt. L. 4*), Luciano (Plut. *de oracul. defectu, de facie in orbe lunæ*). Di queſte opinioni degli antichi ſe ne può vedere una buona ſerie in Fabricio (*Bibliot. Gr. T. 1, c. 20*) e nella memoria del Sig. Bonamy (*Acad. des inſcr. tom.* IX). Evelio chiama *Seleniti* gli abitanti della luna, e va eſaminando tutti i fenomeni, che ſi oſſervano nel loro pianeta (*Selenogr. p. 294*) ſecondo l'eſempio del Keplero (*Aſtron. lunaris*).

977. La pluralità dei mondi fu dipinta con tutte le grazie e lo ſpirito, di cui poſſono adornarſi le congetture fiſiche, dal Sig. de Fontenelle. L' Huygens (che morì nel 1695) nel ſuo libro intitolato, *Coſmotheoros*, parla molto a lungo ſullo ſteſſo punto. E infatti havvi fra la terra e i pianeti una ſomiglianza tanto perfetta, che ſe ſupponiamo la terra deſtinata a ricevere abitatori, non poſſiamo diſpenſarci dall' accordarli ancora a' pianeti: e ſe concepiamo qualche neceſſario rapporto fra l'eſiſtenza del globo terreſtre, e quella degli uomini, ſiamo coſtretti a dilatarlo fin nei pianeti; e chi ricuſaſſe la forza di tale ragionamento, ſarebbe ſimile a chi credeſſe contenerſi in alcune pecore d' una greggia tante pietre, avendo veduto avervi in altre gl' inteſtini.

978. Sei pianeti ſonovi intorno al ſole, il terzo è la terra; tutti girano per orbite ellitriche, ed hanno tutti un moto intorno all' aſſe, come la terra: tutti hanno macchie, ineguaglianze, monti, come la terra; ve n' hanno tre circondati da' ſatelliti, la terra ne ha uno ſoltanto; giove è ſchiacciato ai poli come la terra; finalmente non v' ha contraſſegno alcuno di ſomiglianza, che non s' oſſervi in fatto tra i pianeti e la terra; puoſſi egli ſupporre, che l' eſiſtenza degli eſſeri viventi ſi riſtringa alla ſola terra? Su quale altro fondamento ſarebbe piantato tal privilegio, che ſulla riſtretta e timida immaginazione di coloro che non ſanno paſſare oltre gli oggetti al ſenſo loro ſottopoſti? Quanto ho detto dei ſei pianeti

neti che girano intorno al ſole, s' eſtenderà naturalmente a tutti i ſiſtemi planetarj, che circondano le ſtelle ; ciaſcune di eſſe ſembra eſſere un corpo luminoſo e immobile come il ſole, e ſe il ſole è creato per moderatore e riſchiaratore dei pianeti che lo cingono , lo ſteſſo deeſi giudicare delle ſtelle ; e ſe la eſiſtenza degli abitatori terreſtri ha qualche neceſſario rapporto coll' eſiſtenza del globo terreſtre , ſi devono ſupporre degli abitatori anche negli altri pianeti.

979. Vi furono alcuni ſcrittori timidi, che riprovarono un tale ſiſtema come contrario alla Religione ; ma queſto è un ſoſtenere aſſai male la gloria del Creatore: ſe l'eſtenſione delle di lui opere ne annunzia la potenza, quale idea più magnifica , e più ſublime di queſta ? Noi ſcorgiamo a occhio nudo molte migliaia di ſtelle , non v' ha parte di cielo in cui col teleſcopio altrettante non ſe ne ſcoprano , quante coll' occhio nudo ſe ne veggono in un emiſfero ; e ſe ſi adoperano teleſcopj maggiori, ſcopreſi un nuovo ordine di coſe, e una nuova moltitudine di ſtelle , di cui nè anche ſi ſoſpettava ; e quanto più perfetti ſtrumenti ſi adoperano, tanto più ſi multiplica e ſi eſtende queſta infinità di nuovi mondi ; ma il penſiero paſſa al di là del teleſcopio più perfetto , e ſcopre una nuova moltitudine di mondi infinitamente maggiore di quella, di cui un ſolo leggero indizio ci pararono innanzi i deboli noſtri ſenſi : l' immaginazione s' eſtende già anche più , e va inutilmente cercando confini ; che ſpettacolo ſorprendente!

LIBRO DUODECIMO.

Della gravità, o attrazione de' pianeti.

La gravità è quella forza, che proviamo ogni momento, per cui tutti i corpi poggiano ſulla terra, o in eſſa diſcendono da per ſe ſteſſi, ſe vi ſi allontanano.

980. Queſta gravità è l' effetto d' una forza univerſale, diffuſa in tutta la natura, e che riſiede in ogni corpo, come nella terra (989); ma è neceſſario eſaminarne, prima di dimoſtrarlo, i di lei effetti ſulla terra, e poi la conſidereremo in tutto l' Univerſo.

981. Il primo fenomeno che ſi oſſerva nella gravità de' corpi terreſtri, ſi è la velocità, con cui cadono verſo terra; ogni corpo, qualunque ſiane la grandezza, eſtenſione, volume, denſità e maſſa, nel primo ſecondo di tempo della ſua caduta verſo terra percorre 15 piedi (più eſattamente ſotto l'equatore 15, 0515); nel ſeguente min. ſec. ne percorre il triplo, nel terzo il quintuplo, e gli ſpazj ſteſſi ſono come la ſerie de' numeri diſpari 1, 3, 5, 7, 9 ec. Galileo fu il primo a ſcoprire tal legge, che reſtò poi confermata da tutte le ſperienze.

982. Da queſta legge ne riſulta chiaramente che gli spazj ſono come i quadrati 1, 4, 9, 16 dei tempi 1, 2, 3, 4.

983. La natura ſteſſa della coſa moſtra queſto fatto provato già dalle ſperienza; eſſendo la gravità una forza continua, ella agiſce perpetuamente ſul corpo durante la di lui caduta; e perciò gli ſpazj devono eſſere come i quadrati dei tempi. Il tempo che ſpende il corpo a diſcendere eſprimaſi colla linea BK (*fig.* 122) diviſa in parti eguali BG, GM; le velocità del corpo cadente s' accreſcono colla ſteſſa proporzione del tempo; poichè ad ogni iſtante di tempo s'aggiunge al corpo un nuovo grado di celerità eguale al precedente, con cui ſi uniſce inſieme; onde tali velocità poſſono giuſtamente eſprimerſi colle ordinate GH, KL del triangolo, le quali creſcono uniformemente, cioè come i tempi BG, BK. Gli ſpazj percorſi in un dato tempo devono eſſere maggiori quanto ſono maggiori il tempo, e la velocità; onde gli ſteſſi ſpazj potranno eſprimerſi coi prodotti delle linee BG, GH; e BK, KL ec. cioè colla ſuperficie dei triangoli corriſpondenti; ma queſti triangoli ſono fra loro come i quadrati delle linee BG, BK; dunque ſono gli ſpazj fra loro, come i quadrati dei tempi.

984. Ma le velocità ſono come i tempi, dunque gli ſpazj ſono anche come i quadrati delle velocità; e le velocità come le radici quadrate degli ſpazj, cioè delle altezze, dalle quali cadendo i gravi acquiſtano quelle celerità. Si può anche dire, che le velocità ſono come le radici delle altezze duplicate, cioè degli ſpazj, che ſarebbero percorſi uniformemente colle ſteſſe velocità acquiſtate.

985. Que-

985. Queſta propoſizione deveſi intendere d' ogni forza attrattiva coſtante, cioè d' ogni forza che agiſce uniformemente, coſtantemente, e ſenza interruzione: in tal caſo gli ſpazj percorſi ſono neceſſariamente come i quadrati de' tempi; ſi fa ſpeſſo uſo di queſta eſpreſſione, cioè: ſempre ſupponeſi, che ſe f è la forza, ds il piccolo intervallo di tempo, e de il piccolo ſpazio, deveſi avere $fds^2 = de$; così per paragonare la forza d' un qualunque pianeta colla forza con cui la terra agiſce ſopra i corpi gravi, ſuppoſta f la forza acceleratrice d' un altro pianeta, per eſ. la luna, in guiſa che f ſia $\frac{1}{70}$ della forza della terra, in eguale diſtanza, e ds un numero di ſecondi, per eſ. 4", lo ſpazio percorſo in vigore di queſta forza f in 4" ſarà: $fds^2 = \frac{1}{70}.16$, o $\frac{16}{70}$ delli 15 piedi, che per la forza della terra percorre un corpo terreſtre (981). Se la forza non ſia coſtante e uniforme, l' accreſcimento della velocità in ciaſcun momento ſarà in ragione compoſta della forza e del tempo, durante il quale queſta forza agiſce.

986. Dal riſultarne in vigor delle forze acceleratrici coſtanti, che gli ſpazj ſono come i quadrati de' tempi, io ho conchiuſo che l'equazioni ſecolari devono eſſere come i quadrati de' tempi (455), e queſto ſegue dallo ſteſſo raziocinio; perchè, ſe la cauſa agiſce ſempre egualmente, ſenza che l' effetto ſiane mai diſtrutto, queſto effetto ſteſſo creſcerà come i quadrati dei tempi.

987. La ſteſſa legge s' oſſerva nei moti celeſti. Un pianeta ſi muove in una orbita ſoltanto perchè v' è continuamente ritenuto da una forza centrale (479 e ſeg.); così la piccola linea AB, (*fig.* 123) che rappreſenta l' effetto della forza centrale, e la quantità, di cui eſſa forza ritira il pianeta dal moto rettilineo PA, è come il quadrato dei tempi, che ſono eſpreſſi dai piccoli archi deſcritti, come PB; ſiccome ſi dimoſtra nel ſeguente lemma.

988. Il ſeno verſo AE (*fig.* 124) d' un arco infiniteſimo AP, è uguale ad $\frac{AP^2}{AD}$; perchè per natura del cerchio $EP^2 = AE.ED$; onde $AE = \frac{EP^2}{ED}$, ma ED è lo ſteſſo che AD per eſſere AE un infiniteſimo; e il ſeno EP è lo ſteſſo che l'arco AP, per eſſervi tra loro un infiniteſimo del terzo ordine; dunque ſarà $AE = \frac{AP^2}{AD}$: cioè i ſeni verſi, o gli ſcoſtamenti delle tangenti dalla curva, ſono come i quadrati dei piccoli archi corriſpondenti.

989. Eſaminiamo adeſſo, ſe l' effetto della gravità che abbiamo viſto ſulla terra, abbia parimenti luogo negli altri corpi celeſti. E toſto la loro figura rotonda dimoſtra, aver in eſſi luogo queſta ſimile gravità. La terra fino dal punto della ſua naſcita s' è ridotta rotonda, e così anche il mare, perchè tutte le parti tendono a un centro comune, intorno a cui ſi diſpongono per equilibrarſi: non conſideriamo qui il piccolo ſchiacciamento prodotto dalla forza centrifuga (1009). Queſto equilibrio non ſi avrebbe, ſe una parte dell' oceano foſſe più d' un' altra lontana dal centro (809); e quindi è che la reciproca gravità delle parti d'un corpo lo rende rotondo.

990. V' ha dunque in tutti i pianeti una gravità ſimile a quella che s' oſſerva in terra ; onde è naturale il conchiudere , che nella materia in generale v' ha una forza attraente , e dove ſi ha materia , ivi ſempre v' ha queſta forza . Seguiamo dunque i progreſſi delle noſtre cognizioni , e vediamo come ſiaſi ſcoperta queſta celebre legge dell' attrazione univerſale , origine di tante altre ſcoperte , da cui ogni giorno ſe ne cavano tuttavia conſeguenze ſingolari , e le più uniformi all oſſervazione .

991. Anaſſagora , Democrito , Epicuro ammettevano già queſta tendenza univerſale della materia verſo i centri comuni , o nella terra , o altrove . Plutarco ſchiettamente ne parla nell' opera della ceſſazione degli oracoli , in cui ſpiega come ciaſcun mondo ha il ſuo proprio centro , le ſue terre , i ſuoi mari , e la forza neceſſaria per unirli tutti e trattenerli intorno allo ſteſſo centro.

Copernico la penſava del pari ſull' attrazione generale , perchè attribuiva la rotondità dei corpi celeſti alla tendenza , che hanno le loro diverſe parti a riunirſi (*de Revol. c.* 9) . Ticone ſteſſo ammetteva una forza centrale nel ſole (407) , per ritenere intorno a ſe i pianeti nelle loro orbite , ſebbene ſi conciliaſſe difficilmente queſt' attrazione col di lui ſiſtema . Keplero , genio più vaſto e più intraprendente di tutti i ſuoi anteceſſori , dilatò più le ſue idee , vide che l' attrazione era generale e reciproca , e che l' attrazione del ſole dovea eſtenderſi fino in terra (*De Stella Martis* , 1609. *Epit. Aſtron. Cap.* 1618 , *pag.* 555. *Hiſt. des Math. par M. Montucla*, 1758 , *tom. II. pag.* 213 , 527 , 538). Nella prefazione di queſto libro inſigne , in cui Keplero il primo di tutti dimoſtra , che l' orbite de' pianeti non ſono circolari (468) , s' eſprime preciſamente dicendo , che ſe la luna e la terra non ſi moveſſero in giro , l' una s' accoſtarebbe all' altra , e ſi unirebbero inſieme nel loro centro comune di gravità : E in altro luogo , che l' azione del ſole produce le diſuguaglianze della luna , l' azione della luna il fluſſo e rifluſſo del mare , che il ſole tira i pianeti , e n' è da eſſi attratto.

992. E infatti i fenomeni lo provano ; la gravità de' corpi terreſtri s' eſtende ſopra alle ſommità de' monti , fino alle parti più elevate dell' aria , di dove la grandine cade con impeto , toſto che ſi è formata dal freddo ; era dunque chiaro che tale gravità dovea eſtenderſi più lungi dalla terra ; così non era difficile ſcorgere la luna ſteſſa ſoggetta alla medeſima forza della terra , da cui non è molto lontana , intorno a cui gira , ed a cui preſenta ſempre la ſteſſa faccia . I corpi , che girano in circolo , ſcappano toſto per la tangente , ſe non ne ſono trattenuti (749) ; la luna dovrebbe fuggire per la tangente del cerchio che deſcrive , (come una goccia d' acqua da una ruota che gira) ſe la terra non lo impediſſe . Con queſto raziocinio ſteſſo trovò il Newton la legge di queſta gravità (997).

993. Vedendo Keplero , che la luna era attratta dalla terra , e che ciaſchedun pianeta aveva la ſua gravità (989) , doveva conchiudere , che anche la luna tirava la terra ; ma conſiderando che le acque del mare ſi alzano ogni giorno , quando la luna paſſa per il meridiano , non dubitò più che queſto effetto non naſceſſe dall' attrazione lunare.

Su

Su di tale gravità s' esprime in modo notabile il Keplero nella sua nuova fisica celeste (468). Vedeva chiaramente tutti i pianeti soggetti al sole, e la luna alla terra, come veggiamo i corpi terrestri; vedeva che quest' attrazione era generale in tutti i corpi dell' universo; che due pietre si unirebbero insieme per la scambievole loro attrazione, se uscissero dalla sfera d' attività della terra; che le acque del mare si porterebbero nella luna, se non fossero attratte dalla terra, e che la luna cadrebbe in terra, se si privasse della forza, per cui descrive la sua orbita.

Il paragone fra le attrazioni celesti e quelle della calamita, sembrava ancora più naturale al Keplero, dopo che Gilberto Fisico Inglese mostrò, che la terra era come una spezie di gran calamita: *Perbellum equidem attigi exemplum magnetis, & omnino rei conveniens, ac parum abest quin res ipsa dici possit. Nam quid ego de magnete tanquam de exemplo? Cum ipsa tellus, Gulielmo Gilberto Anglo demonstrante, magnus quidam sit magnes* (*cap.* 34, *p.* 176).

994. Leggendo l' opere di Keplero devono persuadersi i Saggi, che quest' attrazione della materia è universale; e di essa infatti anche prima del Newton se ne parlava in Inghilterra, ed in Francia.

Nel Fermatzio si legge il seguente passo (*Var. op. Math. pag.* 24): *La comune opinione si è, che la gravità è una qualità che risiede nel corpo stesso che cade; altri credono che la caduta dei corpi dipenda dall' attrazione d' altro corpo, che attrae quello che discende, come la terra. Havvi una terza opinione (che non è fuori di verisimiglianza) che ciò nasca da una scambievole attrazione fra i corpi, prodotta da un desiderio naturale d' unirsi insieme, come vedesi nella calamita e nel ferro, in cui se la calamita si tenga ferma, il ferro va ad unirsi, e viceversa; e se si lasciano ambedue liberi, s' avvicinano insieme scambievolmente, e il più forte farà meno strada.*

995. Bacone nel celebre suo libro (*Novum organum L. II. art.* 36, 45, 48) parla spesso sull' attrazione magnetica della terra sui corpi gravi, della luna sull' acqua del mare, del sole su mercurio e venere; e propone delle sperienze proprie a verificare queste attrazioni; e quantunque leggendo questa opera, non siami parso l' autore informato di astronomia, quanto però dice delle attrazioni celesti era proprio ad eccitare idee luminosissime sulla gravità universale.

Anche il Galileo riconosceva questa simpatia della luna con la terra: Evelio sul punto delle comete attribuisce una forza simile al sole.

L' attrazione generale è il principal fondamento del libro pubblicato dal Roberval nel 1644 col titolo: *Aristarchi Samii de mundi systemate liber*. Egli attribuisce a tutte le parti della materia componente l' universo, la proprietà di tendere le une verso le altre; quindi, dice, si dispongono sfericamente, non già in forza d' un centro, ma della mutua loro attrazione, e per equilibrarsi le une colle altre.

996. Questa scambievole attrazione di tutti i corpi celesti trovasi espressa positivamente in un libro del Dottore Hook citato (765): *Io spiegherò*, dic' egli *pag.* 27, *un sistema del mondo diverso in ogni parte da*

tutti gli altri, ma perfettamente concorde con le regole ordinarie della meccanica; egli è piantato ſopra queſte tre propoſizioni; 1.° Che tutti li corpi celeſti, niuno eccettuato, hanno un' attrazione o gravitazione verſo il ſuo proprio centro, con cui eſſi attraggono non ſolo le proprie loro parti, onde non ſe ne allontanino, come veggiamo ſulla terra; ma attraggono altresì gli altri corpi celeſti, che ſi trovano nella ſfera della loro attività . . . . 2.° Che tutti li corpi, che hanno ricevuto un moto ſemplice e diretto, ſeguono a muoverſi in linea retta, finchè qualche altra forza efficace non li diſturbi, e li coſtringa a deſcrivere un cerchio, un' elliſſi, o altra curva compoſta. 3.° Che le forze attraenti ſono maggiori nei loro effetti, quanto il corpo, ſu di cui agiſcono, è più vicino al loro centro. In quale proporzione poi ſi diminuiſcano ſe s' accreſcano le diſtanze, non l' ho ancora trovato . . . . Io apro queſto campo a chi ſi diletta, e a chi è informato di fiſiche dottrine. Queſta legge che proponeva da trovarſi è appunto quella che cercò il Nevvton; quindi è ch' egli cita il Dott. Hook *de mundi ſyſtemate* (*Nevvtoni opuſcula*, 1744, *II.* 6). Veggaſi la traduzione di Madama du Chatelet, e *l' Hiſtoire de Math.* del Montucla, 1758, *T. II, pag.* 527.

Non vi voleva dunque altro che un geometra, che ſcopriſſe la legge, ſecondo cui ſi diminuiſce l' attrazione. Pittagora la ſapeva, come oſſerva Gregori, nella prefaz. della ſua aſtronomia; ma eraſi andata nell' obblio; e non era dimoſtrata; onde biſognava di nuovo ſcoprirla e dimoſtrarla; e il Nevvton ebbe la gloria di farlo. Per darne la ſtoria di queſta ſcoperta, voglio tradurre un paſſo d' Enrico Pemberton contemporaneo e amico di Nevvton.

997. *Le prime idee, onde ebbero origine i principj di Nevvton, gli ſi eccitarono nel 1666, quando laſciò Cambridge per cauſa della peſte. Paſſeggiava ſolo per un giardino, meditando ſulla gravità, e ſulle di lei proprietà; queſta forza non iſcema ſenſibilmente nè anche ſulle ſommità delli più alti monti; era dunque naturale di conchiudere, che queſta potenza deve eſtenderſi aſſai più lungi. Per qual ragione, diceva egli, non giungerebbe fino alla luna? E ſe ciò è vero, queſta gravità influirà ſul moto della luna; ritiene dunque forſe ella la luna nella ſua orbita? E ſebbene in piccole diſtanze non s' indeboliſca queſta forza, può nonoſtante darſi, che queſta nella diſtanza della luna reſti molto diminuita. Per trovare una tale diminuzione, il Nevvton giudicò, che ſe la luna foſſe ritenuta dalla forza di gravità nella ſua orbita, anche i pianeti girarebbero intorno al ſole in vigore della ſteſſa forza. Paragonando i periodi di varj pianeti colle loro diſtanze dal ſole, trovò, che ſe una forza ſimile alla gravità riteneva i pianeti nelle loro orbite, la forza ſteſſa dovrebbe diminuirſi in ragione inverſa dei quadrati delle diſtanze* (1012). *Suppoſe dunque che la forza della gravità s' eſtendeſſe fino alla luna, e ſi diminuiſce nella ſteſſa ragione, e calcolò ſe queſta forza foſſe baſtante a ritenere la luna nella ſua orbita. Egli trattava queſti calcoli in un tempo, in cui non aveva fra le mani i libri che gli ſarebbero ſtati neceſſarj, e ſuppoſe, ſecondo la ſtima de' geografi e marinari, colla miſura della terra trovata da Norvvood* (800) *che un grado di latitudine terreſtre contenga 60 miglia Ingleſi; ma ſiccome queſta ipoteſi era difettoſiſſima,*

(con-

(contenendone un grado miglia 69 $\frac{1}{2}$) così il calcolo non corrispose alla sua esspettazione ; e credette che qualche altra causa unita alla forza di gravità agisce sulla luna , e lasciò queste tali ricerche . Alcuni anni dopo per una lettera del Dott. Hook si mise a cercare quale sia la vera curva descritta da un grave cadente , e strascinato dal moto della terra intorno all' asse . Quindi si aperse al Nevvton nuovo incontro di ripigliare le sue prime idee sulla gravità della luna . Picardo aveva allora misurato in Francia il grado della terra (802), e adoperando queste misure trovò il Nevvton , che la luna era ritenuta nella sua orbita per la sola forza della gravità (1014) , dal che ne seguiva , che la gravità stessa diminuiva in distanza dal centro della terra secondo la proporzione che aveva altre volte congetturata. Dopo questo principio il Nevvton trovò che la linea descritta da un grave cadente era un' ellissi , un foco della quale era nel centro della terra ; ma i pianeti primarj descrivono parimenti delle ellissi intorno al sole (468), egli ebbe dunque la soddisfazione di vedere che questa soluzione intrapresa per pura curiosità , poteva applicarsi alle più grandi ricerche. Quindi dimostrò una dozzina di proposizioni relative al moto de' pianeti primarj intorno al sole . Molti anni dopo il Dottore Halley essendosi portato a visitare il Nevvton a Cambridge , l' impegnò nelle sue conversazioni a ripigliare le sue meditazioni su questo punto , e quindi ebbe origine la grande opera dei Principj, *che si pubblicò nel 1687 , (a Wievv of Sir Isaac Nevvton' s Philosophy , London 1728 , in 4.° Preface).*

998. Aggiungerò, che il Nevvton aveva molti indizj sotto gli occhi di questa attrazione ; la diminuzione del pendulo nella Cayenna (805); lo schiacciamento di giove , la librazione dell' apogeo della luna indicata dall' osservazione dei diametri della stessa , misurati dal Picard , e dall' Auzout con i loro nuovi micrometri.

Dopo ciò quest' attrazione universale dei pianeti , e la scambievole tendenza dell' uno verso dell'altro , fu dimostrata in sì varie guise , e le conseguenze che se ne traggono sono tanto concordi coi fenomeni , che non è più possibile di rivocarla in dubbio.

999. Ecco una ristretta enumerazione dei fenomeni osservati ; ciascuno dei quali basterebbe per provarla , anche senza degli altri , che in numero di quindici , formano quindici diverse prove di questa universale attrazione . I. il flusso e riflusso del mare somministra due volte al giorno la prova la più palpabile e convincente agli occhi di ciascheduno dell' attrazione lunare , e tutti i fenomeni del quale s' accordano realmente coi calcoli dell' attrazione del sole e della luna (1082) . II. Le ineguaglianze della luna , che visibilmente dipendono dal sole (563). III. Il moto de' pianeti intorno al sole (479) secondo la legge , che i cubi delle distanze sono come i quadrati dei tempi (1012). IV. La figura ellittica delle orbite della luna intorno alla terra , di tutti i pianeti , e comete intorno al sole . V. La precessione degli equinozj (1064) . VI. La nutazione dell' asse terrestre prodotta dall' azione lunare (1069) . VII. Le ineguaglianze , alle quali vanno soggetti giove , saturno , e tutti li pianeti ,

in

in varie loro ſituazioni. VIII. Le prodigioſe ineguaglianze della cometa del 1759, la di cui ultima rivoluzione fu maggiore della precedente di 585 giorni ſecondo il calcolo delle attrazioni di giove, e di ſaturno (921). IX. Lo ſchiacciamento di giove, e della terra (1074). X. L' attrazione, che i gran monti eſercitano ſul pendolo (822). XI. Il cangiamento di latitudine e di longitudine nelle fiſſe (757). XII. La diminuzione della obliquità dell' ecclittica (758). XIII. Il moto negli apſidi de' pianeti (514), ſpecialmente dell' apogeo lunare (559). XIV. Il moto ne' nodi dei pianeti tutti (518), ſpecialmente in quei della luna, conſiderabile e ſenſibile in modo, che l' orbita della medeſima nel corſo di nove anni ſi roveſcia intieramente, e paſſa in diſtanza di 10° da quelle fiſſe, che prima occultava (568). XV. Le ineguaglianze de' ſatelliti di giove (845).

La maggior parte di queſti quindici fenomeni è ineſplicabile per via de' vortici e del pieno; e l' avere provata l' eſiſtenza di queſti fenomeni, e il modo onde dipendono dall' attrazione, è lo ſteſſo che avere dimoſtrata l' impoſſibilità del ſiſtema Carteſiano. Nè può eſſervi al giorno d' oggi un qualche geometra, o aſtronomo, leggermente informato dei fenomeni, e delle nuove teorie, che preſti ancora fede ai vortici e al pieno, o che rigetti l' attrazione Newtoniana.

1000. Molti celebri Fiſici ſi ſforzarono di ſpiegare la legge univerſale dell' attrazione per via d' una cauſa impulſiva, d' un fluido, d' un moto degli atomi ec. (Veggaſi ſpecialmente l' *Eſſai de Chymie Mécanique* del Sig. le Sage di Ginevra, che fu coronato dall' Acad. di Rouen, e la lettera dello ſteſſo Autore nel Mercurio di Maggio 1746). Ma con che profitto, e progreſſo? reſtarebbe ancora da ſpiegarſi la cauſa di queſto moto primitivo; e le cauſe prime non ſono a portata della noſtra mente.

In quanto a me io la penſo, come il Sig. de Maupertuis, e come il più de' Metafiſici Ingleſi, che l' attrazione dipenda da una proprietà intrinſeca della materia. „ Se queſta proprietà (dice il Maupertuis *Diſcours ſur les diff. fig. des Aſtres* 1732) ſi trovi metafiſicamente impoſſibile, i fenomeni più ſingolari della natura non potrebbero farcela adottare; ma ſe non v' ha in eſſa nè impoſſibilità, nè contraddizione, ſi può liberamente eſaminare, ſe li fenomeni la provino sì o nò; perchè in tal caſo l' attrazione non è che una queſtione di fatto, e deveſi nell' univerſo e nella natura cercare, ſe queſta ſia un principio, che v' abbia luogo. Ma certamente nella legge dell' attrazione non ſi ſcorge alcuna metafiſica impoſſibilità, o contraddizione, perchè niente v' è che dimoſtri la contraddittoria propoſizione: I *corpi celeſti non s' attraggono*. Io mi luſingo che non mi ſi opporrà, che una tale proprietà nei corpi, di gravitare l' uno verſo l' altro, è meno intelligibile di quelle che il Mondo tutto vi riconoſce. Il modo, con cui le proprietà riſiedono in un ſoggetto, è per noi inintelligibile; e non reſtiamo punto ſorpreſi dal vederſi comunicare un moto ad altri corpi, perchè l' abito e l' uſo di vedere un tale fenomeno, ci rende inſenſibili al maraviglioſo che vi ſi contiene; ma in fine la forza impulſiva tanto difficilmente ſi concepiſce come l' attraente; percioc-

chè

chè che cosa è ella questa forza impulsiva ? Come vi risiede nei corpi · E prima di vedere i corpi urtarsi uno coll' altro , chi avrebbe indovinato che vi risieda?

L' esistenza delle altre proprietà ne' corpi non è meno difficile a concepirsi , e siamo costretti di supponer alcune leggi primitive , delle quali non sappiamo nè la causa , nè l' origine ; la loro sola esistenza è soggetta allo spirito dell' uomo , e sopra tutto del geometra . „

1001. Supposta dunque l' esistenza dell' attrazione universale cerchiamone gli effetti ; l' accordo dei quali con i fenomeni osservati e noti , ci mostrerà la certezza ed evidenza di questa legge.

Supponiamo , come da tutti si pratica , l' attrazione proporzionale alla massa , o quantità di materia attraente ; ciò non si può col fatto dimostrare, perchè non si può giudicare della quantità di materia che per mezzo del peso , o dell' attrazione : ma , giacchè non si può dimostrare il contrario , è naturale il supporre che ciascuna particella è dotata della stessa proprietà; cioè , che l' attrazione di due particelle sarà doppia dell' attrazione di una sola , e in genere l' attrazione proporzionale alla quantità di materia .

La forza , con cui un pianeta è attratto , non dipende già dalla massa del pianeta stesso che n' è attratto ; perchè se una sola particella di materia è attratta con una forza f , tutte le particelle unite ad essa , sono ciascheduna attratte colla stessa forza f ; non essendovi alcuna ragione , per cui la seconda debba essere tirata meno della prima , non cangiandosi punto la forza che tira la prima dalla presenza della seconda ; dunque la forza attraente non dipende che dalla massa che attrae , non già dalla massa che resta attratta .

1002. Si praticano nella recente geometria certe espressioni compendiarie , che non sogliono essere spiegate dai geometri , ma che imbarazzano nonostante i principianti : tale è l' espressione $\frac{S}{r^2}$ con cui s' esprime la forza impiegata dal sole , la di cui massa si suppone S , sopra un pianeta nella distanza qualunque r ; si tratta d' una forza attraente , che si suppone uguale a una massa S divisa per il quadrato d' una distanza r ; e per essere le forze , le masse , e le distanze , cose eterogenee tra loro , non s' intende a prima vista , come possa darsi tra loro eguaglianza .

Per concepirlo bisogna considerare , che quando si conviene nella scelta delle unità , tutte le altre quantità della stessa specie si possono prendere per frazioni di esse unità , e che le frazioni non indicano se non che una proporzione , da cui s' è tratta l' equazione . L' effetto d' una forza non si calcola se non che paragonandola con un' altra forza ; così , presa la terra per termine di paragone , e supposta la massa S del sole 365412 volte maggiore di quella della terra , e il raggio del sole r , 113 volte maggiore del raggio terrestre , $\frac{S}{r^2}$ sarà $\left(\frac{365412}{(113)^2}\right) = 29$ in circa ; cioè che l' attrazione del sole sopra dei corpi situati nella sua superficie è 29 volte maggiore di quella ch' esercita la terra sopra i terrestri , i quali perciò in vece di percorrere 15 piedi in un secondo (981 , 1009) come i terrestri ,

reſtri, ne percorreranno 434; perchè la ſola maſſa ad eguale diſtanza ſarebbe percorrere 5500000 piedi, ma a una diſtanza 113 volte maggiore, l' attrazione è 12720 volte minore (1012); dunque il ſole farà percorrere verſo la ſua ſuperficie 434 piedi in un ſecondo, invece di 15, e la forza $\frac{S}{r^2}$ equivale a 29, preſa la maſſa della terra per nnità.

1003. Se voglianſi ſapere le perturbazioni cagionate nella luna dalla forza del ſole, ſi dovrà eſaminare il rapporto che v' ha tra la forza dello ſteſſo ſole, con cui diſturba la luna dalla di lei orbita, e la forza della terra, con cui ve la ritiene, per trovare quanto la prima oppongaſi alla ſeconda. In un tal paragone di forze prendeſi per unità la maſſa di un pianeta, e le altre maſſe s' eſprimono con frazioni di queſta unità; ſi prende parimenti una diſtanza per unità, e le altre diſtanze ſi eſprimono o con unità, o con frazioni della prima diſtanza, cioè ſi paragona unà frazione coll' altra. Per eſempio ſi può fare queſta proporzione la forza del ſole ſopra la luna, che diremo S, ſta alla forza della terra ſopra la ſteſſa luna, nelle ſue medie diſtanze, in ragione compoſta della maſſa del ſole colla maſſa della terra, e del quadrato della diſtanza media della luna dalla terra, col quadrato della diſtanza media del ſole dalla luna, cioè come la maſſa del ſole diviſa per il quadrato della ſua diſtanza dalla luna, o per r^2, alla maſſa della terra diviſa per il quadrato della ſua media diſtanza dalla luna. Prendaſi la maſſa della terra per unità delle maſſe, e la diſtanza della luna dalla terra per unità delle diſtanze, e la forza, con cui agiſce la terra ſopra la luna nelle medie diſtanze, per unità delle forze. In tal caſo dalla proporzione precedente ſi caverà la forza del ſole ſulla luna eguale a $\frac{S}{r^2}$.

1004. Quando ſi tratta delle perturbazioni, alle quali va ſoggetto un pianeta per l'attrazione d'un altro, ſi adoperano le medeſime eſpreſſioni; per eſ. la maſſa del ſole, ch'è 1, ritiene la terra nella ſua orbita a una diſtanza ch'è 1. Giove turba queſt' azione con la ſua maſſa 1000 volte minore di quella del ſole (1010); perciò la di lui maſſa potrà dirſi $\frac{1}{1000}$; e ſiccome giove ſteſſo agiſce a una diſtanza 5 volte in circa maggiore di quella del ſole (450), così la di lui azione è 25 volte minore dell' azione del ſole, e perciò la forza $\frac{1}{1000}$ ſi dovrà rendere 25 volte minore, e ſi dovrà ſcrivere $F = \frac{1}{25000}$, per avere la forza di giove ſulla terra, ch' è una vigeſima quinta milleſima parte della forza del ſole ſulla ſteſſa terra; e queſta è quella forza, il di cui effetto cercaſi col calcolo integrale, ſciogliendo il problema de' tre corpi; ſi cerca cioè quanto dovrà alterarſi il moto della terra per una forza che in ogni momento è $\frac{1}{25000}$ di quella, che ritiene la terra ſteſſa nella ſua orbita, ma in cui ſi varia ſempre la direzione.

Nel-

Nelle orbite circolari.

1005. Le orbite de' pianeti ſono ellittiche (468), ma le leggi dell'attrazione troverebbero luogo nello ſteſſo modo nei moti circolari, perchè i cerchi ſono eſſi pure elliſſi, l'eccentricità delle quali è infinitamente piccola; e ſiccome la conſiderazione delle orbite circolari è molto più facile, così m' attengo alla ſteſſa. Sia P un pianeta (*fig.* 123) che deſcrive intorno al ſole S il cerchio P E B per l'attrazione dello ſteſſo ſole, e ſi piega in B in vece di ſeguire il ſuo cammino per la linea retta P A (479). E già principio noto e abbracciato, che un corpo in moto ſegue a muoverſi in linea retta, ſe non incontra alcun oſtacolo, e che un corpo che ſi muove in un cerchio, toſto che ceſſa la forza che lo fa girare per eſſo, ſcappa per la tangente (479). Così il pianeta deſcriverebbe P A ſe non foſſe forzato dall'attrazione, ch' è nel centro S, a diſcendere da A in B; dunque A B è l' effetto o miſura della forza centripeta per quel tempo, che miſura l'arco P E B; e queſto è ſempre vero, di qualunque ſorta ſia l' arco P B, circolare, parabolico ec. poichè queſta è la quantità di cui il pianeta è ſviato dalla linea retta, o di cui s' avvicina al centro, e di cui veramente s' avvicinarebbe, ſe diſtruttaſi nel pianeta ogni forza projettile, foſſe direttamente diſceſo verſo del ſole: la forza di projezione perpendicolare al raggio ſolare, non può impedire che l'attrazione del ſole non abbia il ſuo pieno effetto, per non eſſergli oppoſta.

1006. In fatti ſe il pianeta P non aveſſe ricevuto alcun moto projettile da P in A, o pure ſe queſto moto da P in A ſi diſtruggeſſe, il pianeta obbedendo alla ſola forza centrale che agiſce da P in S, diſcenderebbe colla ſteſſa velocità P C eguale a B G, o a B A: perchè, preſo il lato P B della curva per infiniteſimo, diventa la diagonale del paralellogrammo C A; B A è lo ſpazio che ſarebbe deſcritto per la forza centrale, ſe eſſa ſola agiſſe; dunque il ſeno verſo P C dell'arco P E B percorſo in un ſec. di tempo eſprime la forza centrale, per cui è ſtato deſcritto. Ma il ſeno verſo è come il quadrato dell' arco P B (988), dunque la forza centrale è come il quadrato della velocità; onde ſe ſi raddoppj la velocità, ſarebbe neceſſaria una forza quadrupla per ritenere un pianeta in una ſteſſa orbita.

1007. La quantità B A eſprime anche l' effetto della forza centrifuga, cioè di quella forza, con cui i corpi tentano ſcoſtarſi dal centro intorno al quale girano (479); poichè B A è lo ſpazio, che il corpo libero deſcriverebbe allontanandoſi dal centro S: ma $BA = PC, = \frac{CB^2}{2\,CS} = \frac{BP^2}{2\,PS}$ (988); dunque dal moto circolare ne proviene una forza centrifuga eguale al quadrato della velocità diviſa per il diametro del cerchio, preſa per unità la forza projettile; dunque tanto la centrifuga quanto la centripeta ſono nella ſteſſa ragione.

Per eſprimere la velocità d'un pianeta s' adopera un arco infiniteſimo,

perchè queſto ſolo reſta deſcritto con moto uniforme, quale uniformità è neceſſaria per la miſura del moto. Ma un arco infinitamente piccolo non s' incurva che d'una quantità A B, o B G, infiniteſima del ſecondo ordine; dunque la forza centrale non può eſprimerſi che con una quantità infiniteſima del ſecondo ordine; con che ſi prova la neceſſità delle differenze ſeconde, e del calcolo infiniteſimale per queſte ricerche.

1008. La forza centrifuga delle varie parti d' una ſfera che gira intorno all' aſſe, è proporzionale ai raggi di ciaſcun paralello, perchè la velocità di ciaſcuna parte è come il raggio del cerchio che deſcrive, cioè è P B proporzionale a P S; dunque la forza centrifuga è proporzionale a $\frac{PS^2}{2P}$, cioè a P S, che diventa l' ordinata paralella all' aſſe maggiore dell' elliſſe del meridiano, poſta la terra ellittica.

1009. La forza centrifuga ſotto l' equatore terreſtre è $\frac{1}{287}$ della gravità, che ivi ha luogo. Perchè queſta gravità fa percorrere ai gravi in un ſec. di tempo medio piedi 15, 051 (987); e la forza centrifuga è miſurata da A B diſtanza della tangente dalla curva, che in un arco di 15' ſi trova nelle tavole dei ſeni = 0, 0000000026442 49; accreſcendolo in ragione del quadrato delle ore ſolari medie, e delle ore del primo mobile o della rotazione della terra, che ſono più brevi delle ſolari (349), e multiplicandolo per il raggio della terra (802) ridotto in linee, ſi avranno linee 7, 5581, che ſi contengono 286, 77 volte nei piedi 15, che deſcrivono i gravi cadenti, e in circa 288 volte nello ſpazio totale, che i gravi, diſtrutta la forza centrifuga, deſcriverebbero ſotto l' equatore.

Perciò un corpo, diſtrutta la forza di gravità, ſcapparebbe toſto per la tangente, e nel primo ſec. ſi ſcoſtarebbe dalla ſuperficie della terra per 7 linee; e queſta tendenza a fuggire per la tangente, che naſce dal moto diurno della terra, diminuiſce di $\frac{1}{288}$ la gravità che ſi avrebbe ſotto l' equatore. Dal che ne ſegue, che ſe i gravi percorreſſero in un ſec. 15, 0515 piedi, ceſſando il moto diurno ne percorrerebbero 15, 104.

1010. Partendo dall' equatore, queſta forza ſcema nella ſteſſa ragione, in cui ſi diminuiſcono i paralelli, cioè come il coſeno della latitudine, conſiderandola però nel piano di ciaſcun paralello (1008); e conſiderandola nella direzione al centro della terra, ſi diminuiſce come il quadrato dello ſteſſo coſeno di latitudine: Sia T A (*fig.* 124) l' aſſe della terra, P G l' effetto della forza centrifuga ſotto il paralello P E, e proporzionale allo ſteſſo P E, queſta forza nella direzione P G, riſolta nella direzione T G diviene ancora minore nella ragione del ſeno di A P al ſeno rutto, o in ragione di P E : P T, per eſſere ſimili i triangoli G P Q, P E T; dunque queſta forza centrifuga G D ſta alla forza, che ſi ha ſotto l'equatore, come $PE^2 : PT^2$.

1011. Queſta forza centrifuga diminuiſce quella della gravità, e perciò rende la lunghezza del pendulo minore di quella, che ſi adoprerebbe ſe

la

la terra foſſe immobile; biſogna per eſ. accreſcere di linee 1 , 53 la lunghezza del pendulo a ſec. che ſi trova ſotto l'equatore per aver un pendolo a ſec. ſotto lo ſteſſo, ſe la terra foſſe immobile. Sotto una latitudine di 60° , ove il paralello è la metà dell' equatore , ſi dovrebbe accreſcere la ivi trovata lunghezza del pendolo di lin. 0, 38, cioè della quarta parte di lin. 1 , 53 ; e multiplicando linee 1 , 53 per il quadrato del coſeno della latitudine , ſi avrà la correzione per qualunque altra latitudine (Bouguer , *fig. de la Terre , pag.* 346) ; e quindi proviene parte della differenza nella lunghezza del pendulo, che ſi è ſopra moſtrata .

1012. *La forza centrale , che ritiene i pianeti nelle loro orbite , è in ragione inverſa del quadrato della diſtanza .*

Dim. La prima prova di queſta celebre legge (997) trovata dal Nevvton , è quella che ſi ricava dalla legge di Keplero (469) ; il Dott. Hook vedeva che la gravità dovea diminuir ſecondo che s' accreſcevano le diſtanze dal centro de' gravi ; e avea eſortati i Geometri a trovare la proporzione , ſecondo cui ſi diminuiva queſta forza (996). Il Nevvton aveva , ſecondo il Pemberton, lo ſteſſo penſiero . Ed ecco, ſecondo il mio credere , come per mezzo della legge di Keplero , ſi doveva trovare queſta proporzione , trovare per eſempio che la forza del ſole per ritenere ſaturno nella ſua orbita , ſia cento volte minore della forza , con cui il ſole ſteſſo ritiene la terra nella ſua , per eſſere la diſtanza di ſaturno dieci volte maggiore di quella della terra . Come Keplero ſcopriſſe queſta legge , l' ho già moſtrato (469); onde ſpero compita la ſtoria dell' attrazione, ſcoperta sì grande e così importante.

Voglio primieramente moſtrare in numeri , come ſi ſcorga queſta proporzione , e ſi verifichi nota che ſia la legge di Keplero . Sieno due orbite circolari e concentriche P B, T V infinitamente piccole e ſimili , determinate cioè dagli ſteſſi raggi S T P , S V B ; queſti cerchi ſarebbero percorſi in tempi eguali , poſte uguali le rivoluzioni de' due pianeti ; ma eſſendo la rivoluzione del pianeta ſuperiore P 30 volte più lenta della rivoluzione della terra T, egli deſcriverà un arco P E ſinchè la terra deſcrive l' arco T V ; e P D ſarà l' effetto della forza centrale eſercitata dal ſole nello ſteſſo, e T R il corriſpondente nella terra all' arco T V (1006); non deveſi dunque altro cercare ſe non che il rapporto di P D : T R . E chiaro che il numero de' gradi di P E è 30 volte minore de' gradi di P B ; dunque P D è 900 volte minore di P C (988); ma ſe la diſtanza S P è 9 , o 10 volte maggiore di S T , come lo ſappiamo dalla legge di Keplero, anche P C è 9 , o 10 volte maggiore di R T ; dunque P D è 100 volte ſoltanto minore di R T ; ma 100 è il quadrato del 10 ch' è la diſtanza di ſaturno , dunque la forza centrale ſi diminniſce come il quadrato della diſtanza .

Per dimoſtrare più in generale queſta propoſizione , ſi oſſervi , che ſi ha (988) P D : P C :: P E² : P B² ; ma il pianeta ſuperiore avrebbe percorſo P B, ſe la durata della di lui rivoluzione , che chiamo *t* , foſſe uguale alla durata 1 della rivoluzione della terra ; dunque P E : P B :: 1 : *t* , e P D : P C :: 1 : t^2 ; dunque P D $= \frac{P C}{t^2}$.

Ma PC : TR :: PS : TS :: r : 1, per eſſere ſimili gli archi PB, TV; dunque PC $=$ r. TR; e poichè PD $=$ $\frac{PC}{f^2}$, è anche, $=$ $\frac{r\,TR}{f^2}$; dunque $\frac{PD}{TR} = \frac{r}{f^2}$. Ma per la legge di Keplero (469) t^2 : 1 :: r^3 : 1, cioè $r^3 = t^2$; dunque $\frac{PD}{TR}$ ($= \frac{r}{f^2}$) ſarà parimenti $= \frac{r}{r^3} = \frac{1}{r^2}$. Dunque PD : TR :: 1 : r^2, cioè l' effetto della forza centrale è in ragione inverſa del quadraro della diſtanza.

1013. Così, cred' io, ſcoprì il Nevvton colla ſcorta della legge di Keplero, il progreſſo dell' attrazione; verificatoſi il quale nel ſole riſpetto a' pianeti, gli ſi confermò ben preſto anche per la luna (997); e trovò che la forza centrale neceſſaria per ritenere la luna nella ſua orbita era lo ſteſſo che la gravità naturale de' corpi terreſtri diminuita in ragione inverſa del quadrato della diſtanza della luna dalla terra. Infatti i gravi percorrono in un ſec. (981) 15 piedi, e la luna deſcrive un arco della ſua orbita di 0°, 549, cioè 33″ circa, il di cui ſeno verſo è $\frac{1}{240}$ di piede; dunque la luna è ritenuta, o s' avvicina verſo terra 3600 volte meno dei corpi terreſtri; ma è incirca 60 volte più lontana dal centro della terra; dunque la forza, che agiſce ſopra la luna sì diminuiſce come il quadrato della diſtanza.

1014. Queſto principio trovatoſi vero in altro modo, ſi adoperò per trovare la diſtanza della luna, e la parallaſſe, prima che foſſe ſtata eſattamente oſſervata. Sia e il ſemidiametro dell' equatore terreſtre ridotto in piedi, x la ragione che v' ha fra eſſo e la diſtanza media della luna dalla terra, eguale in circa a 60, onde la diſtanza della luna ſia ex; f la forza della terra, eſpreſſa dai 15 piedi, che fa percorrere in un ſecondo ſulla ſuperficie; u il ſeno verſo dell'arco deſcritto dalla luna in un ſec. di tempo, o la quantità per cui la luna in un ſec. di tempo s' accoſta alla terra; dunque queſto ſpazio viene eſpreſſo in piedi da uex. Ma ſecondo il principio delle forze centrali, lo ſteſſo ſpazio è anche eguale a $\frac{f}{x^2}$ (1013); dunque da queſte due quantità ſi cava l'equazione $\frac{1}{x} = \sqrt[3]{\frac{ue}{f}}$, e queſto è il ſeno della parallaſſe orizzontale della luna ſotto l' equatore, o il raggio della terra diviſo per il raggio della luna. Per ridurre in numeri queſta quantità ſi prenda il logaritmo del ſeno verſo dell' arco deſcritto dalla luna in un ſec. di tempo, e vi ſi aggiunga il logaritmo del raggio dell'equatore (823) ridotto in piedi, e ſi avrà il log. di $eu = 5,8434490$; da cui ſi levi quello di 15 piedi, la terza parte del reſiduo ſarà il log. del ſeno di 57′ 18″, e queſta è la parallaſſe ſotto l'equatore, che non eccede di 6, o 7″ quella che ſi deduce dalle più eſatte oſſervazioni (589), e che è di 57′ 12″.

1015. Così la legge dell' attrazione in ragione inverſa dei quadrati delle diſtanze reſta provata in due maniere diverſiſſime, e ſommamente concordi fra loro. Benchè anche un' altra diverſa conſiderazione dovea far vedere al Nevvton queſta ſteſſa legge, tratta cioè dalle qualità ſenſibili, come ſono l'emanazioni, e la luce, che ſi diminuiſcono in denſità e in forza ſecondo la ragione inverſa del quadrato della diſtanza. Finalmente col progreſſo de' ſuoi calcoli trovò in ogni parte del ſiſtema ſolare delle nuove prove.

1016. Egli è vero bensì, che fu ſoſpettato avervi ne' corpi terreſtri un' attra-

attrazione in ragione inverſa del cubo della diſtanza, ma non mi ſi ſpetta un tal eſame. Leggaſi ciò che ſcriſſero il Sig. de Maupertuis (*Mem. Acad.* 1732, *pag.* 362); il Keill in un piccolo trattato contenente 30 propoſizioni, che ſono al fine delle di lui opere; il Sig. d' Alembert nell' Enciclopedia all' *art. attrazione tom.* 1, *pag.* 850; il P. Boſcovich *Philoſophiæ naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura exiſtentium. Viennæ*, 1758 *in* 4. *& Venetiis* 1764.

1017. L' innalzamento dei fluidi nei tubi capillari è altresì una conſeſeguenza neceſſaria dell' attrazione dei corpi terreſtri, come l' ho io moſtrato in una memoria ſopra i tubi capillari (appreſſo Deſaint, 1770). Veggaſi il Muſchembroek (*Cours de Phyſique*, *T. II. pag.* 1 *edit.* 1769), il Dizionario di Chimica del Sig. Macquer, all' *art. Peſanteur*.

1018. La maſſa dei pianeti, cioè la loro quantità di materia, o forza attraente, ſi deduce dal principio dell' attrazione, e quindi ſe ne ricava la intima loro denſità, o gravità ſpecifica. Queſta ſcoperta, che a prima viſta ſembra molto ſingolare, è però una conſeguenza naturale della legge dell' attrazione, poichè la forza attraente è un certo indizio della quantità di materia. Prendiamo per termine di paragone la maſſa o la forza attraente della terra, i di cui effetti ci ſono noti e familiari, e cerchiamo quale ſia la maſſa di giove riſpetto a queſta della terra. Il primo ſatellite di giove compie la ſua rivoluzione in una diſtanza da giove uguale a quella della luna dalla terra (non ne è minore che di $\frac{1}{12}$). Se queſto ſatellite giraſſe intorno a giove anche nello ſteſſo tempo della luna intorno alla terra, ne ſeguirebbe chiaramente, che la forza di giove per ritenere queſto ſuo ſatellite nella di lui orbita, ſarebbe uguale a quella della terra, con cui ritiene la luna, e che la quantità di materia in giove, o la di lui maſſa, ſarebbe la ſteſſa che quella della terra; nel qual caſo biſognerebbe che la denſità della terra foſſe 1479 volte maggiore di quella di giove, perchè la groſſezza (o il volume) di giove contiene 1479 volte la groſſezza della terra (539); e ſe il peſo è lo ſteſſo, la denſità ſarà tanto più grande, quanto è più piccolo il volume. Ma ſe il ſatellite gira 16 volte più velocemente della luna, vi è neceſſaria una forza 256 volte maggiore per ritenerlo ($16 . 16 = 256$) per eſſere la forza centrale come il quadrato della velocità (1006); una doppia velocità eſigge e ſuppone una forza centrale quadrupla in diſtanze eguali; e la velocità del ſatellite 16 volte maggiore di quella della luna benchè in una orbita eguale, ſuppone in giove una energia, o una maſſa 256 volte maggiore di quella della terra; in tal caſo ſi trova un volume 1479 volte maggiore di quello della terra; ed un peſo ſolamente 256 volte più grande; dunque il volume di giove riſpetto a quello della terra è cinque volte maggiore della quantità di materia reale ed effettiva riſpetto a quella della terra; dunque la denſità della terra è cinque volte maggiore della maſſa di giove.

1019. Tale è lo ſpirito del metodo ſeguito dal Nevvton per calcolare le maſſe e le denſità dei pianeti, che ſono in fine di queſto libro; quanto

to più un ſatellite è lontano dal ſuo primario, e quanto più velocemente ſi muove, tanto maggiore è la forza e la quantità di materia nel pianeta primario, che lo ritiene. Voglio applicarvi il calcolo rigoroſo, prendendo il ſole per termine di paragone, perchè gli aſtronomi ſe ne ſervono per il calcolo delle attrazioni celeſti.

1020. Sia la diſtanza di giove dal ſole, preſa per unità, $=$ 1.

Il tempo della rivoluzione di giove, $=$ 1.
La forza del ſole ſopra giove, $=$ 1.
La diſtanza d'uno de' di lui ſatelliti, $= r$.
Il tempo della rivoluzione dello ſteſſo ſatellite, $= t$.

La forza attuale di giove ſopra queſto ſuo ſatellite ſarà $\frac{r}{t^2}$ paragonata con quella del ſole ſopra di giove (1012). Se queſto ſatellite foſſe tanto lontano da giove, quanto giove dal ſole, biſognerebbe in tal caſo, che la forza foſſe alla forza attuale ch'è $= \frac{r}{t^2}$, come $r^2 : 1$, cioè in ragione inverſa del quadrato della diſtanza; dunque allora in eguale diſtanza, la forza ſarebbe $\frac{r^3}{t^2}$; e queſta è dunque in fatto la forza aſſoluta di giove (riſpetto a quella del ſole conſiderata in diſtanza eguale), cioè la di lui maſſa totale, o la quantità di materia ch' eſſo contiene; dunque generalmente, per conoſcere la maſſa d'un pianeta, preſa quella del ſole per unità, baſta di dividere il cubo della diſtanza d' un ſatellite di queſto pianeta, per il quadrato del tempo, ch'egli conſuma a girare, purchè abbiaſi preſa l' unità delle diſtanze e dei tempi in uno dei pianeti, che girano intorno al ſole.

1021. Eſempio. La rivoluzione di venere intorno al ſole, che ſi compie in ore 5393, è 13 volte più lunga di quella del quarto ſatellite di giove, ch'è di ore 400 $\frac{1}{2}$; dunque $t = 0,074271\,6$; la diſtanza di eſſo ſatellite veduta dal ſole, è di 8' 16", da ſi cui ricava facilmente la diſtanza dello ſteſſo da giove, preſa quella di venere dal ſole per unità, ſi ha il valore di $r = 0,017290$. Se ſi prende il cubo di r e ſi divida per il quadrato di t, ſi trova 0, 0009370, o $\frac{1}{1067}$, ch'è la maſſa di giove, poſta quella del ſole $=$ 1. Nello ſteſſo modo trovarebbeſi quella della terra $\frac{1}{365412}$ ſuppoſta dal Nevvton $\frac{1}{169182}$, per non eſſere ſtati eſatti gli elementi, di cui ſi ſervì.

1022. Dividendo queſta forza o maſſa d' un pianeta per il volume, preſo per unità il volume del ſole, ſi ha la denſità cercata del pianeta riſpetto alla denſità del ſole; e così il Nevvton trovò la terra quattro volte più denſa del ſole, quattro volte e un quarto più di giove, e ſei volte più di ſaturno (Nevvt. *L. III. prop. 8*) o Mac-laurin, *Expoſ. des découv.*

de

de Newton *pag.* 309). Queſte denſità ſono calcolate più eſattamente nella tavola ch' è al fine di queſto libro . Poſſiamo paragonarle con oggetti familiari: ſi ſa che l' antimonio è quattro volte più denſo dell' acqua , e ſei volte più del legno di prugno ; così ſupponendo che le ſoſtanze del ſole , e di giove , ſieno della denſità dell' acqua , la terra ſarà come l' antimonio, e ſaturno come il legno ; e queſte ſoſtanze mi ſembrano molto corriſpondenti a quanto ho voluto eſprimere per mezzo loro. Si troverebbe lo ſteſſo rappotto incirca fra l' acciajo , l' avorio , e il legno più peſante , come l' ebano ; baſterà conſultare la Tavola delle gravità ſpecifiche dell' Abbate Nollet nelle di lui lez. di Fiſ. o la Fiſ. del Muſchembroech.

1023. Con queſto metodo non ſi poſſono trovare le denſità di venere , mercurio , e marte , poichè non hanno ſatelliti, che poſſano moſtrarci l'intenſità della loro attrazione ; ma oſſervando nei tre pianeti , le denſità dei quali ſon note , un accreſcimento di denſità , quando ſono più vicini al ſole , è molto probabile che lo ſteſſo accreſcimento abbia luogo anche negli altri tre pianeti : tentando di trovarne una legge di un tale accreſcimento, ſi oſſerva che le denſità ſono quaſi proporzionali alle radici de' moti medj ; per eſ. il moto della terra è incirca 11 , 86 , preſo quello di giove = 1 ; la radice di eſſo numero è $3\frac{1}{2}$; e la denſità della terra è appunto 3 volte $\frac{1}{2}$ maggiore di quella di giove , o incirca ; dunque la ſteſſa proporzione ſi può ſupporre negli altri pianeti ; e ſu queſto fondamento ho calcolate le denſità della mia Tavola.

1024. Nota la maſſa , e il diametro d' un pianeta , facilmente ſi trova la forza acceleratrice dei gravi ſulla ſuperficie ſteſſa de' pianeti, eſſendo eſſa forza in ragione della maſſa , e in ragione inverſa del quadrato del raggio . In queſto modo nella mia Tavola citata ho calcolate le velocità dei gravi in ciaſchedun pianeta per il primo ſec. di tempo in piedi e centeſime di piede ; ed è lo ſteſſo che la velocità dei corpi terreſtri ſotto l' equatore , piedi 15 , 104 (1009) multiplicata per la maſſa di ciaſchedun pianeta e diviſa per il quadrato del raggio , preſi la maſſa e il raggio della terra (1002) per unità.

1025. La maſſa della luna , e perciò la di lei denſità , difficilmente ſi poſſono determinare con eſattezza, perchè i fenomeni , coi quali ſi manifeſtano , ſono ſoggetti alla ſteſſa difficoltà nel determinarli . Le altezze delle maree ci moſtrano che la forza della luna è 2 $\frac{1}{2}$ volte maggiore della forza del ſole (1090); per conchiuderne la maſſa della luna baſta ſapere quale ſia la di lei forza nella diſtanza del ſole.

1026. Generalmente la forza centrale ſi diminuiſce in ragione inverſa del cubo della diſtanza , quando eſſa ſi riſolve in una direzione diverſa dalla prima (1050) ; dunque biſogna multiplicare la forza attuale della luna per il cubo della ragione fra le diſtanze , o della ragione delle parallaſſi $\frac{8'',6}{57'\ 3''}$, e ſi avrà la maſſa della luna , preſa per unità quella del ſole .

ſole. Ma la maſſa della terra è ſoltanto $\frac{1}{365412}$ della maſſa del ſole (1021); dunque biſogna ancora dividere la maſſa trovata per queſta frazione, e ſi avrà $\frac{1}{71}$, ch'è la maſſa della luna, preſa per unità quella della terra.

1027. Si può anche conſiderarla così: la maſſa della terra $\frac{r^3}{t^2}$ (1020) è $\left(\frac{9''}{57'}\right)^3 . \left(\frac{\frac{365}{1}}{27}\right)^2$ preſa per unità quella del ſole; la maſſa della luna è $\left(\frac{9''}{57'}\right)^3 . 2\frac{1}{2}$; dunque ſono fra loro come $\frac{2}{5}\left(\frac{365}{27}\right)^2 : 1$, dunque il quadrato della durata dell' anno, di giorni 365, diviſo per il quadrato della durata del meſe, di gior. 27, e multiplicato per $\frac{2}{5}$, ch, è la forza della luna, darà il numero 71, 49 ch' eſprime quante volte la terra contenga la luna; e così la maſſa della luna ſarà 0, 013991 di quella della terra.

1028. Dividendo la maſſa della luna per il di lei volume, ch'è $\frac{1}{49}$, o pure, 0, 0204 (584), ſi avrà la di lei denſità 0, 68706, cioè la denſità della luna è ſoltanto $\frac{7}{10}$ della denſità della terra, come nella mia Tavola.

1029. *La velocità di projezione, come* P A (*fig.* 123) *neceſſaria per deſcrivere un cerchio* P B, *è in ragione inverſa della radice del raggio* S P.

Dim. Supponiamo che due pianeti P, e T deſcrivano intorno al ſole S i cerchj P B, T V, e che S P ſia quadruplo di S T; dico che la velocità P E ſarà la metà della T V. Infatti P C ſarà quadruplo di T R per eſſere le figure P B C, T V R come i raggi; ma eſſendo la gravità in P 16 volte minore che in T, biſogna prendere P D 16 volte minore di T R, o 64 volte minore di P C, per avere lo ſpazio P E che potrà deſcriverſi dal pianeta P ritenuto dalla forza centrale del ſole; in tal caſo P E ſarà l'ottava parte di P B, per eſſere i ſeni verſi in duplicata degli archi (988); dunque P E ſarà la metà di T V nello ſteſſo ſpazio di tempo; cioè la velocità d'un pianeta deve eſſere in ragione inverſa della radice della ſua diſtanza, onde poſſa eſſere ritenuto dalla forza centrale, ch'è in ragione duplicata inverſa della diſtanza. Ed ecco perchè giove, la di cui orbita è cinque volte maggiore dell' orbita della terra, impiega a percorrerla un tempo 12 volte maggiore, non eſſendo la di lui velocità aſſoluta la metà di quella della terra.

1030. Se la velocità di projezione primitivamente ricevuta da un pianeta nel partire dal ſuo afelio, foſſe ſtata minore di quella che gli era neceſſaria per deſcrivere un cerchio P B, per eſſere ſtata troppo grande la forza centrale, il pianeta ſi ſarebbe avvicinato al ſole; ed ecco perchè i pianeti nel partire dall' afelio s' avvicinino al ſole; ma fra poco dimoſtraremo, che, dopo percorſi 180°, lo ſteſſo pianeta deve allontanarſi dal ſole altrettanto quanto vi ſi è accoſtato, perchè la forza centrifuga divie-

ne

ne maggiore della centripeta, a misura che il pianeta s'avvicina al sole. Si dimostrò che la velocità perielia sta all' afelia in ragione inversa delle distanze (473); dal che ne segue che la centrifuga s'accresce più della centripeta, ed eccone la dimostrazione.

1031. *La forza centrifuga s'accresce in ragione triplicata inversa della distanza, quando la velocità è in inversa semplice delle distanze.*

Dim. Supponiamo che SP (*fig.* 123) sia doppia di ST; sarà l' arco PB doppio di TV, e PC di TR, e la forza centrifuga in P doppia della stessa in T (questo è il primo Teorema dell' Huygens *de Horolog. oscillat.* 1673); ma se la velocità in P invece di essere doppia della stessa in T, fosse la metà, cioè se PE è quattro volte minore di PB, il seno verso PD sarà 16 volte minore di PC (988); dunque PD sarà 8 volte minore di TR; cioè la forza centrifuga è in ragione triplicata inversa delle distanze SP, ST, che abbiamo supposte come 1 : 2.

Generalmente si vede, che PB : TV :: SP : ST; dunque se TV : PE :: SP : ST (473), si avrà, moltiplicando le analogie tra loro, $PB : PE :: SP^2 : ST^2$; ma PC : PD :: PB^2 : PE^2; dunque PC : PD :: SP^4 : ST^4; ma PC : TR :: SP : ST; dunque dividendo le analogie, sarà TR : PD :: SP^3 : ST^3; da cui vedesi l' effetto della forza centrifuga essere in ragione triplicata inversa della distanza, quando la velocità è in inversa semplice delle distanze. Questo è il caso d' un pianeta considerato nel suo afelio e perielio; e da questa proposizione vedremo fra poco (1035) perchè i pianeti si scostino dal sole dopo essersigli avvicinati, quantunque sieno sempre attratti verso lo stesso sole.

1032. Se la forza di projezione, che anima i pianeti a descrivere le loro orbite, si distruggesse quando essi si trovano nelle medie loro distanze del sole, la forza centrifuga li precipitarebbe nel sole: e mercurio vi giungerebbe in giorni 15. 13^h; venere in 39. 17^h; la terra in 64. 10^h; marte in giorni 121; giove in 290; saturno in 767: una pietra cadrebbe nel centro della terra, se il passaggio vi fosse libero, in 21' $9^"$ (Wisthon *Astronomical principes of religion*, *p.* 66). Questi risultati si trovano con quest' analogia, la radice quadrata del cubo del 2 sta all' unità, come la metà della durata della rivoluzione d'un pianeta al tempo della di lui discesa fino al centro dell'attrazione (Frisio *de gravitate*, *pag.* 100).

Del moto ellittico dei pianeti.

1033. La forza centrale in ragione duplicata inversa della distanza, non può aver luogo nelle orbite dei pianeti, se queste non sieno sezioni coniche. Il Newton *Princip. L.* I. dimostra, che se i pianeti descrivessero delle sezioni coniche, la forza centrale loro dovrebbe essere in duplicata inversa della distanza. Ma Gio. Bernoulli il primo dimostrò, ch' è altresì vera l' inversa proposizione, cioè che supposta quella ragione nella forza centrale, necessariamente l' orbita deve essere una sezione conica (*Mem. Acad.* 1710 *&* 1711. *Oeuvres de* J. Bernoulli *T.* I. *pag.* 469).

Non posso inserire in questo compendio queste due opposte dimostrazioni per essere troppo complicate.

1034. Ma è necessario di mostrare in un modo più palpabile la causa del moto alternativo, che per lo più si stenta a concepire. Sembra, così suol dirsi, che un pianeta incessantemente attratto dal sole, a cui s' accosta fino a un certo punto, dovrebbe sempre più avvicinarvisi, giacchè il sole non cessa d' attrarlo; pure giunto il pianeta al suo perielio, si scosta dal sole, e torna all' afelio. Ma ecco la causa di questo moto alternativo: un pianeta che ha ricevuto nell' afelio una projezione con una velocità troppo piccola, onde potere descrivere un cerchio in una distanza sì grande (1030) o con una forza di projezione troppo piccola rispetto alla forza centrale, si accosta al sole; ma nell' accostarvisi s' accresce la velocità, senza di cui le aree non sarebbero più proporzionali ai tempi; supponiamolo giunto a una distanza di 180° dal punto d'onde partì, cioè al perielio, e che la di lui distanza dal sole siasi ridotta quattro volte minore della distanza afelia; la velocità è quadrupla della velocità afelia, perchè s' accresce in ragione inversa delle distanze (473); ma la velocità che nel perielio richiederebbesi per descrivere un cerchio, è solamente doppia della velocità che richiederebbesi per descrivere un cerchio nell' afelio, perchè s' accresce soltanto in ragione sudduplicata inversa della distanza (1029); dunque il pianeta, discendendo dall' afelio al perielio, acquistò una velocità doppia di quella, che sarebbegli stata necessaria per descrivere un cerchio del raggio S P eguale alla distanza perielia. Dunque il pianeta uscirà da questo cerchio per allontanarsi dal sole, e risalire verso l' afelio: da questa prima ragione vedesi che il pianeta deve scostarsi dal sole dopo essersigli avvicinato; ma v' ha una seconda maniera di mostrare lo stesso.

1035. Supponiamo sempre un pianeta spinto colla forza projettile in A (*fig.* 128) con una velocità troppo piccola perchè possi descrivere un cerchio del raggio S A, in guisa che sia costretto fino dal primo momento a discendere in un' orbita più curva accostandosi al sole. Quando sarà giunto in un punto P, in cui la distanza sia quattro volte più piccola, la forza centrale o l' attrazione del sole sarà 16 volte più grande (1012); ma la forza centrifuga sarà 64 volte maggiore (1031); dunque la forza stessa centrifuga è allora molto maggiore della centrale; dunque non v' è meraviglia, se il pianeta incominci a scostarsi dal sole.

1036. Si crederà forse che il pianeta non debba più accostarsi al sole, quando la forza centrifuga sarà eguale alla centripeta; ma bisogna considerare, che in questo caso, che succede quando il pianeta si trova verso la sua media distanza M dal sole, la direzione M N del di lui moto è troppo obliqua al raggio vettore M S, e forma un angolo N M S troppo piccolo onde potere lo stesso divenire a un tratto un angolo retto; bisogna che il pianeta discenda sempre più, e che la curvatura della sua strada divenga rotonda in modo che il raggio vettore S P sia perpendicolare al moto del pianeta; e allora avviene che l' eccesso della forza cen-

centrifuga ſopra la centrale, ſarà ſpeſo tutto per allontanare il pianeta dal ſole, il che avviene ſoltanto nel punto P diametralmente oppoſto al punto A. Il pianeta partendo dal punto P impiegherà per perdere queſto eccesſo della forza centrifuga, tanto tempo, quanto glie ne fu neceſſario per acquiſtarlo; e quindi la ſeconda parte dell' elliſſe ſarà eguale alla parte diſcendente ALMNP, e ſarà deſcritta nello ſteſſo ſpazio di tempo.

Delle ineguaglianze prodotte dall' attrazione.

1037. Se ciaſchedun pianeta girando intorno a un centro non ſentiſſe altra forza che quella che lo ſpinge verſo queſto centro, deſcriverebbe un cerchio o un' elliſſi, l' aree della quale ſarebbero proporzionali ai tempi (480); ma eſſendo ciaſchedun pianeta attratto da tutti gli altri ſecondo diverſe direzioni, e con forze ſempre diverſe, quindi ne naſcono continuamente delle ineguaglianze e perturbazioni. Il calcolo di queſte perturbazioni tenne occupati da alcuni anni in qua i geometri e gli aſtronomi; il Newton cominciò a calcolare quelle della luna: i Sigg. Eulero, d' Alembert, Clairaut perfezionarono queſta teoria. Eulero calcolò le ineguaglianze di ſaturno in una diſſertazione, che fu coronata dall' Accademia nel 1748. Il Clairaut e Sig. d' Alembert pubblicarono le loro ricerche ſulle ineguaglianze delle terra; ed io ho eſaminate quelle di marte e di venere (*Mem. Acad.* 1758 1760 1761), che ſi ſono trovate conſiderabili e perciò da dover entrare nei calcoli aſtronomici. Quelle di giove furono calcolate dall' Eulero nel diſcorſo coronato nel 1752, (*Recueil des Pièces qui ont remporté le prix*, *T. VII*) e poſcia dal Sig. Mayer; di queſti calcoli ſe ne ſervì il Sig. Wargentin per le Tavole di giove e de' ſatelliti, che perciò ſi trovarono molto più eſatte; ma in queſto compendio non poſſo ſe non accennare i primi principj e qualche leggera idea di queſti calcoli immenſi.

1038. Se due pianeti, uno de' quali gira intorno all' altro, foſſero egualmente attratti e per direzioni paralelle da un terzo, queſta nuova attrazione non alterarebbe punto il loro ſiſtema, il loro moto, il ſito loro riſpettivo; e ſarebbe lo ſteſſo, come ſe lo ſpazio, o il piano medeſimo in cui ſi muovono, cangiaſſe di ſito, nel quale traſporto ſegue ogni coſa come per l' avanti.

1039. Così due attrazioni eguali e paralelle non alterano punto il ſiſtema dei corpi; e qualunque ineguaglianza o differenza di moto dipende ſoltanto da una differenza delle attrazioni. La luna non reſta turbata nel ſuo moto intorno alla terra, ſe non perchè è attratta dal ſole poco più o meno che la terra. Il mare non è agitato due volte al giorno dalla luna, ſe non perchè la luna attrae con maggior forza le acque che la terra, o la terra che le acque 12 ore dopo.

1040. Volendoſi calcolare queſte perturbazioni prodotte da una forza ſtraniera nel moto d' un pianeta che gira intorno al ſole, biſogna cercare quanto eſſa agiſca ſul ſole e ſul pianeta; la forza perturbatrice è la diffe-

ſerenza di eſſe due azioni; e biſogna calcolare l'effetto di queſta differenza. Perchè ſe il ſole e il pianeta, che gli gira intorno, foſſero attratti con forza eguale, e per direzioni paralelle, il pianeta non laſcierebbe di deſcrivere intorno al ſole la ſteſſa ellifſi di prima; le di lui longitudini eliocentriche, e raggi vettori ſarebbero i medeſimi, e nell' Aſtronomia non ſareſſimo obbligati a computare alcuna differenza, nè le oſſervazioni ci moſtrebbero diſordine di ſorte alcuna.

1041. Da queſta conſiderazione ſi rileverà, perchè la gravità della luna ſulla terra, cioè la forza centrale, che ritiene la luna nella ſua orbita, reſti diminuita in ambe le ſizigie; queſto è un punto non mai inteſo dagli avverſarj dell' attrazione, ma che influiſce molto nella ſpiegazione. Succede nella luna come nelle acque del mare, che due volte al giorno ſi alzano verſo il noſtro zenit, quando cioè la luna paſſa per lo ſteſſo zenit, e quando per il nadir. Le oſſervazioni provano, che la luna nelle due ſizigie tanto ſi sforza ad allontanarſi dalla terra, quanto ad avvicinarſi nelle due quadrature (piccoliſſima è la differenza). E lo ſteſſo ſi dimoſtra colla ſeguente ragione. Quando la luna è in congiunzione, è più vicina al ſole, che non è la terra, di $\frac{1}{380}$; dunque è più attratta dal ſole, che non è la terra di $\frac{1}{190}$ della forza del ſole ſulla terra (perchè la differenza dei quadrati è doppia della differenza delle radici); dunque la gravità della ſteſſa verſo la terra reſta diminuita di $\frac{1}{190}$. Quando è in oppoſizione, è benſì attratta dalla ſteſſa parte tanto dal ſole, quanto dalla terra, ma non ſegue però da ciò, che reſti accreſciuta la di lei gravità; e infatti ſe in queſto caſo dell' oppoſizione, la luna e la terra foſſero attratte dal ſole colla ſteſſa forza affatto, non ne ſeguirebbe alcun cangiamento nella gravità della luna verſo la terra, nè nel di lei moto intorno alla medeſima, quantunque la luna foſſe attratta ſempre dalla ſteſſa parte dalla ſomma di queſte due forze; ma la terra è più attratta della luna di $\frac{1}{190}$; dunque la terra tanto tende a fuggire dalla luna, quanto la luna tendeva a ſcoſtarſi dalla terra ſteſſa quando era in congiunzione; la loro ſcambievole unione, la reciproca loro tendenza, la loro attrazione reſtano altrettanto diminuite quando il ſole allontana la terra dalla luna, quanto allora quando allontana la luna dalla terra; e per queſta ſteſſa ragione oſſerviamo le acque del mare alzarſi verſo il zenit poſta la luna al nadir (1075).

1042. La forza del ſole ſopra un pianeta, che s' eſprime per $\frac{S}{p^2}$ (1002) non è la ſola da conſiderarſi, quando ſi cerca il moto d' un pianeta intorno al ſole, o quel moto che vedrebbe un oſſervatore poſto nel centro del ſole. Perchè anche il pianeta T (*fig.* 125) attrae il ſole in ſenſo contrario con una forza $\frac{T}{p^2}$, e ſe vogliaſi ſupporre il ſole im-

mo-

mobile, bisogna attribuire al pianeta un nuovo moto verso il sole, eguale a quello che ha il sole verso il pianeta, o pure, ch' è già lo stesso, bisogna supporre che il sole attragga il pianeta con una forza $\frac{S+T}{r^2}$, vale a dire con la somma delle due masse, del sole e del pianeta.

1043. L'effetto di questa attrazione del pianeta T sopra il sole S consiste nel far descrivere al sole una piccola ellissi intorno al centro di gravità comune al sole e al pianeta (Newton *L. I. prop.* 67, *L. III. prop.* 13); almeno nel caso che il sole stesso abbia ricevuto un impulso intorno al centro (Frisio, *pag.* 113). Questa attrazione è la causa di alcune delle piccole ineguaglianze nel moto apparente del sole, che si calcolano prendendo la differenza delle attrazioni, che ciaschedun pianeta esercita sopra il sole e la terra. Secondo il Newton, il sole deve essere tratto di luogo per una piccola quantità dalle attrazioni de' pianeti; ma la forma del calcolo usitato nell' Astronomia è tale, che il sole si suppone sempre fisso, e si riferisce a ciaschedun pianeta quel moto, che lo stesso produce nel sole, onde resti sempre la stessa la situazione rispettiva del pianeta col sole.

1044. L' espressione $\frac{S}{r^2}$ della forza attraente è quella, che ha luogo quando l' azione si esercita direttamente, e sempre secondo il raggio vettore; ma i pianeti sono gli uni dagli altri attratti obliquamente, e secondo qualunque direzione, che cangiasi continuamente, mentre verso il centro intorno a cui si girano, sono sempre attratti direttamente; così per conoscere l' effetto delle perturbazioni ed attrazioni celesti, bisogna risolvere la loro forza assoluta (ch' è la massa divisa per il quadrato della distanza), per trovarne l' effetto nella direzione stessa della forza centrale. Ho detto per esempio, che l' azione di giove sulla terra è $\frac{1}{25000}$ dell' azione del sole sulla medesima, secondo un' attrazione diretta (1004); ma queste due forze che agiscono sulla terra, si oppongono insieme, e spesso hanno direzioni diverse; la forza di giove, che secondo un' attrazione diretta è $\frac{1}{25000}$ di quella del sole, avrà un effetto molto minore, quando agirà lateralmente; sarà per esempio minore quando agirà sotto un angolo di 60°.

1045. Un corpo spinto secondo le direzioni AB, AC (*fig.* 126) che formano tra loro un angolo BAC, da due potenze che sono fra loro come le linee AB, AC, descriverà la diagonale AD del parallellogrammo BACD nel tempo stesso, in cui descriverebbe AC, o AB, spinto separatamente da una di esse due potenze (479). Così la forza espressa secondo la direzione e lunghezza della diagonale AD, equivale alle due forze AB, AC, che avrebbero operato nello stesso tempo. E anche quando questa forza è unica nel principio, si può considerare prodotta dalla riunione di due altre forze, alle quali è equivalente; cioè che la forza AD può risolversi nelle due AC e AB.

La

La ſteſſa linea AD è anche la diagonale del paralellogrammo A*b*D*c*, e la forza AD parimenti riſulterebbe dalla unione delle due forze A*b*, A*c*; dunque ſopra una data linea AD ſi poſſono formare dei qualunque triangoli ABD, A*b*D di grandezza o forma arbitraria, e ſi potrà ſempre alla forza AD ſoſtituire due forze, l' eſpreſſioni delle quali ſieno i lati d' uno di eſſi triangoli.

Così la forza AD, che chiameremo F, riſolta ſecondo le direzioni AB, AC, darà due forze proporzionali ad eſſe due linee, e, per eſſere AC = BD, una di queſte due forze ſarà = F $\frac{AB}{AD}$, che agirà ſecondo AB, l'altra ſarà F $\frac{BD}{AD}$ ſecondo AC, o paralellamente a BD. Dico che la forza ſecondo AB ſarà F $\frac{AB}{AD}$, perchè, per eſſere le linee AB, AC, AD proporzionali alle forze da loro eſpreſſe, la forza ſteſſa ſecondo AB, è alla forza ſecondo AD, che è F, come la linea AB alla AD; dunque la forza ſecondo AB = F $\frac{AB}{AD}$.

1046. Se il paralellogrammo dato è rettangolo in B (*fig.* 127), BD è il ſeno dell' angolo BAD, preſo AD per raggio o per unità; e AB è il coſeno; dunque in tal caſo la forza ſecondo AC, o BD = F. ſen. BAD; queſte due forze AC, AB equivalgono alla data forza AD, che ſi dovea riſolvere; di queſta ultima riſoluzione ci ſerviremo art. 1048.

Per mezzo della riſoluzione delle forze attraenti ſi poſſono ridurre le forze perturbatrici, che agiſcono ſopra un pianeta, alla direzione ſteſſa del di lui moto. Prenderò per eſempio la terra ch' è attratta dall' azione di giove, come ſe cercaſſi l' ineguaglianza che ne riſulta nel moto della medeſima.

1047. Sia AT (*fig.* 125) l'orbita della terra, ch' è il pianeta diſturbato, BR quella di giove, o del pianeta turbante, e per ſemplicità del calcolo ſupponiamole in uno ſteſſo piano. Sia M la maſſa del pianeta turbante, *t* l'angolo RST, o l'angolo di commutazione (442); giove ſituato in R attrae la terra T con una forza $\frac{M}{RT^2}$ (1002); non vi facciamo entrare la ſomma delle maſſe di giove e della terra, perchè traſcureremo i turbamenti di giove.

La forza $\frac{M}{RT^2}$ deve riſolverſi in altre due, l'una delle quali agiſca da T in G, o da S in R, onde ſe ne poſſa levare la forza di giove ſul ſole (1041); e l'altra da T in S; la prima è M $\frac{RS}{RT^3}$ e tende ad allontanare il pianeta dal ſole nella direzione di TG, o di SR che l' è paralella; e perciò le prefiggiamo il ſegno negativo. La ſeconda forza è $\frac{M.TS}{RT^3}$ (1045); e tende ad avvicinare la terra al ſole, e la eſprime-

remo

remo perciò col segno positivo. La seconda di queste due nuove forze è nella direzione del raggio vettore TS, al quale noi vogliamo riportare il moto della terra, e così non ha ella bisogno d' altra nuova risoluzione.

1048. La forza $\frac{M.RS}{RT^3}$, o $\frac{M.TG}{RT^3}$ non essendo nella direzione del raggio vettore, nè del moto della terra, bisogna ridurvela: prima però devesi sottrarne la forza del sole; perchè la forza TG non agisce, per turbare il moto della terra, se non in quanto che è minore o maggiore di quella che nello stesso tempo agisce sul sole da S in R; ma questa forza sul sole è $\frac{M}{SR}$ (1042,) dunque, levandola, averemo $\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}$ ch' esprime la forza perturbatrice secondo SR o TG; bisogna risolverla secondo TE e TB, multiplicandola per il coseno e per il seno dell' angolo GTE o RST (1046), cioè dell' angolo t. La forza secondo TE agirà nella direzione STE del raggio vettore della terra, ma in senso opposto alla forza centrale del sole; e perciò sarà negativa; e la forza centrale del sole positiva, perchè sempre è la maggiore. L' altra forza agirà da T in B, e tenderà a diminuire la velocità della terra, che si suppone andare da A in T, e perciò essa pure sarà negativa. Dunque la prima è $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ coseno. t (1046), forza diretta verso il sole, e l' altra $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ sen. t; ch' è la forza che agisce perpendicolarmente al raggio vettore.

1049. Quanto alla forza diretta verso il sole, ne abbiamo trovata una parte $+\frac{M.TS}{RT^3}$ (1047), alla quale devesi aggiungere quella, che abbiamo adesso trovata, poichè ella è nella stessa direzione, e si avrà finalmente la forza perturbatrice diretta verso il centro del sole $= +\frac{M.TS}{RT^3} - \left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right)$ coseno. t. La prima parte di questa espressione è proporzionale a TS, e perciò s' accresce a proporzione che il pianeta turbato s' allontana dal centro del suo moto.

1050. Il valore $\frac{M.TS}{RT^3}$ ci fa vedere che la forza perturbatrice, che agisce secondo la direzione TS del raggio vettore, e che modifica la forza centrale del pianeta, si diminuisce in ragione triplicata inversa delle distanze, come ho supposto (1026). E questa è la ragione, per cui si troverà (1091) che la forza della luna per alzare le acque del mare, sarebbe minore, se la distanza della medesima luna fosse eguale a quella del sole, e ciò in ragione dei cubi delle distanze del sole e della luna, perchè la forza che alza le stesse acque è una forza risolta secondo la direzione TS del raggio della terza.

1051. Risolvendosi nello stesso modo la forza d' un pianeta sopra d' un altro si cerca l' effetto, che ne ridonda nel moto del pianeta turbato; vi vuol poco a sapere in un dato momento che la forza di giove, con

cui

cui diſturba il moto della terra è $\frac{1}{25000}$ della forza del ſole, che la ritiene nella ſua orbita; ma biſogna ſapere quale effetto avrà prodotto nel moto della terra queſta forza dopo la ſua azione durante un tempo finito; quanto cioè avrà accreſciuta o diminuita la velocità della terra, quale cangiamento avrà prodotto nel piano della di lei orbita, e tutte queſte coſe eſpreſſe in min. e ſec. giuſta la forma delle noſtre tavole aſtronomiche. Queſta forza perturbatrice in ciaſchun momento di tempo facilmente ſi conoſce, ma deveſi cercare 1.° l' effetto della medeſima in quel momento nell' alterazione dell' orbita; 2.° la ſomma di queſti effetti reiterati per molte volte, ciocchè rende aſſolutamente neceſſario il calcolo degl' infiniteſimi; trattandoſi di rilevare dall' effetto prodotto in un momento di tempo, l' effetto di tre meſi, d' un anno, d' una intera rivoluzione, o d' uno ſpazio qualunque di tempo, durante il quale l' effetto ſteſſo non è già uniforme, nè al tempo ſteſſo proporzionale. In queſto conſiſte la ſoluzione del problema dei tre corpi, trovata ſpecialmente dalli Sigg. Euler, Clairaut, d' Alembert; ma che non poſſo qui riferire, per entrarvi dentro troppo di calcolo infiniteſimale; i principj per altro gli ho eſpoſti nel Libro XXII della mia aſtronomia.

1052. Voglio nonnoſtante ſpiegare il modo con cui la perturbazione del ſole produce le tre principali ineguaglianze della luna, cioè l' *evezione*, *la variazione*, *l' equazione annua*.

L' *evezione* è la ineguaglianza principale prodotta nella luna dal ſole (560); ed equivale a un cangiamento nella eccentricità dell' orbita lunare. Quando il ſole corriſponde all' apogeo o al perigeo lunare, o quando la linea degli apſidi della luna coincide colla linea delle ſizigie, la forza centrale della terra ſulla luna, ch' è più debole nella ſizigia apogea, reſta il più diminuita (1049); e il meno nella ſizigia perigea, dove è più intenſa; dunque la differenza fra le forze centrali perigea ed apogea ſarà maggiore in tal caſo; e perciò s' accreſcerà la differenza delle diſtanze, cioè ne ſarà maggiore l' eccentricità; così l' oſſervazione moſtra, che in tal caſo l' equazione della luna è di $7^{\circ}\frac{2}{3}$, la quale trovaſi di 5° quando la linea delle quadrature coincide con quella delle ſizigie (560).

1053. Il moto alternativo dell' apogeo, che oſſervaſi nel tempo iſteſſo, dipende dalla diminuzione della forza centrale (1056): e perciò deve eſſere maggiore coincidendo la linea delle ſizigie con quella degli apſidi, reſtando in tal caſo il più diminuita la gravità della luna. Quando l' apogeo è nelle quadrature, il di lui moto è più lento, per eſſere minore la diminuzione totale della forza centrale; quando il ſole è diſtante 45° dagli apſidi, il moto vero dell' apogeo è uguale al moto medio, trovandoſi in tal caſo il ſole fra mezzo alle due azioni eſtreme; ma allora il luogo vero dell' apogeo è diverſo quanto mai poſſa dal medio, e l' equazione è la più grande, perchè riſulta da tutti li gradi di velocità fino a quel punto ricevutiſi dall' apogeo, cioè fino da quando il ſole trovavaſi nell' apogeo. (Deveſi notare che l' effetto di queſte accelerazioni veramente

veramente non principia ad aver luogo nell' oſſervazione, ſe non quando la cauſa s' è il più accreſciuta, ed è il maſſimo quando la ſteſſa cauſa ceſſa d' agire. Quindi è che nel moto ellittico de' pianeti il luogo vero è il più avanzato quando ceſſa l' accelerazione, e quando principia il ritardamento (497), cioè a 3, e a 9 ſegni d' anomalia. Alcuni autori non oſſervando queſto punto, danno delle idee falſe riſpetto all' ineguaglianze della luna).

1054. La *variazione* (561) è quell' ineguaglianza della luna, che, poſta un' orbita circolare, ſi trova negli ottanti, per cauſa della forza tangenziale, che accelera o ritarda il di lei moto. Sia C (*fig.* 116) il centro della terra, T quello del ſole, AGP l'orbita della luna; quando la luna prima della congiunzione a 45° ſi trova in G, allora è più attratta che non è la terra, ſecondo la direzione TG; e la di lei velocità s' accelera, fino che giunge alla congiunzione in A, in cui la velocità della ſteſſa nell' orbita è la più grande; quando ſi trova verſo P diſtante per 45o dalla congiunzione, la vera longitudine della medeſima è la più avanzata per una quantità, che diceſi *variazione*, ed è di 37' additivi (561); è bensì vero che la velocità della luna ceſſa d' accreſcerſi e comincia a ritardarſi fino da quando la luna paſsò per il punto A, perchè avendo il ſole attratta la luna più della terra, finchè ſi portò da G in A, accrebbe ſempre più la velocità della ſteſſa luna fino al punto A, in cui ceſſa d' accreſcerla; ma queſta velocità s' è trovata la più grande in A, non eſſendo in eſſa ceſſati gli accreſcimenti fino allo ſteſſo punto. Dopo il paſſaggio per il punto A, attraendoſi la luna dal ſole verſo il punto T, reſta diminuita la di lei velocità; ma l'eccesſo della velocità acquiſtata ſopra la velocità media perſiſte fino all' ottante in P, in cui la velocità vera è uguale alla media; ed ecco perchè l' equazione della variazione è additiva e grande il più che poſſa eſſere nella diſtanza di 45 dalla congiunzione, in cui la velocità è la più grande. *Veggaſi l'art.* 1053 *in fine*.

1055. *L'equazione annua* della luna, che arriva fino agli $11' \frac{1}{4}$ (562) naſce dal ſole, che agiſce più ſulla luna quando è perigeo, che quando è apogeo; e ſiccome l' effetto più conſiderabile durante una rivoluzione intera della luna, è di diminuire la forza centrale della luna verſo la terra, così queſta forza è il più diminuita quando il ſole è perigeo; allora il diametro dell'orbita lunare diviene maggiore, perchè la luna eſſendo meno attratta verſo la terra, neceſſariamente ſe ne diſcoſta; la di lei orbita ſi allarga, e rende perciò più lunga la rivoluzione, perchè i quadrati dei tempi periodici ſono ſempre come li cubi dei diametri delle orbite; perciò il moto della luna ſi rallenta nel perigeo del ſole, e l'equazione annua principia ad eſſere ſottrattiva per la ragione addotta in fine dell' art. 1053.

Del moto degli apſidi.

1056. L' oſſervazione moſtra eſſervi negli afelii di tutti li pianeti un piccolo moto diretto (514); l'apogeo della luna ha un moto rapidiſſimo (559); queſti moti dipendono dall' attrazione. Ciaſchedun pianeta deſcriverebbe naturalmente un' elliſſi, ſe non foſſe attratto ſe non che dal corpo ſolo, intorno a cui ſi gira; ma le attrazioni degli altri pianeti lo diſtolgono continuamente dalla ſua orbita ellittica, in guiſa che queſta orbita non è veramente mai un'elliſſi; nonnoſtante gli aſtronomi per ſemplicità del calcolo ſuppongono che il pianeta reſti ſempre in una elliſſi, e queſta però mobile.

1057. Sia S il foco (*fig.* 128), e A l'afelio d'un pianeta, la di cui orbita è AMPO, e ſupponiamo che il pianeta da A in B ſia ſtato in una elliſſe immobile ABP con la forza centrale del ſole. Se l'attrazione d'un altro pianeta P, che cerca d' allontanarlo dal ſole, lo fa giungere in un punto C, in una diſtanza SC dal ſole, ſi potrà ſupporre queſto punto ſituato in un'altra elliſſi CDE, eguale all'orbita ABP, il di cui afelio invece d'eſſere ancora in A, ſia giunto in C; ſi addatta, per così dire, l'elliſſi ABP, di cui veramente uſcì fuori il pianeta, al punto C a cui è giunto il pianeta ſteſſo, e facendo muovere queſta elliſſi, ſi riduce il calcolo del moto vero del pianeta alla ſemplicità del calcolo ellittico. Ogni qual volta il pianeta s' allontana dal foco S, o ſi diminuiſce la di lui forza centrale, deveſi concepire un moto progreſſivo nel di lui apſide, perchè tutto corriſponda a queſta diminuzione; e queſto è quanto trovaſi nel ſiſtema planetario.

1058. Il moto degli apſidi può dipendere da due altre cauſe: la prima, che ha luogo nella luna e nei ſatelliti, è la figura ſchiacciata del pianeta primario; la ſeconda è la reſiſtenza, che ſi può concepire nella materia eterea, in cui ſi muovono i pianeti; ſe vi aveſſe queſta reſiſtenza, potrebbe la medeſima cangiare la grandezza, la figura e il ſito delle orbite dopo un qualche numero di rivoluzioni. *Veggaſi* il Sig. d' Alembert (*Recherches ſur le ſyſtème du monde*, *T. II*); e *les Recherches* dell' Ab. Boſſut ſu queſto punto coronate dall' Accademia nel 1762, e quelle ancora del Sig. Alberto Euler, ch' ebbero l' *acceſſit*, e ſi trovano nel vol. VIII dei pezzi coronati. Ma devo avvertire, che l' eſame delle più antiche oſſervazioni non ci moſtra nelle orbite alcun cangiamento, indicante la reſiſtenza della materia eterea; il moto degli apſidi, che vi ſi oſſerva, naſce dalla ſcambievole attrazione dei pianeti; perchè ſi trova che la reſiſtenza del fluido produrrebbe un moto dell' afelio molto meno ſenſibile del cangiamento nella durata della rivoluzione, e queſto almeno ſenſibilmente non ha luogo; dunque il moto che ſi oſſerva negli apſidi non naſce dalla reſiſtenza.

1059. Diſſi non oſſervarſi cangiamento nella durata delle rivoluzioni, e riguardo alla terra e marte l'ho dimoſtrato *Mem. Acad.* 1757, *pag.* 418 *e* 445). Saturno al contrario ſembra eſſerſi ritardato (455); ſe dunque

que ſi oſſerva un' accelerazione in giove, queſta naſce dall' azione di ſaturno e dalla poſizione de' di lui apſidi (Caſſini, *Mem. Acad.* 1746, *pag.* 465). E ſe queſto è vero, le coſe ſi ridurranno al medeſimo ſtato, in cui ſono preſentemente, e l' accelerazione ſi cangerà in un ritardamento. Riſpetto all' accelerazione della luna (564), queſta non ſi è verificata ancora evidentemente, ed io non dubito, che nell' attrazione non ſi trovi la cauſa dell' equazione ſecolare, che ſi crede avervi luogo. Dunque finora non v' è prova della reſiſtenza della materia eterea; e perciò tutti gli aſtronomi devono eſſere concordi in queſto penſiere, cioè che ſe i corpi celeſti non ſi muovono veramente in un vacuo aſſoluto, almeno la materia in cui nuotano ha un effetto inſenſibile, ed è lo ſteſſo come ſe ſi muoveſſero nel vacuo; e queſto ſolo è baſtante a diſſipare i vortici e il pieno, che abbiamo già rifiutati colle prove dell' attrazione (999).

Del moto dei nodi dei pianeti.

1060. Se tutti i pianeti giraſſero intorno al ſole in uno ſteſſo piano, queſto non ſi cangiarebbe mai per la reciproca loro attrazione, perchè un pianeta non potrebbe ſpingere fuori dello ſteſſo piano un altro pianeta, in cui ambedue vi ſi trovano. Ma tutte queſte orbite ſono le une all' altre inclinate, e con ſituazione molto diverſa; ciaſchedun pianeta è inceſſantemente tirato fuori del piano della ſua orbita dagli altri pianeti tutti, e in ogni momento cangia orbita. Gli aſtronomi per rappreſentare metodicamente queſte ineguaglianze ſuppongono il pianeta ſituato ſempre nello ſteſſo piano, o nella ſteſſa orbita, la quale per altro cangi ſito; e infatti ſi poſſono rappreſentare tutti i moti d' un pianeta fuori del ſuo piano primitivo, col dare a queſto piano un cangiamento d' inclinazione, con un moto ſolo dei nodi, e queſto tale, che il piano preſcielto ſegua il pianeta in tutte le di lui ineguaglianze.

1061. Si vedrà anche ſenza dimoſtrazione eſſere impoſſibile, che un pianeta attratto, la di cui orbita è in un piano diverſo da quello del pianeta turbante, poſſa paſſare per il piano di queſto pianeta turbante nello ſteſſo punto, per cui paſsò nella rivoluzione precedente; e dovrà ciaſcheduna volta paſſare per il piano ſteſſo più preſto, che non ſarebbeci paſſato, ſe il pianeta turbante non l' aveſſe tirato verſo lo ſteſſo piano, non potendo obbedire alla forza dello ſteſſo pianeta attraente ſe non col giungere al piano dello ſteſſo alquanto prima del fine della ſua rivoluzione.

1062. Sia D N l'ecclittica (*fig.* 129 per er. 126); L A B N l'orbita della luna primitiva, di cui percorre l' arco L A; poichè il ſole è nell' ecclittica D N, chiaramente ſi vede, che cerca ſempre la di lui forza attraente di avvicinare la luna al piano dell' ecclittica D N. Perciò quando la luna vuol percorrere un ſecondo arco A B della ſua orbita, eguale al primo L A, il ſole cerca d' avvicinarla all' ecclittica D N per una quantità A E, e dovendo la luna in forza d' un moto compoſto deſcrivere la dia-

gonale AC del paralellogrammo ABCE, la di lei orbita diverrà ACM, invece di LABN; e quindi il nodo N di eſſa orbita continuamente cangia di ſito, movendoſi da N in M, con direzione cioè contraria al moto della luna diretto da A verſo N. Dunque il moto del nodo d' un pianeta è ſempre retrogrado riſpetto all' orbita DN del pianeta turbante.

1063. La ſteſſa figura moſtra perchè l' attrazione del ſole cangi l' inclinazione dell' orbita lunare (556): la luna coſtretta a ſeguire la nuova direzione ACM, incontrerà l' ecclittica NMD nel punto M, in cui l' angolo AMD è diverſo dal primo AND. Di un tal cangiamento d' inclinazione negli altri pianeti non ne parlo qui, perchè è inſenſibile. Queſto cangiamento poi è periodico, e non s' accumula; perchè ſe l' orbita turbata ACM forma in M un angolo maggiore di quello che formava in N l' orbita primitiva, quando il pianeta avrà paſſato il nodo N, ſuccederà il contrario, e l' inclinazione andrà per gradi reſtituendoſi come prima: i ſoli nodi cangiano ſempre, e ſeguono la ſteſſa direzione con moto che ſempre più va retrocedendo, o ſia che la luna s' accoſti al ſuo nodo, o ſia che ſe ne allontani. Il qual moto dei nodi produce dei cangiamenti nella inclinazione delle orbite planetarie, quando ſi riferiſcono all' ecclittica (527).

1064. La preceſſione degli equinozj, o l' effetto delle attrazioni del ſole e della luna ſulla ſferoide terreſtre (756), è un effetto ſimile al moto dei nodi, ma è queſta una delle parti più difficili del calcolo delle attrazioni celeſti. Il Newton vi s' ingannò: il Sig. d' Alembert il primo ha ſcioſto compitamente queſto problema, e vi ſi occuparono ancora i SS. Euler, Simpſon, le Chevalier d' Arcy, de Silvabelle, il P. Walmeſley e molti altri; e io l' ho trattata queſta materia colla più poſſibile chiarezza nel XXII libro della mia Aſtronomia.

1065. La teoria del moto de' nodi fa vedere, che un pianeta è inceſſantemente ritirato dal piano della ſua orbita dagli altri pianeti (1062), e lo ſteſſo avviene nelle parti della ſferoide terreſtre, che per eſſere elevate verſo l' equatore, e per rivolgerſi con eſſo lui in ciaſcun giorno, reſtano diſturbate nel loro moto naturale dalle attrazioni laterali del ſole e della luna, come ſe la porzione di materia (ch' è come un meniſco), di cui ſi può concepire accreſciuto il globo terreſte, foſſe compoſta d' un gran numero di pianeti che girino in 24 ore intorno alla terra.

1066. Così per calcolare queſta preceſſione ſi cerca da principio la forza, con cui il ſole attrae ciaſcuna parte della terra; poi la forza totale, che ne riſulta, per far girare un meridiano, e quindi la ſferoide intiera. Quando per un dato momento ſi conoſce la forza, ſe ne deduce il moto per mezzo del calcolo integrale. Così ſi trovò, che la retrogradazione dell' equatore terreſtre in ciaſcun anno deve eſſere di 20″ prodotta dall' azione ſola del ſole, ſuppoſta la terra omogenea.

1067. La luna nello ſteſſo modo vi produce un moto ſomigliante a quello del ſole; la preceſſione da lei prodotta ſi trova facilmente per mezzo di quella del ſole. Ma ſiccome la luna per cauſa del moto de' ſuoi

no-

nodi che si compie in 18 anni, diversifica molto la sua distanza dall' equatore, e perciò la direzione e l'obbliquità della sua attrazione sulle parti elevate dell' equatore, non solamente vi produce una continua retrogradazione, ma ancora una periodica ineguaglianza, il di cui periodo è di 18 anni, e una nutazione (795) che fu osservata dal Bradley.

1068. Se suppongasi col Bradley la nutazione di 18', la più grande equazione della precessione deve essere di 16", 8; la prodotta dal sole è di 16", 3, e quella della Luna di 33", 7; perciò la forza della luna sarebbe 2, 09, cioè un poco maggiore del doppio della solare. Ma se la nutazione osservata solamente fosse di 19", si avrebbero 17", 8 per l'equazione, 14", 5 per la precessione solare, 35", 5 per la lunare, e $2\frac{1}{2}$ per la forza della luna. Con questo mezzo si conciliarebbero le osservazioni delle maree (1090) con quelle della nntazione. Ho sempre supposta la forza della luna $2\frac{1}{2}$ maggiore della solare; prendendo nn mezzo si può supporla $2\frac{1}{4}$; ma non ne risulterà mai la precessione causata dal sole di 21" come si ha dalla teoria, ma di $15''\frac{1}{2}$; da ciò si ricava non essere la terra omogenea, quantnnque non possiamo ancora decidere con certezza sopra la disposizione degli strati della medesima.

1069. Li 35" di precessione media prodotti dalla luna sarebbero prodotti uniformemente come quelli che dipendono dal sole, se la luna si trovasse sempre nella stessa declinazione, quando corrisponde allo stesso punto dell' equatore; ma per causa del moto de' di lei nodi (568), nelle diverse sue rivoluzioni s' allontana più o meno dall' equatore, e agisce sopra di lui con più o meno di forza. Quando il nodo ascendente si trova in ariete, la massima lontananza della luna dall' equatore cresce fino ai $28°\frac{3}{4}$; ma quando si trova in libra, nove anni dopo, non se ne allontana che per $18°\frac{1}{4}$ in ciascheduna rivoluzione; e allora la di lei attrazione totale sopra la sferoide nel corso d' una rivoluzione è molto minore, vedendosi già ch' ella dipende dalla declinazione; e perciò è tanto ineguale dentro lo spazio di 18 anni la precessione annua, e la nutazione tanto considerabile.

1070. Si osserva un effetto di tal nutazione essere l' accrescimento dell' obbliquità nell' ecclittica, ch' è di 9" quando la longitudine del nodo lunare è zero, cioè quando la luna si scosta il più che può dall' equatore, ed ha perciò maggior forza per cangiare il piano dell' equatore, e quindi l' obbliquità dell' ecclittica. Sia ♈ G ♎ l'ecclittica (*fig.* 130), ♈ M ♎ l' equatore; E G l' orbita della luna; e questa si scosta molto dall' equatore verso il nord, quando il suo nodo ascendente G è in ariete; allora la luna attrae l' equatore terrestre verso quella parte con maggior forza. Sembra che allora l' equatore E M dovrebbe avvicinarsi all' ecclitti-

ca

ca E G; nonnoſtante appunto allora l' angolo è il più grande, e l' obbliquità dell' ecclittica invece d' eſſere di 23° 28' 0", ſi trova di 23° 28' 9".

1071. Per ſciogliere queſta difficoltà biſogna conſiderare, che il maggiore turbamento dell' equatore terreſtre non ſuccede in quel punto dello ſteſſo, in cui agiſce la luna, ma in diſtanza da eſſo di 90°. Così quando la luna percorrendo L A (*fig.* 131) agiſce colla maggior forza ſopra l' equatore ♈ Q verſo i punti ſolſtiziali, il di lei effetto ſi fa ſenſibile ſoltanto verſo gli equinozj ♈ e ♎, perchè il cangiamento di direzione nelle parti della terra ſa loro prendere una diagonale, il di cui ſcoſtamento è più ſenſibile in diſtanza di 90.° Queſto effetto prodotto verſo gli equinozj non cangierà già l' obbliquità dell' ecclittica o la diſtanza del punto E dell' ecclittica dal punto Q dell' equatore: vediamo quando ſucceda il maſſimo cangiamento.

1072. Quando il nodo della luna è in G (*fig.* 130) nel ſolſtizio, la ſteſſa luna traverſando l' equatore in E non agiſce contro la di lui inclinazione; perchè per queſto fine biſogna che vi ſi trovi a una certa diſtanza, e tanto più agiſce quanto più ne ſarà diſcoſta. Eſſendo in G nella maſſima diſtanza dall' equatore, allora lo attrae con maſſima forza; ſe M O è il moto diurno dell' equatore terreſtre in 1" di tempo, e O F la quantità della forza eſercitata dalla luna perpendicolarmente al ſuo piano, la direzione dell' equatore diverrà M F; dunque l' equatore M S comparirà più lontano dall' ecclittica N ſul coluro dei ſolſtizj N S, ſu cui ſi miſura l' obbliquità dell' ecclittica; dunque l'obbliquità dell' ecclittica comparirà accreſciuta per l' azione della luna.

1073. Per tutto il tempo, in cui il nodo aſcendente G ſarà nella parte boreale dell' ecclittica o nei ſegni aſcendenti, ſi oſſerverà queſto effetto, ed ecco la ragione, per cui s' accreſce ſempre più, e finalmente quando il nodo G col ſuo moto retrogrado giunge in ariete, l' azione della luna diviene nulla; ma l' equazione dipendente dall' effetto, che è ſtato prodotto fino a queſto punto, è il maſſimo, come nel moto ellittico dei pianeti la maſſima equazione ſuccede allora quando la velocità ceſſa di creſcere (497); quindi è che la obbliquità dell' ecclittica è la più grande quando l' azione della luna ſull' ecclittica ha meno di forza per produrre un tale accreſcimento; e quando perciò ſembrarebbe dover produrre un effetto contrario.

Del fluſſo e riflusſo del mare.

1074. Tre principali fenomeni s' oſſervano nel mare e molto conſiderabili; il primo ſuccede due volte al giorno, il ſecondo due volte al meſe, il terzo due volte all' anno. Ogni giorno ſul paſſaggio della luna per il meridiano o poco dopo, l' acque ſi alzano preſſo il lido; queſt' altezza a S. Malò arriva fino a 45 piedi; giunte le acque a queſt' altezza, ſi abbaſſano poi a poco a poco, e ſei ore in circa dopo la maſſima loro elevazione, ſi trovano nel maſſimo loro abbaſſamento; dopo il quale tornano di nuovo ad alzarſi nel paſſar della luna per il meridiano di ſotto;

in

in guisa che due volte al giorno si vede il flusso e riflusso il *Flot* e il *Jusan*, e ciascun giorno si ritardano di 48' più o meno, siccome si ritarda il passaggio della luna per il meridiano.

1075. Riguardo al secondo fenomeno, le maree si accrescono sensibilmente nel novilunio e plenilunio, o un giorno e mezzo dopo, il quale accrescimento è sensibilissimo quando la luna è perigea. Il terzo fenomeno finalmente è l' accrescimento che succede verso i due equinozj; e generalmente la più alta marea succede nella sizigia perigea che accade verso l' equinozio.

1076. Il più antico autore che abbia parlato delle maree, secondo Strabone, (dopo il mezzo del suo I. libro) è Omero (*Odiss.* XII. 105.) in proposito di caribdi; e dice che le acque si alzano tre volte al giorno; Strabone giudica che la parola τρὶς sia stata adoperata per figura poetica in luogo di δὶς, due volte; si potrebbe anche credere Omero poco informato su questo punto, o qualche corruzione del testo (*Costard. Hist. of astron. pag.* 256, 268).

1077. Erodoto parlando del mare rosso, e Diodoro di Sicilia parlano d' un flusso grande e rapido, senza però trattare della causa, ῥὶν δὲ πολὺν καὶ σφοδρόν. Il primo fra i greci a usare qualche attenzione sulla causa su Pitea di Marsiglia; era egli stato in Inghilterra, secondo Strabone, e avea perciò dovuto osservarvi le maree dell' oceano; e Plutarco ci dice, ch' egli infatti le riguardava come regolate dalla luna in qualche modo; è bensì vero che non parla se non d' una marea al mese, ma in questo punto Plutarco certamente s' inganna.

1078. Aristotele nelle molte sue opere di fisica scritte 300 anni avanti G. C. quasi non parla delle maree, non trovandosi che tre passi cortissimi su questo punto; il primo in cui dice, che v' ha un gran flusso nelle acque che sono verso il nord, o dalla parte dell' orsa, (*Meteorol.* L. II.); il secondo in cui dice, che si parla di elevazioni d' acque regolate dalla luna (*de mundo c.* 4. *in fin.*); il terzo, in cui osserva che la marea in un mare grande è maggiore che in un più piccolo (*Probl. sect.* 23.). Non troviamo cosa alcuna, che ci mostri Aristotele occupato nella ricerca di tali fenomeni a segno di essere morto per disperazione cagionatagli dalla sua curiosità, come lo scrissero S. Giustino e S. Gregorio Nazianzeno. Generalmente i Greci erano pochissimo informati di tal materia, e leggesi in Q. Curzio quanto i soldati d' Alessandro giunti all' Indie si stupirono nel vedere i vascelli in secca.

1079. Al tempo di Cesare i Romani istruiti delle loro conquiste cominciarono a mostrare qualche cognizione intorno a questo punto di fisica. Cesare ne parla ne' suoi commentarj (L. IV.). Strabone dopo Posidonio spiega che il moto dell' oceano è simile a quello de' cieli, avendovi un moto diurno, uno menstruo e uno annuo. Che il mare s' innalza nel passare della luna per il meridiano tanto sopra che sotto dell' orizzonte, e che si abbassa nel nascere e tramontare della medesima. Che le maree sono maggiori nei novilunj e plenilunj e nel solstizio estivo.

1080.

1080. Plinio non ſolamente ſpiega i ſenomeni, ma altresì la cauſa: *cauſa in ſole lunaque . . . . . ut ancillantes ſyderi avido trahentique ſecum hauſtu maria*, (*L. II. c. 97*). Seneca ne parla eſattamente (*quæſt. nat. III. 28. Quare bonis viris mala accidant c. 1*). Macrobio autore del IV ſecolo deſcrive beniſſimo i moti dell' oceano parlando del periodo de' ſette dì (*ſomn. Scip. I. 6*).

1081. I diverſi modi addotti in diverſi tempi per iſpiegare l' effetto della luna ſulle maree, ſono tali, che non mi credo in obbligo d' accennarli. Leggaſi Plutarco *de Plac. phil. L. III. c. 17.* Galileo *de ſyſtem. mundi* Dial. 4. Riccioli *Alm. II. p. 374.* Gaſſendi *Op. II. pag. 27.* Wallis *opera*, ec. Keplero fu il primo a ſcorgervi l' effetto dell' attrazione univerſale nelle maree, e ne parla in modo eloquente nella ſua opera *de ſtella martis.*

1082. Il Nevvton dopo la ſcoperta dell' attrazione generale vi trovò gli effetti che doveano nelle maree produrſi dal ſole e dalla luna, e nel ſuo libro de' Principj tratta queſta materia colla ſolita ſua ſuperiorità. Finalmente l' Accademia delle Scienze avendo riſolto nel 1738 di trattare di nuovo ed eſaurire le parti del ſiſtema del mondo, che il Nevvton non avea potute compiere, propoſe per il premio del 1740 il ſoggetto delle maree: i pezzi delli Sigg. Bernoulli, Euler e Mac-Laurin che ſi diviſero il premio, ſono eccellenti.

1083. La prima coſa che ſi preſenta da dimoſtrarſi ella è: che l'attrazione della luna o del ſole conſiderata ſeparatamente nell'agire ſopra uno ſtrato ſottiliſſimo di fluido che circonda un globo, deve ridurlo in forma ellittica. Il Sig. Mac-Laurin nel ſuo pezzo del 1740 lo dimoſtrò ingegnoſamente. Il Sig. Clairaut lo dimoſtra nella *Théorie de la fig. de la terre*; e facilmente ſi applica alle maree la ſteſſa dimoſtrazione, perchè la forza del ſole e della luna ſulle differenti parti della terra, è della ſteſſa ſpezie colla forza centrifuga, e produce, com' eſſa, nelle ſue acque una figura ellittica. Io l'ho dimoſtrato diffuſamente nel libro XXII. della mia *Aſtronomia.*

Le acque s' innalzano non ſolamente verſo l' aſtro che le attrae, ma ancora verſo la parte oppoſta, perchè ſe l' aſtro tira le acque ſuperiori più di quello che attragga il centro della terra, parimenti attrae più il centro della terra, che le acque inferiori, e queſte abbandonano il centro della terra, e s' innalzano perciò tanto, quanto le ſuperiori verſo l' aſtro che le attrae. I Carteſiani non hanno mai voluto intendere queſta marea, quantunque ſia un effetto incontraſtabile dell' attrazione. Tutti i cerchj della terra, la comune ſezione de' quali è diretta verſo la luna, acquiſtano parimenti la forma ellittica, così il globo acquoſo ſi cangia in una ellipſoide allungata, il di cui aſſe maggiore è diretto verſo l' aſtro che attrae le acque.

1084. Il grado d' ellitticità di queſto ſferoide è uguale a $\frac{1}{4}$ della forza perturbatrice, quando è la più grande, in modo che avendo calcolato la forza attraente del ſole ſulle acque, ſi trova che lo ſchiacciamento di queſto

sto sferoide è di 23 pollici, e questa è la quantità di cui la forza sola del sole è capace d' innalzare le acque del mare sotto l' equatore. Vedremo che la forza della luna è tripla; onde ne risultarebbero 8 piedi di marea in un mare libero e aperto; ma questa altezza resta per lo più diminuita dalla resistenza del fondo; perchè nell' Isola di S. Elena non si osserva che di 3 piedi, come ancora al Capo di B. Speranza, nelle Filippipine e Molucche; e nel mezzo al mare del sud di un solo piede. Al contrario viene spesso accresciuto dal sito e dalla figura delle coste, poichè a S. Malò arriva l' altezza fino a 45 piedi e alle volte anche più.

1085. Il vertice però di questa ellipsoide acquosa non si dirige precisamente verso il sole o la luna; perchè si osserva, che la marea non succede se non che $2\frac{1}{2}$ ore dopo il passaggio della luna per il meridiano nei mari liberi; e così l' osservarono l' Ab. de la Caille al Capo (*Mem. Acad.* 1751), e Maskelyne nell' isola di S. Elena 2 ore e $\frac{1}{4}$ dopo il detto passaggio (*Phil. transf.* 1762). Perciò quando parleremo in avvenire dell' astro, che produce la marea, bisognerà intendere un punto 35° in circa più orientale del vero luogo dell' astro stesso. Nelle coste poi che sono più rimote la marea si ritarda anche più, come si scorge dalla tavola dell' *Etablissement du Port*, ch' è nella *Connoissance des Temps*, nell' architettura idraulica di Belidoro, e in tutti i libri di navigazione, come quelli del P. Fournier, di Bouguer, di Robertson.

1086. In una ellissi di poca eccentricità gli eccessi dei raggi sopra il semiasse minore sono come i quadrati dei seni delle distanze dall' asse minore (821); così facendo la sferoide acquosa successivamente col sole il giro intiero della terra, li paesi situati sotto l' asse maggiore saranno inondati, e li situati sotto il minore avranno la bassa marea, e la differenza fra la bassa marea e l' alta per un istante qualunque sarà eguale all' eccesso d' uno dei raggi sopra l' asse minore dell' ellisse.

L' altezza dunque della marea sopra la bassa è in qualunque luogo eguale alla maggiore altezza delle acque multiplicata per il quadrato del coseno della distanza dell' osservatore dal vertice dell' ellipsoide, cioè della distanza fra il zenit del luogo e l' altro che produce la marea, supposta la direzione dell' ellipsoide verso lo stesso astro; così la bassa marea succede quando l' astro si trova nell' orizzonte, e l' alta, quando nel meridiano.

1087. Quindi ne segue, che se un dato luogo e l' astro che produce la marea sono ambedue sotto l' equatore, l' altezza della marea è come il quadrato del coseno dell' angolo orario; e la elevazione cresce a poco a poco come i quadrati dei tempi in vicinanza del meridiano; come lo mostrano le osservazioni (*Mem. Acad.* 1720, *p.* 360).

Se il dato luogo è lontano dall' equatore, l' altezza delle maree è come il quadrato del coseno di latitudine; ma quando la latitudine è sì grande, che la luna non vi tramonti più in certi tempi, non vi succede che una sola marea in 24 ore, perchè la luna non s' avvicina che una sol

volta all' orizzonte. Sotto il polo non vi ſi eccita alcuna marea diurna, perchè la luna ſi mantiene ſenſibilmente per tutto il giorno nella ſteſſa diſtanza dal zenit, e la ſferoide acquoſa gira ſenza innalzarſi più in un' ora che in un' altra. Negli altri caſi vi accadono due maree, una delle quali corriſponde in circa al paſſaggio della luna per il meridiano ſuperiore, l' altra allo ſteſſo per l' inferiore; ma ſono tra loro aſſai diſeguali.

1088. Se l' aſtro poi non ſi trova nell' equatore, la marea in un paeſe ſotto l' equatore ſarà come il quadrato del coſeno della declinazione, perchè queſta ſteſſa declinazione ſarà eguale alla diſtanza dell' aſtro dal zenit, o alla diſtanza del punto dato dal vertice dell' ellipſoide. Se il dato luogo non è ſotto l' equatore, la marea ſuperiore ſarà maggiore, giuſta la teoria, quando l' aſtro paſſerà più in vicinanza del zenit, cioè quando la declinazione dell' aſtro ſarà dello ſteſſo nome col polo elevato; ma la marea inferiore ſarà minore di quando l' aſtro ſi trovava nell' equatore, perchè il punto oppoſto all' aſtro ſarà più dell equatore lontano dal zenit, quando l' aſtro ſi troverà nella parte di ſotto del meridiano.

1089. Oſſervaſi nonnoſtante che le maree in Europa ſono maggiori generalmente dopo gli equinozj che verſo il ſolſtizio d' eſtate; il che probabilmente naſce da alcune circoſtanze particolari. 1° I venti del ſud e dell' oueſt ſono allora più frequenti e più forti. 2° La marea del ſolſtizio è più rinchiuſa fra i continenti dell' Affrica ed America, e più rinſerrata di quella degli equinozj; e perciò può renderſi meno ſenſibile alle noſtre coſte. 3° Nei ſolſtizj vi ſono due maree, una delle quali è più forte, l' altra più debole, e ſi compenſano ſcambievolmente; e al contrario negli equinozj ve n' hanno due quaſi eguali, l' intiero effetto delle quali è più ſenſibile. Aggiungiamo però non eſſere generalmente vero quel che ſi dice comunemente, che le maree degli equinozj ſono maggiori nell' anno; anzi le maree più grandi e più eſtraordinarie, che ſi ſappiano, non ſono già accadute verſo gli equinozj, come ſi vedrà da una memoria da me letta all' Accademia nel 1772 ſopra la maree degli equinozj.

1090. Se la forza del ſole è capace di trasformare la ſuperficie dell' acque dell oceano in una ſferoide allungata, il di cui vertice ſi dirige verſo il ſole medeſimo, anche la luna deve produrre un ſimile effetto. Così le maree, che ſi oſſervano, partecipano dei moti del ſole e della luna inſieme. Nelle ſizigie la ſferoide acquoſa prodotta dal ſole e quella prodotta dalla luna hanno la direzione verſo la ſteſſa parte; e l' allungamento della ſferoide ſteſſa è uguale alla ſomma degli allungamenti che il ſole e la luna poſſono ſeparatamente produrre; ma nelle quadrature gli aſſi di queſte due ſferoidi ſono fra loro ad angolo retto, e l' aſſe maggiore della ſferoide ſolare accreſce il minore della lunare. Così le maree delle ſizigie ſono eguali alla ſomma degli effetti prodotti dal ſole e dalla luna, e quelle delle quadrature alla differenza. Dunque dalle altezze delle maree ſi può rilevare il rapporto tra le forze del ſole e del-

e della luna. Daniele Bernoulli supponendo la diversità d' altezza nel mare a S. Malò di 50 piedi nelle maree medie delle sizigie e di 15 in quelle delle quadrature, conchiude la forza del sole e della luna essere come 13 a 7, ma dopo l' esame di varie osservazioni, spezialmente su gl' intervalli delle maree, di cui parleremo (1092), conchiude che la forza della luna è due volte e mezza maggiore di quella del sole nelle medie distanze.

1091. La forza della luna, quando è apogea, si diminuisce quanto s' accresce il cubo della distanza (1050); in guisa che se la forza media della luna è $2\frac{1}{2}$, la più grande nel perigeo sarà eguale a 3, e la più piccola a soltanto nell' apogeo. Infatti i cubi delle parallassi estreme cioè di 53′ 51″, e 61′ 29″ sono appresso a poco come 2 : 3. Questo accrescimento delle maree nel perigeo della luna è pienamente d' accordo colle osservazioni.

I cubi delle distanze del sole dalla terra nell' inverno e nell' estate sono fra loro come 1 : 1, 106. Dunque la forza del sole nell' inverno è maggiore di $\frac{1}{10}$, e se dei 22, o 23 piedi di marea a Brest quando la luna è perigea, se ne devono attribuire $5\frac{3}{4}$ all' azione del sole, devono esservi a Brest nell' inverno 7 pollici di più che nell' estate, per il solo effetto delle distanze del sole dalla terra; ma questa quantità è sì piccola, che non si può ben verificarla coll' osservazione.

1092. Finora non abbiamo parlato delle maree, che rispetto alle sizigie e quadrature; ora delle intermedie. Quando il sole e la luna si trovano in qualche distanza fra loro, ciascuno produce un innalzamento diverso in un dato luogo, e la somma di questi due innalzamenti è l' altezza appunto della marea, che si cerca. Essendo la forza della luna dupla o tripla di quella del sole, il punto dell' alta marea s' avvicina due o tre volte più alla luna che al sole, e non si scosta mai dalla luna più di 15°. Quindi il passaggio della luna per il meridiano è quello che più influisce sul tempo dell' alta marea; così la differenza fra il passaggio della luna e il momento della marea alta non è mai maggiore di 63′ di tempo, nè anche nel caso in cui la luna è perigea e lontana dal sole per 60°. Il Bernoulli colle sue formule determinò il *massimo* di questa differenza fra il passaggio della luna e la marea alta; ma facilmente si può determinarlo col calcolo astronomico per mezzo di alcune false posizioni per tutte l' elongazioni della luna. Sia A B M (*fig.* 128) la sferoide acquosa, il di cui vertice o sia il punto della marea alta è in A, e il sole corrisponda al punto H, la luna al punto L; posta la distanza L H della luna dal sole di 60°, L A sarà la distanza della luna dalla marea alta, e quella del sole A H. Dettasi 1 l' altezza della più grande marea prodotta dalla sola azione del sole, si avrà cosen. AH^2 per l' altezza in A prodotta dal sole (1086), e 3cosen. LH^2 per l' altezza in A prodotta dalla luna perigea. Se si suppongano L A di 90, ed

A H di 51°, ſi troveranno queſti due termini 0, 3961 e 2, 9266; e l' altezza intiera della marea ſarà 3, 3227. Se pongaſi L A = $9°\frac{1}{2}$, ſi avranno 2, 9283 e 0, 4046, e perciò 3, 3229. Se L A = 10°, ſi avranno 2, 9095 e 0, 4132, e perciò la marea intiera 3, 3227. Facilmente ſi vede che il *maſſimo* della loro ſomma ſi ha poſto L A di $9°\frac{1}{2}$. Dunque la più grande altezza della marea ſuccede quando il ſole e la luna ſi trovano tra loro in diſtanza di 60°, e la luna perigea.

1093. Per ſapere quanto più preſto della luna paſſerà il punto A per il meridiano, ſi noterà che eſſendo il ritardamento diurno della luna perigea di ore 1. 6', quei $9°\frac{1}{2}$ rendono 40' di tempo, così l' alta marea paſſerà per il meridiano 40' più preſto della luna. Quando la luna è apogea e la forza della ſteſſa ſoltanto doppia di quella del ſole, il *maſſimo* corriſpondente ai 60° di diſtanza, è di 2, 3660; e queſto punto è in diſtanza di 15° dalla luna; queſti 15° rendono $62'\frac{3}{4}$ di tempo lunare; dunque nell' apogeo della luna la differenza fra il paſſaggio per il meridiano e la marea alta è di ore 1, 3'. Nella *Connoiſſance des Temps* ho inſerita molte volte una tavola di queſte differenze per ciaſchedun grado di diſtanza della luna dal ſole.

1094. Di queſta differenza fra il paſſaggio della luna per il meridiano e l' ora della marea alta ſi ſervì ancora il Bernoulli per determinare il rapporto fra le forze lunare e ſolare. Supponiamo che nelle diſtanze medie, H A corriſponda a 34' di tempo, e che A L ſia di 14'; facilmente ſi ſcorge, che queſte due quantità ſono in ragione inverſa delle forze del ſole e della luna, onde ne naſcerà che queſte forze ſieno tra loro come 14 : 34, cioè appreſſo a poco come 1 : $2\frac{1}{2}$.

1095. Dai principj finora ſtabiliti ne naſce una regola generale per calcolare in un qualunque luogo e per qualunque ora l' altezza della marea. Primieramente biſogna trovare il luogo del ſole e della luna colle loro diſtanze dalla terra. Poi calcolare le loro declinazioni e altezze per il dato luogo (368), ſupponendo l' angolo orario maggiore di $3^h\frac{1}{4}$ per Breſt, di 6^h a S. Malò, o a Plymouth, ec. più o meno ſecondo *l' ora del porto*. Quando queſt' altezza calcolata ſarà zero, ſi avrà la marea baſſa nel luogo dato, perchè il vertice della ſferoide ſarà nell' orizzonte. Il quadrato poi del ſeno di queſt' altezza del vertice acquoſo multiplicato per l' effetto maggiore della luna nella data diſtanza (1091) darà l' altezza della marea ſ, o la differenza della più baſſa marea lunare da quella che ſi ha nel tempo dato; lo ſteſſo calcolo ſi ripeterà per il ſole, e la ſomma di queſte due altezze darà la intiera marea.

1096. E' ben fatto il riferirla a un punto fiſſo o al livello naturale per combinarla con quella del ſole riferitaſi allo ſteſſo livello. Per avere queſto

sto livello o punto fisso, bisogna prenderlo sopra la bassa marea soltanto d'un terzo della differenza fra la bassa marea e l'alta; perchè s'è dimostrato che la salita è doppia della discesa nelle sizigie. La marea a Brest nel caso più favorevole è di 23 piedi; il terzo è di piedi 7 poll. 8, e questa è l'altezza del livello naturale del mare sopra la bassa marea. Molti osservatori vi si sono ingannati prendendo per termine medio il punto di mezzo.

1097. Si suole obbiettare, che se l'attrazione fosse la causa delle maree, dovrebbero esse succedere tanto nei piccoli quanto nei mari grandi; ma si dimostrò che nei piccoli deve la marea essere insensibile. Supponiamo che R M (*fig.* 132) sia una parte del globo terrestre, S M una porzione della sferoide acquosa, che si osservarebbe se il mare fosse libero e coprisse tutta la terra; se siavi un piccolo tratto di mare della sola larghezza Z X da oriente verso occidente, le acque non possono adattarsi alla curvatura V S, perchè non sono circondate da altre acque, che possino sostituirsi nel loro luogo quando si alzassero, e perciò si adatteranno soltanto a una curvatura simile ad R O, tale, onde sia V O = S R, restando sempre la superficie C O R uguale alla superficie C Z X. Da ciò si vede senza calcolo, che la marea in tali acque sarà tanto meno sensibile, quanto sarà minore la lunghezza del mare in longitudine, poichè la superficie del triangolo Z C X si diminuisce come Z X, e l'inclinazione delle linee O R, Z X non può essere maggiore dell'angolo fatto dal cerchio e dall'ellissi in M. Così il Bernoulli dimostra colle sue formule che la marea totale di questo mare sta a quella che si avrebbe nel mare libero, come la lunghezza Z X di esso mare in longitudine al seno tutto.

Lo stesso autore prova ancora, che se il mare avesse un'estensione di 90°, la marea sarebbevi soltanto un sesto più alta che nel mare libero, e vi giungerebbe un'ora e 5' più tardi di quello che se la terra tutta fosse inondata da acque.

E' anche chiaro a vedersi che in un mare stretto quando l'acque s'innalzano verso i lidi R, s'abbassano verso gli opposti O.

1098. Tralascio le modificazioni particolari, alle quali va soggetta la legge universale delle maree in differenti paesi per causa della situazione dei mari e de' lidi; veggasi ciò che ne dice il Newton di Batsham nel Tunquin, dove non vi succede che una sola marea al giorno; veggasi anche ciò che fu scritto sulle maree estraordinarie dell'Euripo nel *secondo Tomo de' viaggi* di Spon, *nel Dictionnaire* de la Martiniere, *nelle Lettere* di Buc'hoz; e per le maree dello stretto di Gibilterra vegganfi le *Transf. phil.* 1762.

1099. Le osservazioni poi delle maree fatte in Francia si troveranno esattamente descritte specialmente nelle *Mem. de l' Acad.* 1710, 1712, 1713, 1714, 1720 e in un trattato particolare, che mi propongo di pubblicare su tal punto.

In questo libro XII non ho potuto spiegare che leggermente l'attrazione, perchè questa materia essendo imbarazzata di calcoli sottilissimi non potrebbe così essere addattata per quelli all'uso dei quali ho scritto questo

Com-

Compendio ; ma vi troveranno forſi eccitata la loro curioſità a fare uno ſtudio più profondo.

1100. A queſta traduzione manca un trattato del calcolo aſtronomico; ma chi ne foſſe curioſo, può conſultare la mia *Aſtronomia* ediz. del 1771 che abbraccia un corſo più completo di queſta Scienza.

SPIEGAZIONE

Della Tavola che contiene il risultato di tutta l' Astronomia.

La Tavola seguente contiene tutti gli elementi che non ho scritti in questo compendio al loro luogo, per maggior commodo dei Lettori, che li troveranno tutti insieme qui raccolti. Le rivoluzioni tropiche per es. avrebbero avuto il loro luogo all' art. 454, ove le ho spiegate, e la Tavola stessa nel titolo della colonna delle rivoluzioni segna quell' articolo 454.

I diametri, le grossezze e distanze de' pianeti in questa Tavola sono calcolate dall' ultima parallassi del sole, che ho trovato col paragone delle osservazioni di $8'' \frac{1}{2}$: perciò questa Tavola è più esatta di quella che sta nella mia *Astronomia*, che fu stampata prima che avessimo ricevute le osservazioni più certe del passaggio di venere del 1769.

Può darsi che la parallassi media del sole, che io suppongo di $8'' \frac{1}{2}$ in numero rotondo, sia alquanto maggiore; il Sig. Lexell, che studiò su queste ricerche dopo di me con la esattezza la più scrupolosa, trovò 8″, 63 invece di 8″, 55, come avea io fissato nella mia Memoria; e a tanto, secondo il mio giudizio, (cioè a $\frac{1}{12}$ di secondo) si riduce tutta l' incertezza su questo punto; e per questa piccolezza appunto ho stimato potermi dispensare dal rifare questa mia Tavola, anche se tal differenza si fosse ben verificata.

Le rivoluzioni sono computate in anni comuni, soltanto di giorni 365, in giorni, ore, min. sec. e decime di sec. di tempo medio.

Il diametro del sole è qui più piccolo di quello che ho poi determinato con più esatte osservazioni, la differenza è di alcuni sec., ma parvemi dalla durata dell' eccliffi, che il vero diametro del sole fosse ingrandito dall' irradiazione della sua luce. Le cifre dopo la virgola indicano decimali; per esempio leggendosi il diametro della luna di 4″, 642, significa 4 sec. seicento quarantadue millesime di secondo.

Parimenti la velocità de' gravi sulla superficie della terra si vede segnata di piedi 15, 1038, cioè piedi 15 con mille trentotto diecimillesime di piede: alla velocità che realmente osservasi sotto l' equatore, ho aggiunta la quantità di cui resta diminuita dalla forza centrifuga, per indicare la vera velocità, che si avrebbe se la terra fosse immobile; e lo stesso dicasi degli altri pianeti.

Cal-

Calcolando la denſità di ſaturno, ho preſo un termine di mezzo fra le maſſe che riſultano dalle diſtanze dei cinque ſatelliti offervati dal Caſſini; altri Aſtronomi ſi contentano della diſtanza del quarto ſatellite, ch' è più noto degli altri. Tralaſciai la maſſa dell' anello ſupponendola unita al globo di ſaturno, eſſendo troppo piccola la di lui groſſezza; e poi la di lui maſſa, che veramente è incognita, non può aver luogo nel calcolo.

Per mezzo delle diſtanze medie della Tavola ſi poſſono trovare la maſſima e la minima diſtanza di ciaſchedun pianeta dalla terra; per eſempio mercurio è lontano dal ſole 13 millioni di leghe; il ſole dalla terra 34 millioni delle medeſime; la ſomma 47 millioni darà la maſſima, e la differenza 21 millioni darà la minima diſtanza di mercurio dalla terra. Nello ſteſſo modo troveremo la maſſima diſtanza di ſaturno dalla terra di 375 millioni, e la minima di 297.

Tutta l' incertezza che può eſſervi ſulle diſtanze del ſole e degli altri pianeti dalla terra è d' incirca $\frac{1}{200}$ della totale, per il ſole forſe di 200000 leghe. Ma la diſtanza della luna è molto più eſattamente nota, e tra le 86000 leghe della di lei diſtanza, non v' è un' incertezza di 50 leghe.

Le diſtanze medie di mercurio e di venere in queſta Tavola ſono ſegnate rapporto al ſole; perchè rapporto alla terra ſono eguali alla diſtanza ſteſſa del ſole dalla terra, cioè di leghe 34761680.

Tavola che contiene il risultato delle più recenti osservazioni per le rivoluzioni, grandezze e distanze de' Pianeti.

Pianeti	Rivoluz. Tropica (454) An.	Gior.	Ore	Min.	Sec.	Rivoluz. siderale (321) An.	Gior.	Ore	Min.	Sec.	Rivoluz. Sinodica (557) An.	Gior.	Ore	Min.	Sec.
Sole	1	0	5	48	45, 5	1	0	6	9	11, 2	—	----	---	---	---
Luna	0	27	7	43	4, 6	0	27	7	43	11, 5		29	12	44	3
Mercurio	0	87	23	14	25, 9	0	87	23	15	37, 0		115	21	3	22
Venere	0	224	16	41	32, 4	0	224	16	49	12, 7		583	22	7	6
Marte	1	321	22	18	27, 3	1	321	23	30	43, 3		779	22	28	26
Giove	11	315	8	58	27, 3	11	317	8	51	25, 6		398	21	15	45
Saturno	29	164	7	21	50, 0	29	176	14	36	42, 5		378	2	8	8

	Diamet. in Min. e Sec. (532)	Diametri in leghe (534)	Diam. in miglia geogr. da 60 algr.	Diametri rispetto alla Terra.
Sole	31′ 57″, 5	323155	770107	113 Diam. terrest. o sia 112, 79
Terra	17 , 0	2865	6828	- - - - - - - - - - - - 1, 000
Luna	4 , 642	782	1864	$\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{11}$ del diam. terr. - - 0, 2730
Mercurio	7 , 0	1180	2812	due quinti - - - - - - - 0, 41176
Venere	16 , 52	2785	6637	minore di $\frac{1}{30}$ - - - - - - 0, 97196
Marte	11 , 4	1921	4578	due terzi, o - - - - - 0, 67059
Giove	3 13 , 7	32644	77793	undici diam. e $\frac{1}{2}$ - - 11, 393
Saturno	2 51 , 7	28936	68957	dieci diam. - - - - - - 10, 100
Anello di Saturno	6 40 , 6	67518	160901	23. diam. e $\frac{1}{2}$ - - - - 23, 567

	Grossezza o volume rispetto alla Terra prossimamente	Più esattamente e in decimali	Densità rispetto alla Terra (1021)
Sole	1400000 volte più grosso	14, 35025	0, 25463 *
Luna	quadragesima nona parte della terra	0, 02036	0, 68706 *
Mercurio	sette centesime	0, 06981	2, 0377
Venere	undici duodecime	0, 91822	1, 2750
Marte	tre decime	0, 30155	0, 72917
Giove	1479 terre	14, 79	0, 22984 *
Saturno	1030 terre.	10, 30	0, 10450 *

	Massa rispetto alla terra (1019)	Velocità dei gravi alla loro superficie (1024) Piedi		Distanza dalla terra in leghe di 2283 toese l'una (585) Media	Distanza stessa in miglia geogr. da 60 al grado
Sole	365412	433	81	34761680	82840204
Terra	1	15	1038	- - - - - -	- - - - - -
Luna	0, 01399	2	83	86324	205718
Mercurio	0, 14228	12	673	13456204	32067342
Venere	0, 1707	18	717	25144250	59921005
Marte	0, 21988	7	39	52966122	126223023
Giove	340, 00	39	55	180794791	430850217
Saturno	106, 90	15	83	331604504	790243301

1434602 A

TAVOLA
DELLE MATERIE

I numeri indicano gli articoli, non le pagine.

Aberrazione delle fiſſe art. 722
Suo uſo per la teoria de' ſatelliti 840
Accelerazione della Luna, 564. Dei corpi gravi 981
Afelii, 482. Loro poſizioni, 514. Moto 1056
Altezze degli Aſtri 22
Del Polo 33
Corriſpondenti 322
Amplitudine 369
Anello di Saturno 971
Anno tropico, 315. Siderale 321
Anomalia 482
Apogeo del Sole 310
Della Luna 559
Apſidi della Luna 559
Dei Pianeti 482
Archi ſemidiurni 367
Argomento di latitudine 428
Ariete 247
Aſcenſione retta 89
Atmoſfera 723, 737
Azimuto 184

Buſſola 231

Cerchi della ſfera 101
di latitudine 96
Circonpolari 31
Climi 127
Code delle Comete 876, 923
Coluri 102
Comete, 876. Loro ritorno 910
Commutazione 448
Congiunzione 457
Coſtellazioni 229
Loro numero 230
Modo di conoſcerle 232
Copernico 382
Culminazione, mediazione, paſſaggio per il Meridiano 363
Crepuſcolo 108
Declinazione 91
Denſità de' Pianeti 1021
Deviazione delle Stelle 794
Diametri de' pianeti 532
(v. la Tavola alla pag. 313)
Dicotoma 540
Digiti nell' Eccliſſi 628
Diſtanza accorciata 438
dei pianeti 585
(e pag. 313)
Eccentricità 505
Eccentrico 311
Anomalia eccentrica 482
Ecclittica 64
Riduzione all' Ecclitt. 401
Eccliſſi della Luna 614
Del Sole 634
Delle Stelle 722
De' Satelliti 847
Totali, annulari 634
Uſo delle ſteſſe 712
Eliocentrico, 427
Elliſſe 482
Emerſione d'un Satellite dall' ombra 861
Epoche dei moti medj 442. 509
Equatore 15
Equazione del Centro o dell' orbita 482
Della Luna 557. 1052
Della luce 838
Del tempo 355
Delle altezze 322

Equi-

Equinozj; punti Equinoziali 66
Eſt, o Oriente 7
Evezione della Luna 560, 1052
Faſi 540
Figura della terra 803
Fluſſo del Mare 1074
Forza acceleratrice 981
attraente 980
centrale 1005
perturbatrice 1037
Geocentrico 427
Giorni 234
Giove v. Pianeti
Groſſezza dei Pianeti (v. la Tav. pag. 313)
Immerſione dei Satelliti, o il loro ingreſſo nell' ombra di Giove 861
Inclinazioni dell' orbite 522
Della luna 565
Degli aſſi de' pianeti 970
Ineguaglianze della luna 555 1052
Inflèſſione 723
Iſtrumenti d' Aſtronomia 331. 533
Juſan 1074
Keplero, leggi (di) 467
Latitudine geografica 41
Celeſte 427
Leggi dell' attrazione 997
Del moto 479
Levare 363
Libra 266
Librazione 961
Limiti 616
Livello apparente 824
Longitudine d' un aſtro 93
D' un luogo terreſtre 47
Dei pianeti nel 1772 442
Lunghezza del pendulo 806
Luna ſue faſi, 55. 550
ſue ineguaglianze 555. 1052
ſuoi monti 968
Macchie dei pianeti 930
Maree 1074
Marte 83. v. pianeti
Maſſa, 1018. (v. la Tav. pag. 313)
Mercurio 83, 725. v. pianeti
Meridiano 19. Meridiana 162
Micrometro 533
Moto annuo 59
Diurno 1
Dei corpi terreſtri 981
Proprio dei pianeti 422
Accelerato 981
Nadir 8
Nodi della luna 565
Dei pianeti 426
Loro moto 519. 1060
Nonius 342
Nutazione 794. Sua cauſa 1067
Obliquità dell' ecclittica 70
Cangiamento 799. 1070
Occultazioni 722
Ombra della terra 617
Orbita apparente 711
relativa 609
della luna 560
d' un pianeta 482. 509
Orizzonte 11. 824
Oueſt, occidente 7
Parabola delle comete 888
Parallaſſe 441 574
Nella sferoide 591
Paralelli 27
Paſſaggi ſotto il ſole 726
Pendulo ſemplice 806
Penombra 631
Perielio 482
Perigeo 310
Pianeti 83. loro afelii, 514
Equazioni 505
Inclinazioni 522
Nodi 518. 1060
Rotazioni 970
Maſſe. Rivoluzioni, diametri denſità, diſtanze (v. Tav. pag 313)
Piano 424
Polare (ſtella) 4
Polari cerchi 102
Poli 3

Pre-

Precessione degli equinozj, 794. 1064
Projezione, moto di projezione, o in linea retta 479
Ortografica 669
Quadrante 331
Quadratura 540
Raggio vettore 482
Rifrazioni 737
Retrogradazioni 463
Riduzione all'ecclittica 431
Rivoluzioni de' pianeti 422
(v. Tav. pag. 313)
Del sole 315
Della luna 540
Tropiche 454
Siderali 321. 557
Anomalistiche 515
Sinodiche 557
Rotazioni de' pianeti 930. *e seg.*
Satelliti 825
Saturno 83
Suo anello 971
v. pianeta
Schiacciamento della terra 803
di giove 807. 970
Segni celesti 76
Ingresso del sole nei dodici segni 79
Sfera 100
Sistemi; di Copernico 412
di Tolommeo 374
di Ticone 394
Sizigie 540
Sole 60
Solstizj 68
Stagioni 127
Loro cause 414
Quando cominciano 79
Stelle 230
Cangianti e nebulose 283
Tempo vero 353. medio 345
Astronomico 224
Termometro, sua costruzione 128
Terra mobile intorno al sole 391
(v. figura)
Suo volume o solidità 823
Sua superficie *ivi*
Massa o peso *ivi*
Trajettoria, o sia orbita de' pianeti, 482
Tramontare degli astri 363
Tropico 73
Anno tropico 82
Rivoluzione tropica 454
Usi dei globi 168
Variazione della luna, 561. 1054
Velocità della terra. 787
Della luce 787
Dei gravi 981. 1024
Dei pianeti (Tav. pag. 313)
Venere 83
Suoi passaggi sotto il sole 320
(Vedi pianeti)
Vernier o sia Nonio 342
Verticale 10
Zenit 8
Zodiaco 103
Zone 141

Fine della Tavola delle Materie.

Fig. 4.

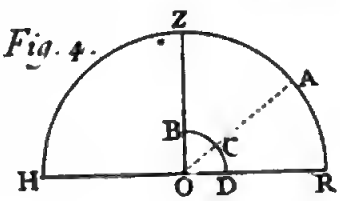
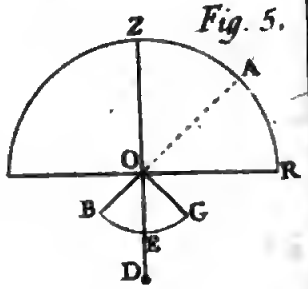


Fig. 5.



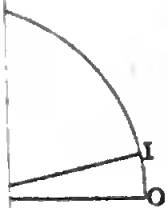


Fig. 3.

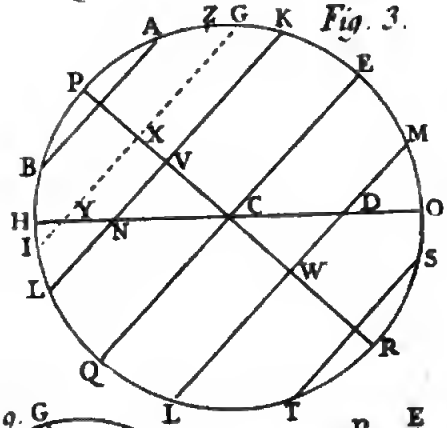


Fig. 6.

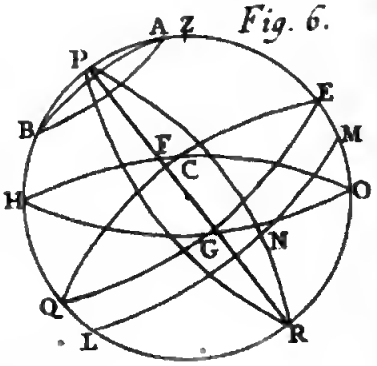
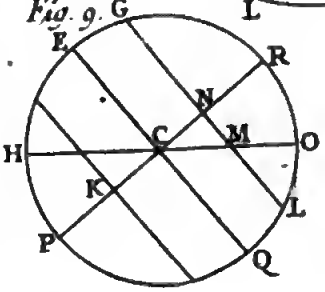


Fig. 9.



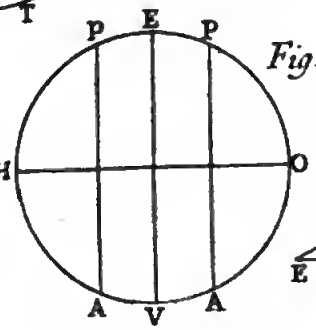
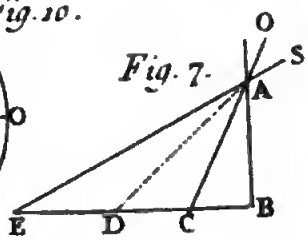
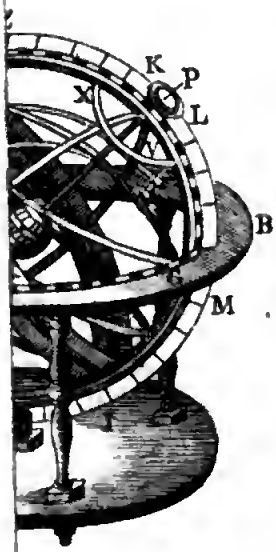


Fig. 10.

Fig. 7.





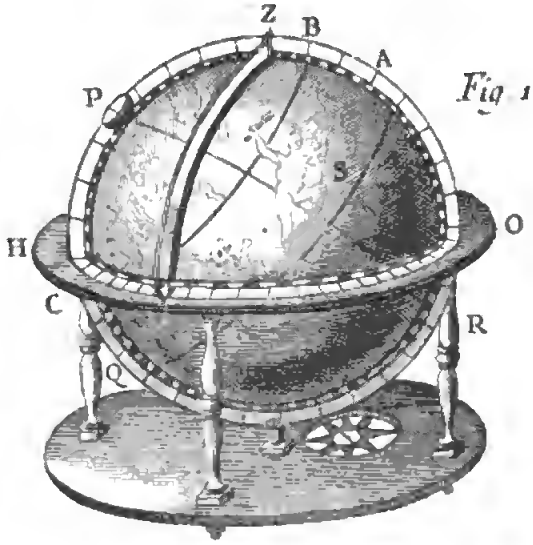


Fig. 12.

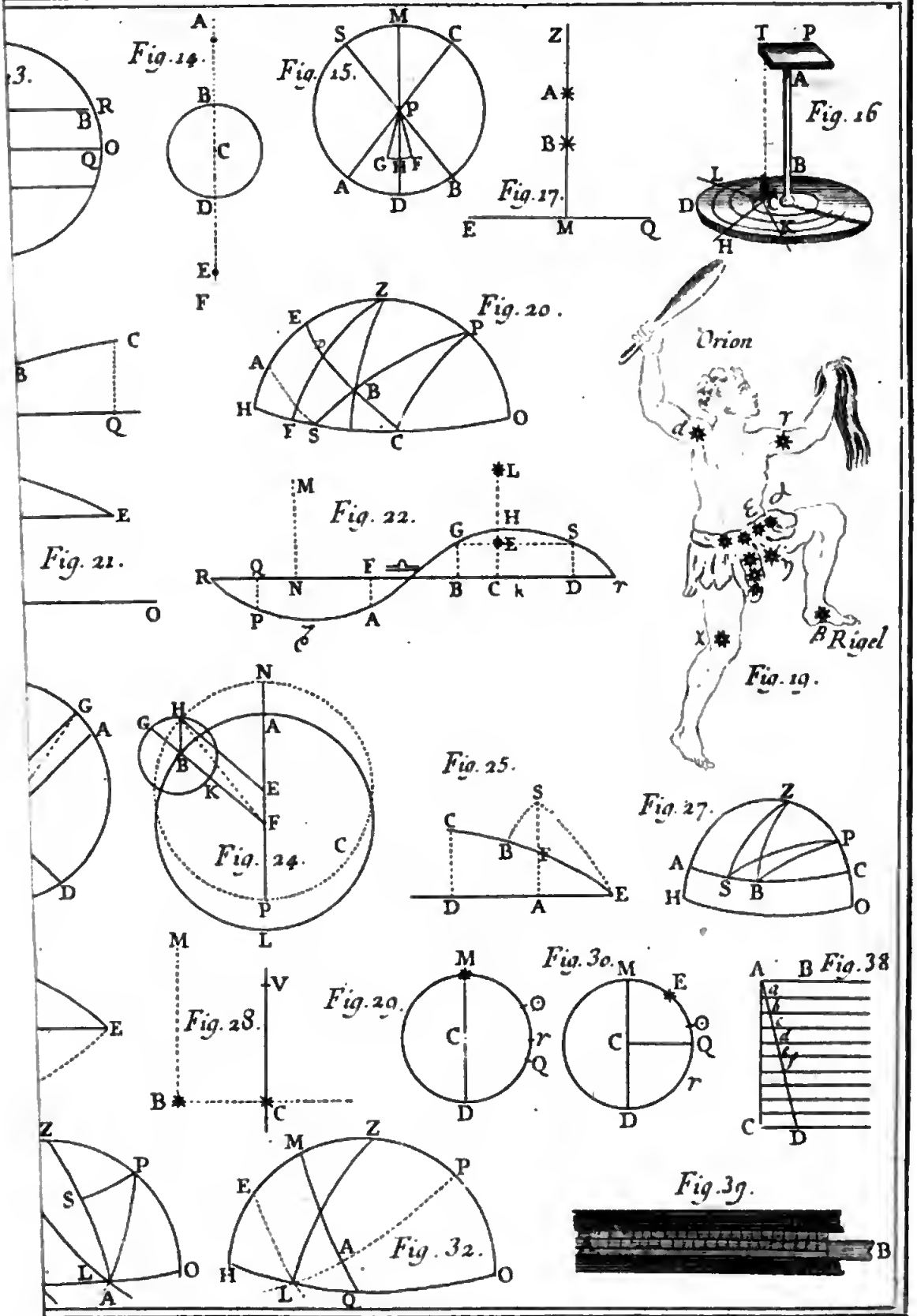


Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16
Fig. 17.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Orion
Rigel
Fig. 19.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 38
Fig. 39.
Fig. 32.

Quadrante

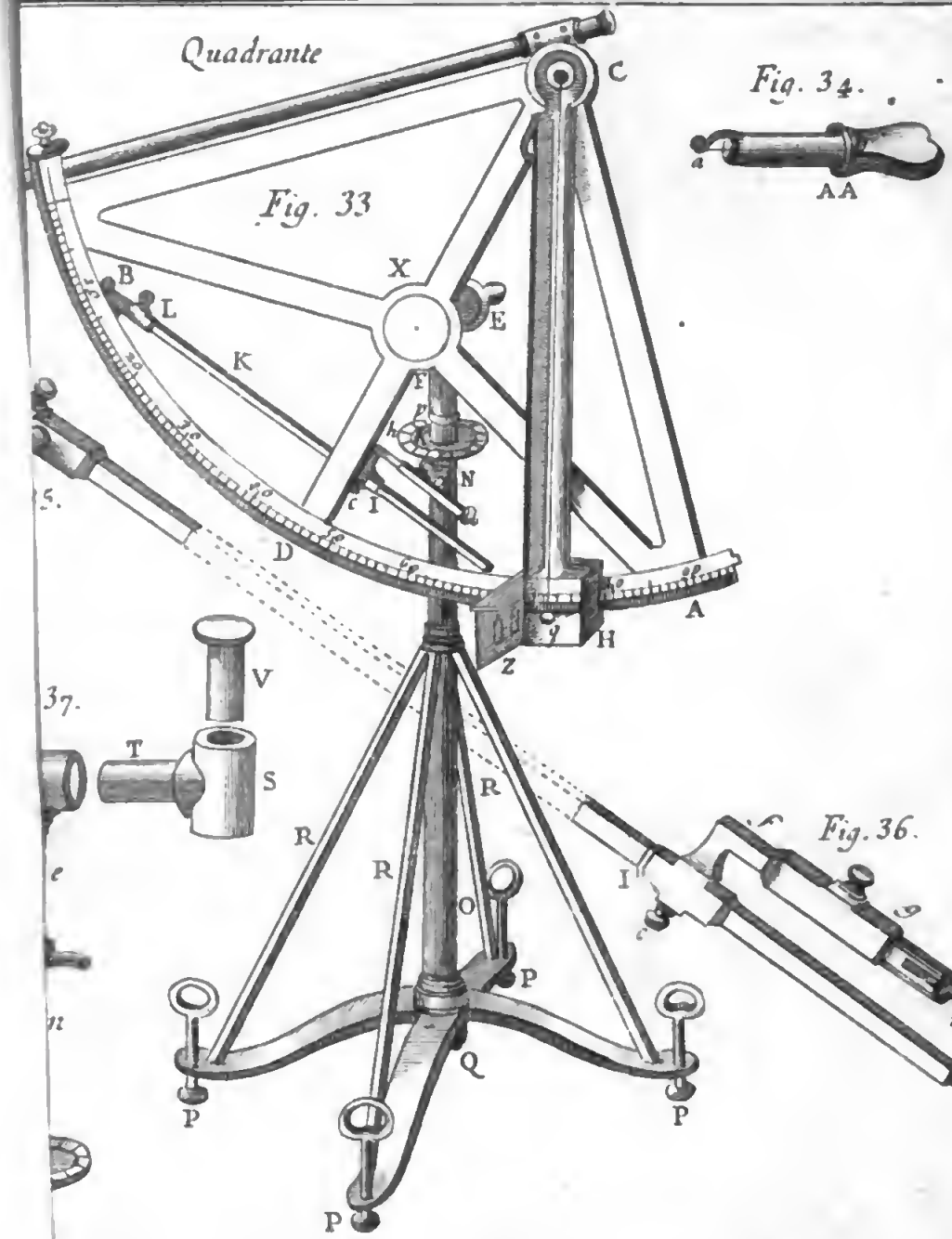


Fig. 33

Fig. 34.

Fig. 36.

Fig. 41.

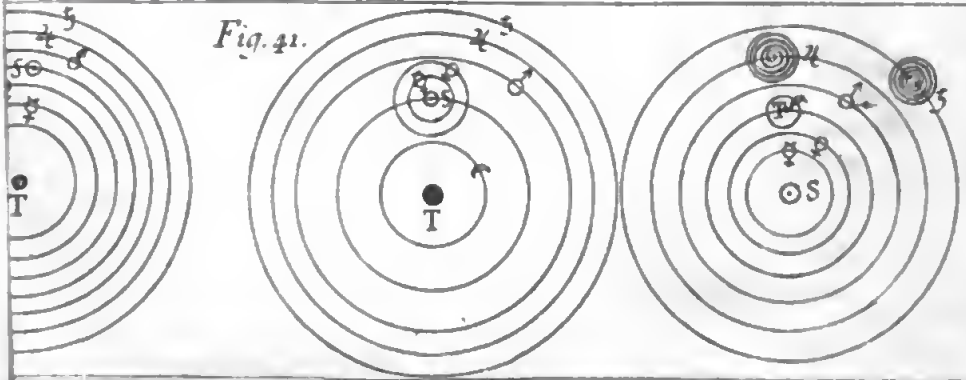


Fig. 42.

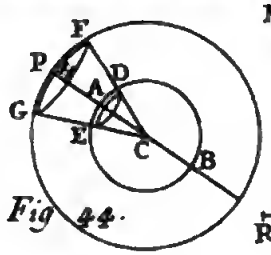


Fig. 44.

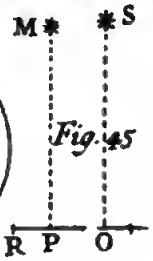


Fig. 45.

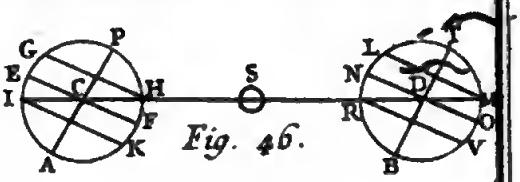


Fig. 46.

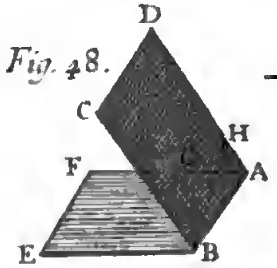


Fig. 48.

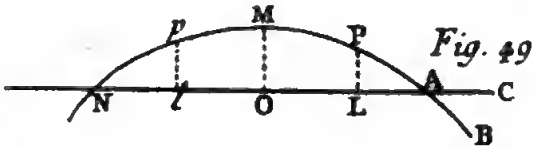


Fig. 49.

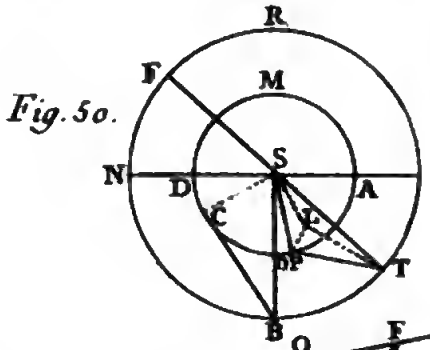


Fig. 50.

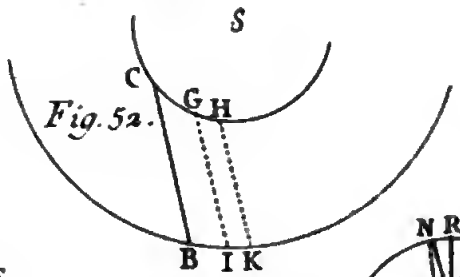


Fig. 52.

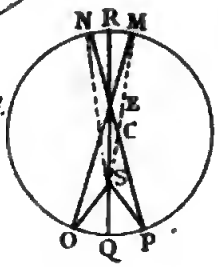


Fig. 53.

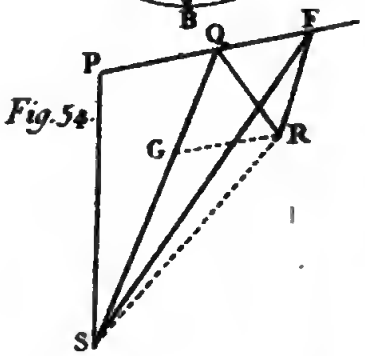


Fig. 54.

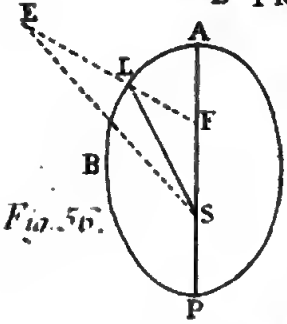


Fig. 56.

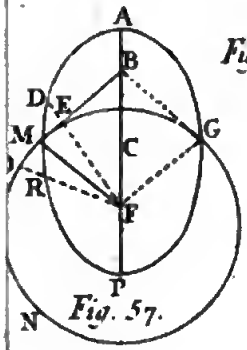


Fig. 57.

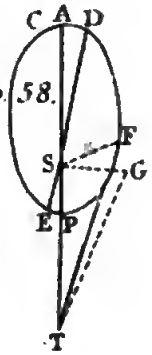


Fig. 58.

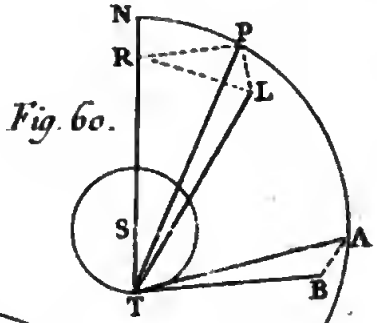


Fig. 60.

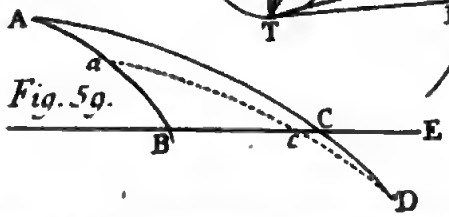
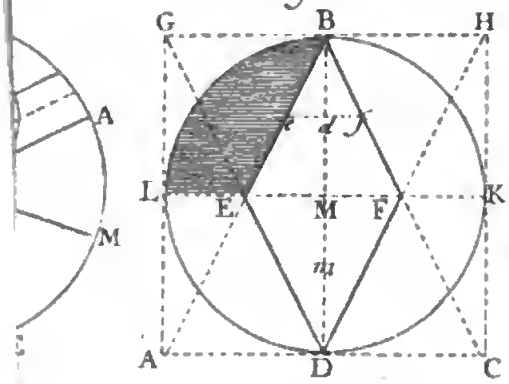


Fig. 59.

Fig. 62.



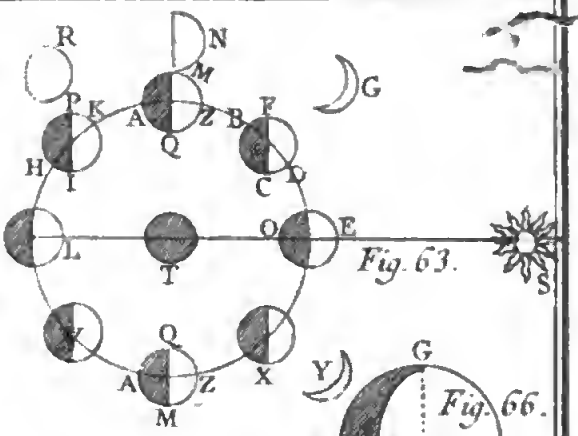


Fig. 63.

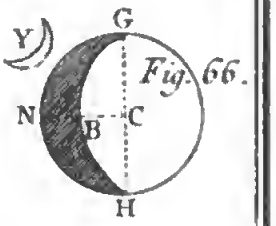
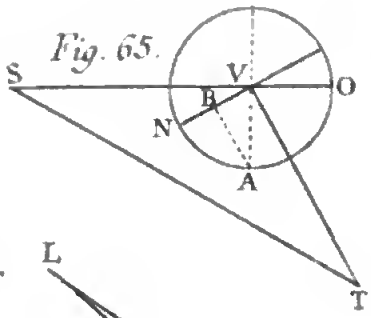


Fig. 66.

Fig. 65.



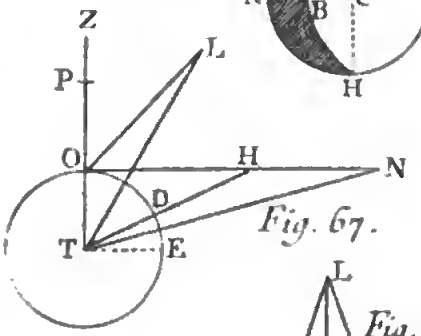


Fig. 67.

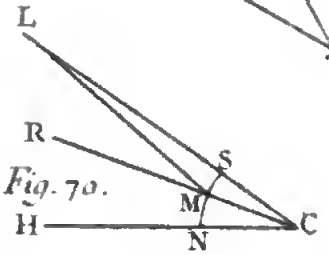


Fig. 70.

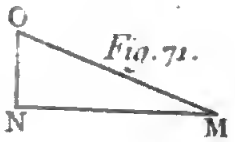


Fig. 71.

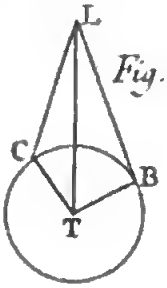
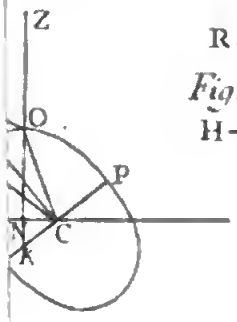


Fig. 68.



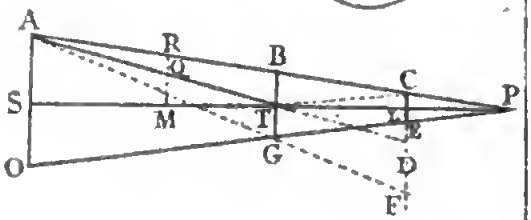


Fig. 72.

Fig. 73.

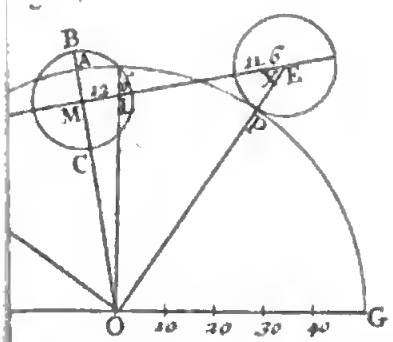
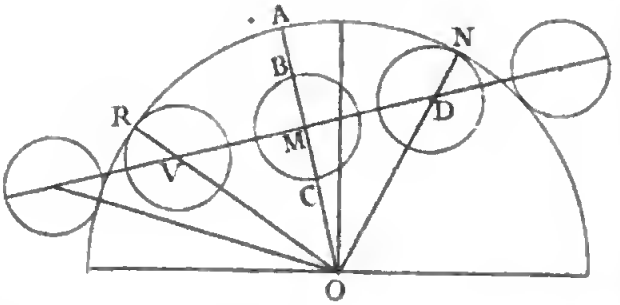
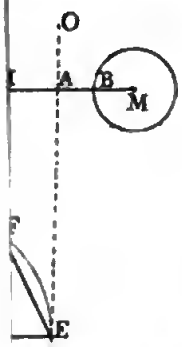


Fig. 74.





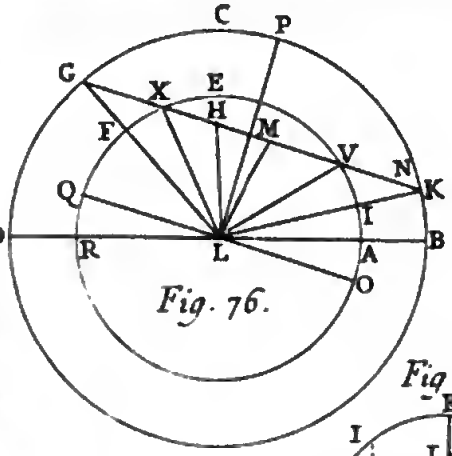


Fig. 76.

Fig. 78.

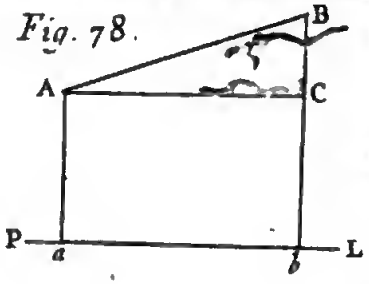


Fig. 79.

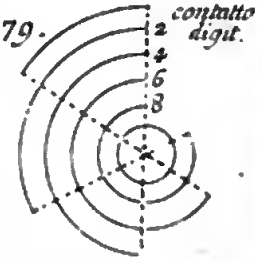
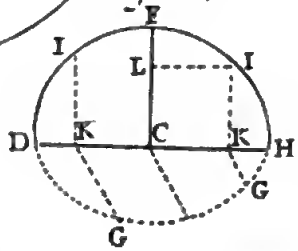


Fig. 80.



Occid.

Fig. 82.

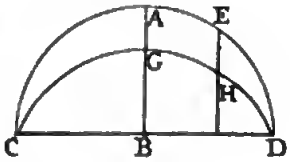
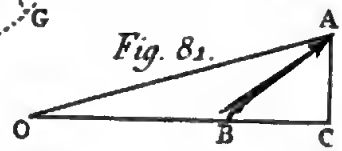


Fig. 81.



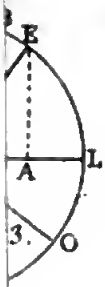


Fig. 84.

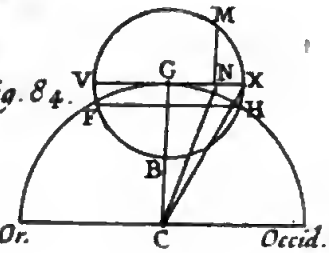
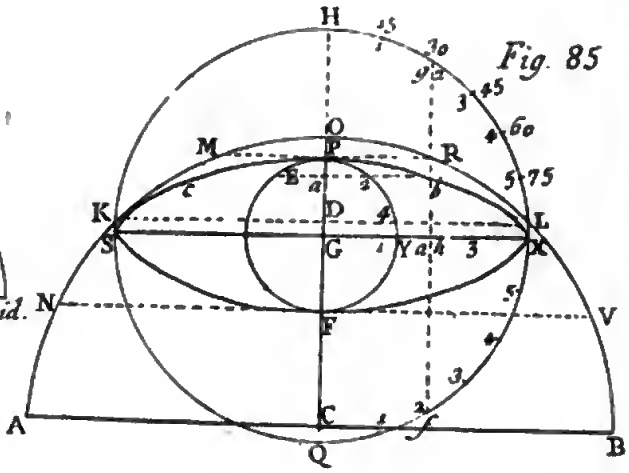
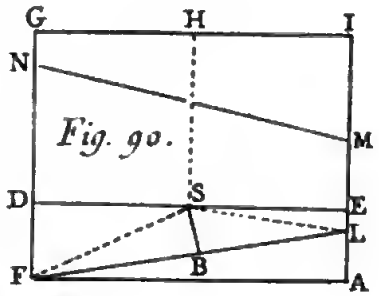
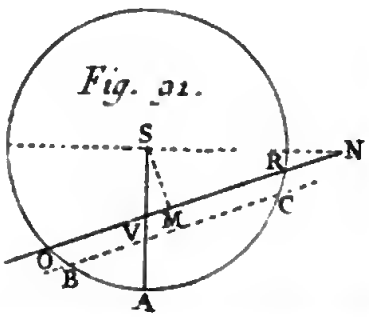


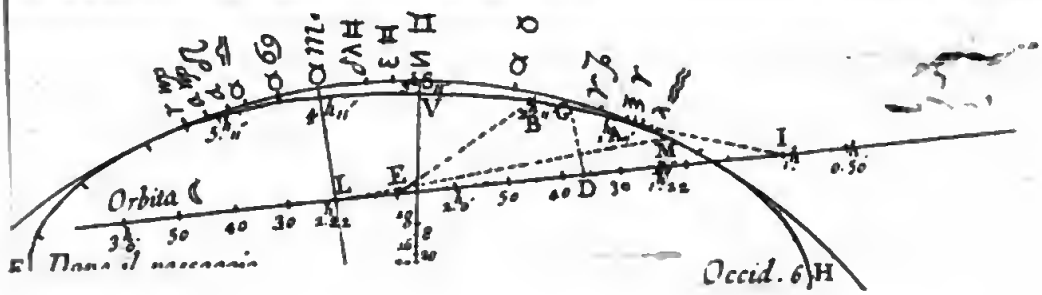
Fig. 85





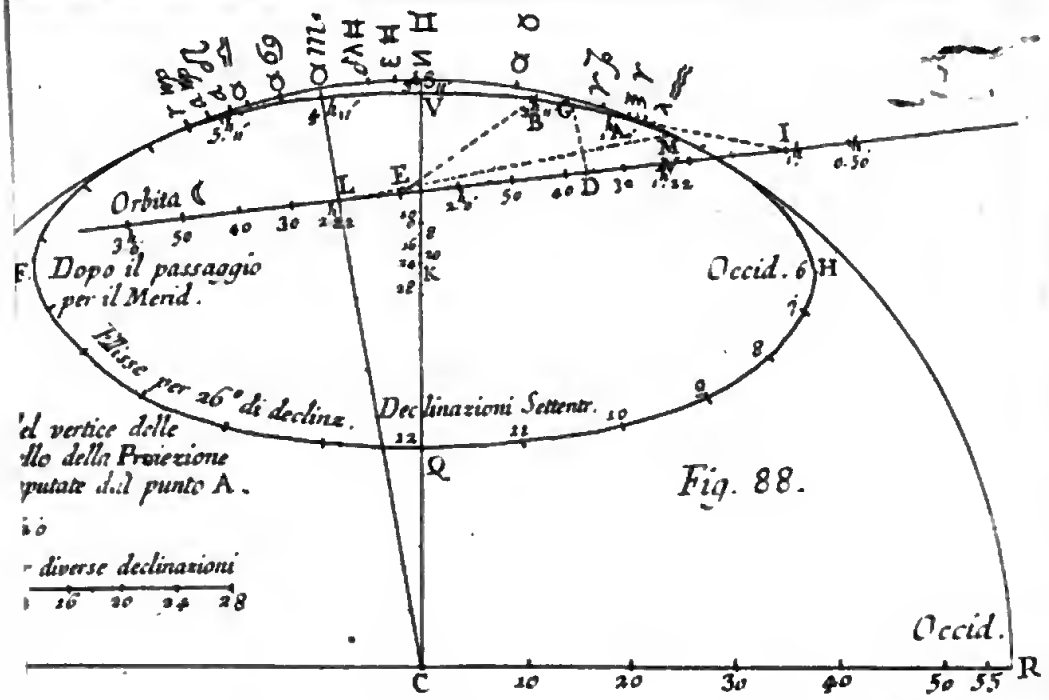


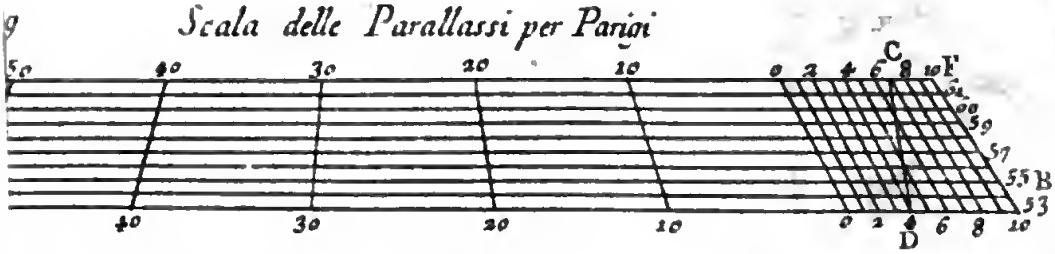
Digitized by Google



Tav

la Terra del dì primo Aprile 1764


Orbita ☾
Dopo il passaggio per il Merid.
Occid. 6
Occid.
Declinazioni Settentr.
Fig. 88.


Scala delle Parallassi per Parigi

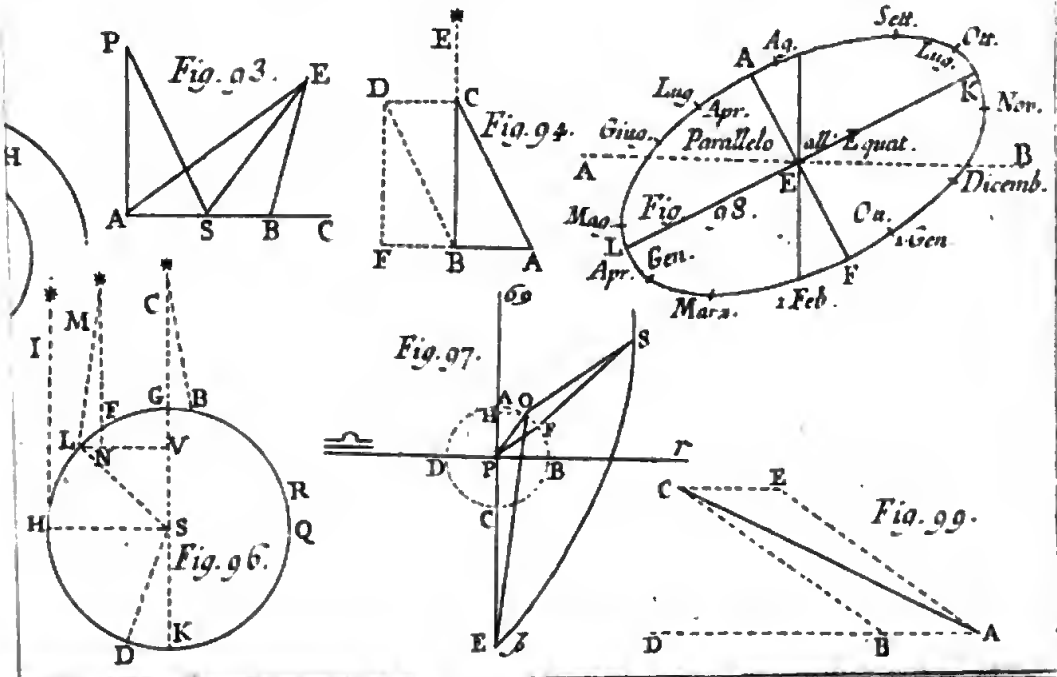
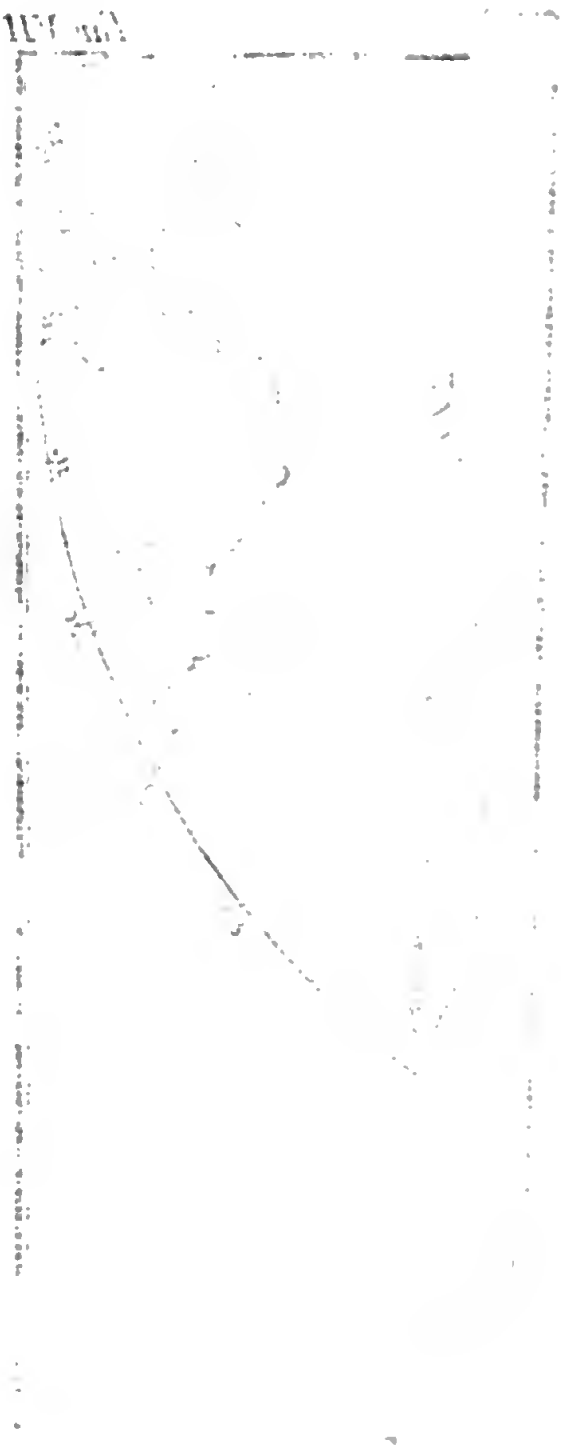


Fig. 93.
Fig. 94.
Fig. 95.
Fig. 96.
Fig. 97.
Fig. 99.
Parallelo
Fig. 98.



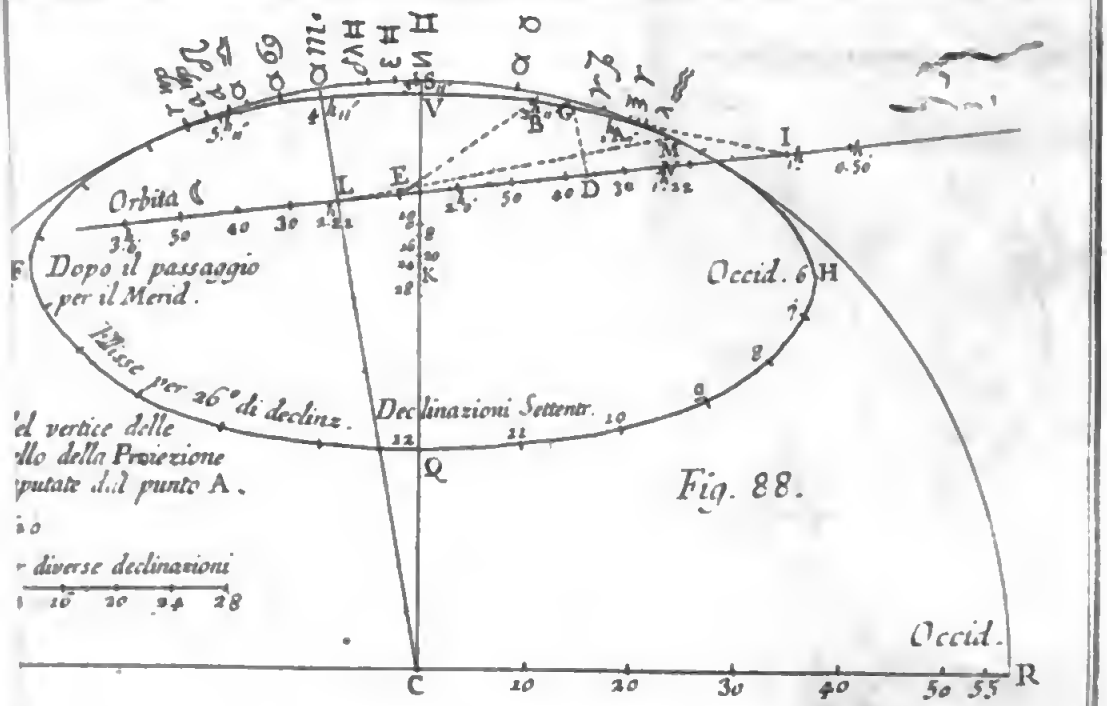
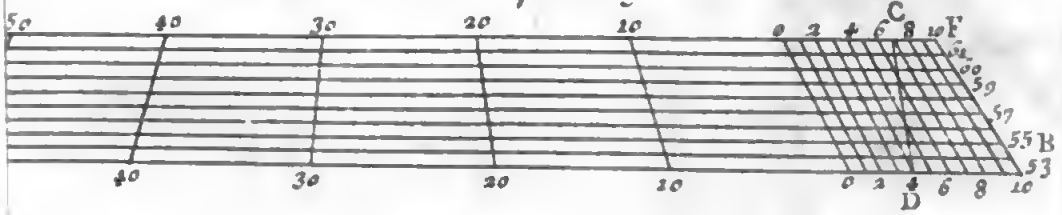


Fig. 88.



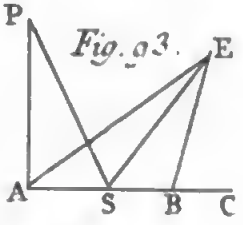


Fig. 93.

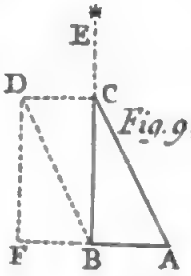
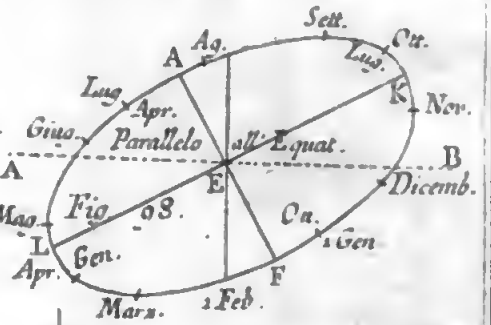


Fig. 94.



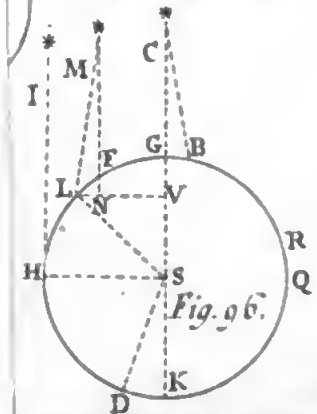


Fig. 96.

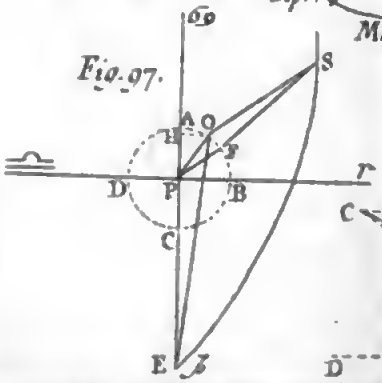


Fig. 97.

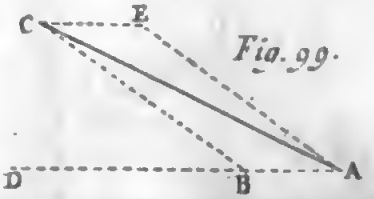


Fig. 99.

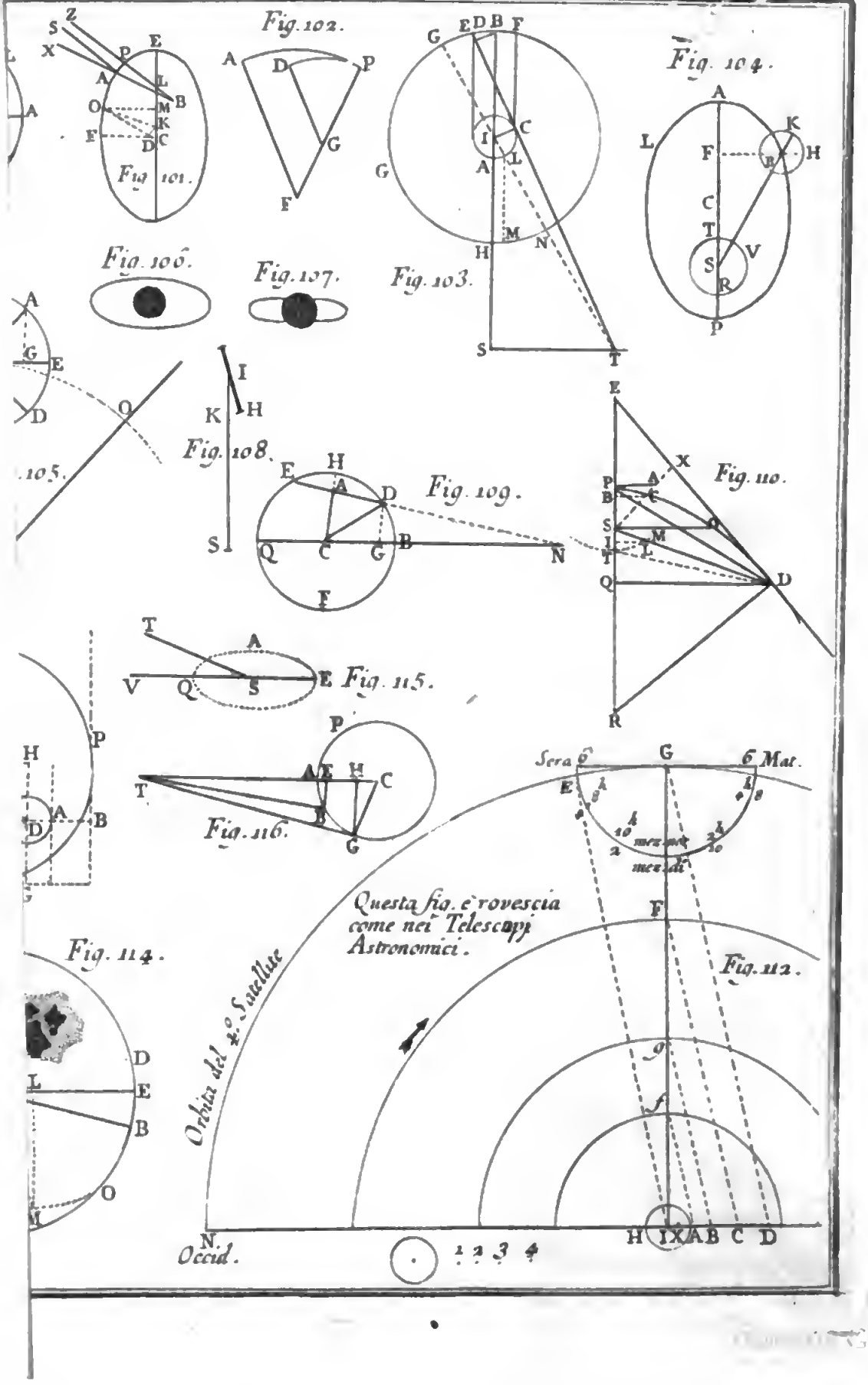


Fig. 101.
Fig. 102.
Fig. 103.
Fig. 104.
Fig. 105.
Fig. 106.
Fig. 107.
Fig. 108.
Fig. 109.
Fig. 110.
Fig. 111.
Fig. 112.
Fig. 113.
Fig. 114.
Fig. 115.
Fig. 116.
Sera 6
6 Mat.
Questa fig. è rovescia come nei Telescopj Astronomici.
Orbita del 4.° Satellite
Occid.
H IX AB C D

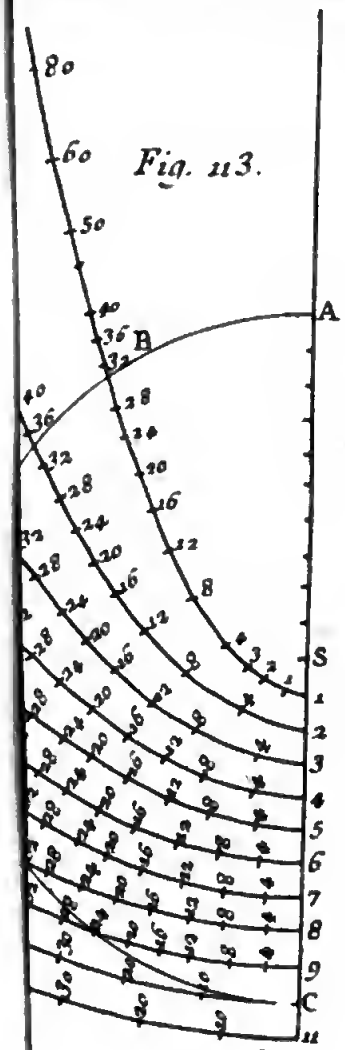


Fig. 113.

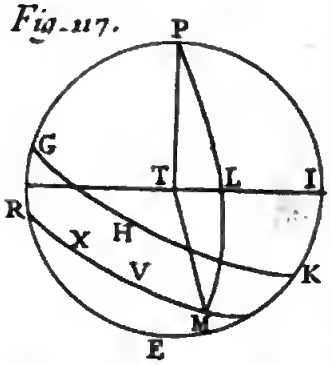


Fig. 117.

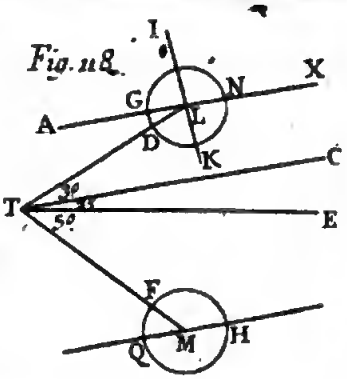


Fig. 118.

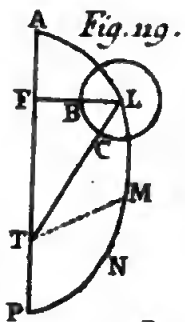


Fig. 119.

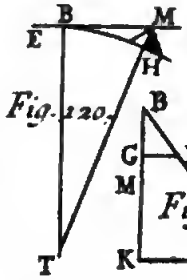


Fig. 120.

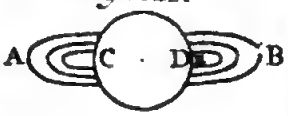


Fig. 121.

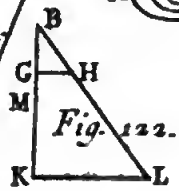


Fig. 122.

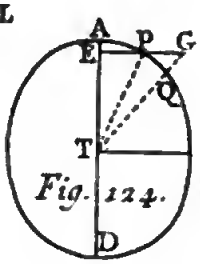


Fig. 124.

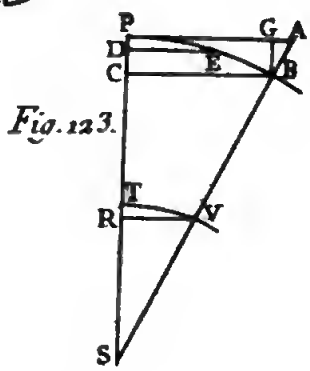


Fig. 123.

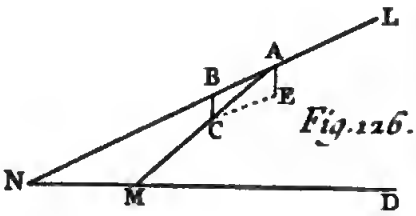


Fig. 126.

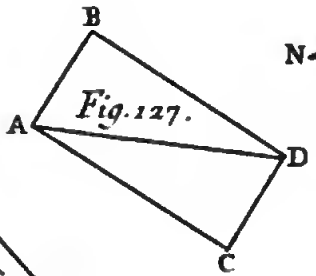
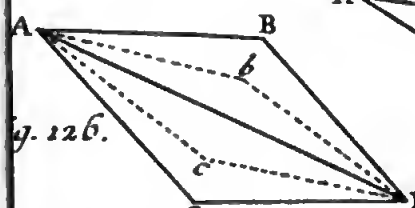


Fig. 127.



g. 126.

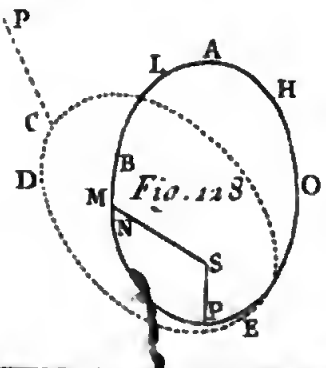


Fig. 128.

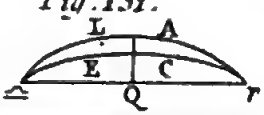


Fig. 131.

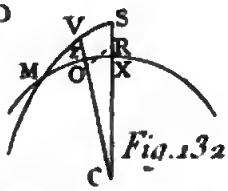


Fig. 132.

B. 16. 3. 27

BNCF

Digitized by Google